ZUBÍA

REVISTA DE CIENCIAS



37-38

ier
Instituto de Estudios Riojanos

ZUBÍA
REVISTA DE CIENCIAS.
Nº 37-38 (2019-2020). Logroño (España).
P. 1-241, ISSN: 0213-4306

DIRECTORA
Patricia Pérez Matute

SECRETARIA
Ana María Palomar Urbina

CONSEJO DE REDACCIÓN
Luis Español González
Rubén Esteban Pérez
Rafael Francia Verde
Juana Hernández Hernández
Alfredo Martínez Ramírez
Luis Miguel Medrano Moreno
Ignacio Pérez Moreno
Enrique Requeta Loza
Purificación Ruiz Flaño
Angélica Torices Hernández

CONSEJO CIENTÍFICO
José Antonio Arizaleta Urarte
(Instituto de Estudios Riojanos)
José Arnáez Vadillo
(Universidad de La Rioja)
Susana Caro Calatayud
(Instituto de Estudios Riojanos)
Eduardo Fernández Garbayo
(Universidad de La Rioja)
Rosario García Gómez
(Universidad de La Rioja)
José Mª García Ruiz
(Instituto Pirenaico de Ecología)
Javier Guallar Otazua
(Universidad de La Rioja)
Teodoro Lasanta Martínez
(Instituto Pirenaico de Ecología)
Joaquín Lasierra Cirujeda
(Hospital San Pedro, Logroño)
Luis Lopo Carramiñana
(Dirección General de Medio Natural del Gobierno de La Rioja)
Fernando Martínez de Toda
(Universidad de La Rioja)
Juan Pablo Martínez Rica
(Instituto Pirenaico de Ecología-CSIC)
José Luis Nieto Amado
(Universidad de Zaragoza)
José Luis Peña Monné
(Universidad de Zaragoza)
Félix Pérez-Lorente
(Universidad de La Rioja)
Diego Troya Corcuera
(Instituto Politécnico y Universidad Estatal de Virginia, Estados Unidos)
Eduardo Viladés Juan
(Hospital San Pedro, Logroño)
Carlos Zaldívar Ezquerro
(Dirección General de Medio Natural del Gobierno de La Rioja)

DIRECCIÓN Y ADMINISTRACIÓN
Instituto de Estudios Riojanos
C/ Portales, 2
26071 Logroño
publicaciones.ier@larioja.org

Suscripción anual España (1 número y monográfico): 15 €
Suscripción anual extranjera: (1 número y monográfico): 20 €
Número suelto: 9 €
Número monográfico: 9 €

INSTITUTO DE ESTUDIOS RIOJANOS

ZUBÍA

REVISTA DE CIENCIAS

Núm. 37-38

Gobierno de La Rioja
Instituto de Estudios Riojanos
LOGROÑO
2019-2020

Zubía. –N. 3 (1985)–. – Logroño : Instituto de Estudios Riojanos, 1985-v. : il. ; 24 cm
Anual
D.L. LO 56-1986
Es suplemento de esta publicación: Zubía. Monográfico, ISSN 0213-4306
Es continuación de : Berceo. Ciencias
ISSN 0213-4306 = Zubía

Reservados todos los derechos. Ni la totalidad ni parte de esta publicación pueden reproducirse, registrarse o transmitirse por un sistema de recuperación de información, en ninguna forma ni por medio, sea electrónico, mecánico, fotoquímico, magnético o electroóptico, por fotocopia, grabación o cualquier otro, sin permiso previo por escrito de los titulares del copyright.

© Logroño, 2021
Instituto de Estudios Riojanos
C/ Portales, 2.
26001-Logroño, La Rioja (España)

© Diseño de cubierta e interior: ICE Comunicación

© Imagen de cubierta: Sabina albar sobre ladera con escaso suelo y orientada a la solana en el enclave de Ajamil-Torremuña de Cameros (Fotografía de Rafael Fernández Aldana)

© Imagen de contracubierta: Control postoperatorio de fractura al mes de la intervención. (Fotografía de Ignacio Puyuelo)

Imprime: Gráficas Isasa, S. L. - Arnedo (La Rioja)

ISSN 0213-4306
Depósito Legal LO-56-1986

Impreso en España - Printed in Spain

ÍNDICE

RAFAEL FERNÁNDEZ ALDANA
La sabina albar (*Juniperus thurifera L.*) en La Rioja: nuevas citas y dinámica espacial
*Incense juniper (*Juniperus thurifera L.*) in La Rioja (Spain): new citations and spatial dynamics* 9-36

FERNANDO MORENO, IGNACIO PÉREZ MORENO, VICENTE MARCO
Tablas de vida y parámetros poblacionales de *Trichogramma cacoeciae* y *T. brassicae* (Hymenoptera: Trichogrammatidae) sobre *Lobesia botrana* (Lepidoptera: Tortricidae): efecto de la alimentación
Life tables and population parameters of Trichogramma cacoeciae *and* T. brassicae *(Hymenoptera: Trichogrammatidae) on* Lobesia botrana *(Lepidoptera: Tortricidae): Effect of Food* 37-54

FERNANDO MORENO, IGNACIO PÉREZ MORENO, VICENTE MARCO
Preferencia del parasitoide *Trichogramma cacoeciae* (Hymenoptera: Trichogrammatidae) por huevos de diferentes huéspedes
Host preference of the parasitoid Trichogramma cacoeciae *(Hymenoptera: Trichogrammatidae) for eggs from different hosts* 55-68

IGNACIO PÉREZ MORENO
Los registros riojanos del catálogo de coleópteros ibéricos (Insecta: Coleoptera) de D. José María de la Fuente y Morales
The records from La Rioja of the catalogue of Iberian beetles (Insecta: Coleoptera) of D. José María de la Fuente y Morales 69-128

MANUEL BELLO HERNÁNDEZ, ALEJANDRO MAHILLO CAZORLA
Teoremas de reordenamiento de series
Series Rearrangement Theorems 129-148

MANUEL BELLO HERNÁNDEZ, MANUEL BENITO MUÑOZ, EMILIO FERNÁNDEZ MORAL
La conjetura de Erdös-Straus
Erdös-Straus' Conjecture 149-176

JULEN MARTÍNEZ TORRES, ANA CORAL LAGA CUÉN, LOURDES FERREIRA LASO, CRISTINA LORENTE ÁLAVA, FÉLIX LOBATO SOLORES, IGNACIO PUYUELO JARNE, ÁNGEL ENRIQUE FRAILE JIMÉNEZ, OLGA LÓPEZ DEL MORAL LÓPEZ, MARÍA GOLVANO SARRIA, VÍCTOR MUNILLA PÉREZ
Tasa transfusional en cirugía de fractura de cadera en el hospital San Pedro. Estudio observacional descriptivo previo a la implantación de un protocolo de ahorro de sangre
Post-transfusion rate in hip fracture surgery in San Pedro`s hospital. An observational and descriptive study before blood saving protocol 177-186

ANA CRISTINA RUIZ PEÑA, MARÍA JOSÉ PUENTE MARTÍNEZ, SARA ARRIETA BRETÓN, INÉS ESTEBAN DÍEZ, GERARDO RODRÍGUEZ MARTÍNEZ, CARLOTA CESTAFE CARO, CRISTINA FERNÁNDEZ GARCÍA
Factores asociados con los partos pretérmino menores de 32 semanas de gestación en el Hospital San Pedro de Logroño durante el año 2018: relación clínica, microbiológica e histológica de los hallazgos placentarios
Factors related to preterm deliveries under 32 weeks at San Pedro's Hospital in Logroño during 2018: clinical, microbiological and histological relation of placentary findings 187-204

MARIANO LAGUNA OLMOS, CRISTINA FERNÁNDEZ GARCÍA, ANA CRISTINA RUIZ PEÑA, CARLOTA CESTAFE CARO, EDURNE ÁLVAREZ SUBERVIOLA, CRISTINA TEJADA LAMAS, OLIVIA LAFALLA BERNAD
Utilidad del ratio sFlt-1/PIGF en el cribado de preeclampsia precoz en la población gestante de La Rioja
Usefulness of the sFlt-1 / PIGF ratio in the early preclampsia screening across the pregnant population in La Rioja 205-218

IGNACIO PUYUELO JARNE, EDUARDO GALLINAS MARAÑA
Osteotomía peroné primaria. Un recurso a tener en cuenta en el enclavado endomedular por fractura diafisaria aislada de tibia
Primary fibula osteotomy. A surgery resource in the endomedullary nailing used in a tibia´s diaphyseal fracture 219-226

SECCIÓN VARIA

ANA CRISTINA RUIZ PEÑA, CARMINA SALVADOR BALLADA, CRISTINA FERNÁNDEZ GARCÍA, MARIANO LAGUNA OLMOS, Mª JOSÉ PUENTE MARTÍNEZ, JUANA HERNÁNDEZ HERNÁNDEZ
Situación de las interrupciones voluntarias del embarazo en La Rioja en los últimos 5 años
Situation of voluntary interruptions of pregnancy in La Rioja in the last 5 years 227-236

EDITORIAL

PATRICIA PÉREZ MATUTE
Directora de Zubía
Directora del Área de Ciencias Naturales

Estimados Lectores:

Tengo el honor de presentarles el último "número doble" de nuestra Revista, correspondiente a los años 2019-2020. En este volumen encontrarán un total de once artículos. Son resultado de trabajos de investigación de gran calidad desarrollados en nuestra Comunidad Autónoma y abarcan ámbitos tan diferentes como son la Botánica, la Zoología, las Matemáticas o la Salud.

Este último año 2020 ha sido un año difícil que, trágicamente, quedará indeleble en la memoria de todos. Nuestra revista también se ha visto –en parte- afectada por la "puesta en marcha de nuevas formas de trabajar-teletrabajar", y, por ello, su publicación se ha retrasado. Vayan por delante nuestras disculpas y nuestro agradecimiento a la paciencia de todos sus lectores.

En este mismo sentido, también me gustaría expresar mi más profunda gratitud a todos los autores de este número y a aquellas personas que anónimamente han actuado como revisores de los artículos. Todos ellos, a pesar de las circunstancias y, en muchos casos a pesar de ser personal de primera línea contra la COVID-19, han colaborado con entrega y han dado lo mejor de ellos mismos para que este número, "el de la pandemia", sea de una calidad extraordinaria. Gracias de corazón.

Queda claro que la ciencia se hace con esfuerzo. La ciencia misma es un esfuerzo colectivo, y esta humilde publicación demuestra con su continuidad que todos los frentes científicos deben ser atendidos para alimentar el inmenso y necesario motor intelectual y técnico que supone para la Humanidad.

Queridos lectores, disfruten ya de la lectura y, ahora más que nunca, mucho ánimo con el reto que, como sociedad, estamos atravesando.

Zubía 37-38 9-36 Logroño 2020-2021

LA SABINA ALBAR (*JUNIPERUS THURIFERA* L.) EN LA RIOJA: NUEVAS CITAS Y DINÁMICA ESPACIAL*

RAFAEL FERNÁNDEZ ALDANA[1]

RESUMEN

Se amplían las primeras citas sobre la presencia de la sabina albar (*Juniperus thurifera*) en la Comunidad Autónoma de La Rioja (España) a partir del trabajo inicial de Arizaleta *et al*. (2007-2008) mediante el muestreo de nuevos territorios. Por otra parte, se ha contabilizado el número de ejemplares de las diferentes localizaciones y se han tomado otros datos de las poblaciones encontradas, tales como diámetro normal, forma de la copa, presencia de gálbulos y tipo de vegetación. A partir de esta información se ha obtenido una aproximación sobre la abundancia de la especie en la región, así como sobre la dinámica actual de la especie a través de sus procesos de expansión y/o regresión.

Palabras clave: *Juniperus thurifera*, sabina albar, dinámica espacial, La Rioja.

*Known distribution area of incense juniper (*Juniperus thurifera*) in La Rioja (Spain) is enlarged with new citations that can be added to those of Arizaleta* et al. *(2007-2008). All these locations, the new ones and those already cited, have been inventoried registering the number of specimens, measuring some dasometric data (diameter, crown shape), recording the presence of cones and characterizing the vegetation type. Based on this information, the abundance of the species in the region and the current dynamics of the species through its expansion and / or regeneration processes have been evaluated.*

Key words: Juniperus thurifera*, incense juniper, spatial dynamics, La Rioja.*

1. INTRODUCCIÓN

La realización del trabajo "La sabina albar (*Juniperus thurifera* L.) en La Rioja" (Arizaleta *et al*., 2007-2008), permitió conocer la situación de esta especie en la región a partir de las primeras citas (Alejandre *et al*., 2000). En

* Registrado el 2 de julio de 2019. Aprobado el 13 de noviembre de 2019.

1. ORCID nº: 0000-0002-7868-2342. E-mail: raldana54@gmail.com

dicho trabajo se citaban ejemplares aislados en la cuenca media del Iregua, principalmente en Almarza de Cameros, en la cuenca media del Leza, con un grupo numeroso de 30 ejemplares en Ajamil, y por último dos sabinas solitarias en el Valle del Ebro, Calahorra y Murillo de río Leza.

Lógicamente, estas escasas citas en ningún momento constituían formaciones vegetales pero permitían ampliar el área de distribución de la sabina albar en la mitad septentrional de la península ibérica, estableciendo la unión entre las poblaciones de la meseta castellana y de la depresión del Ebro. (Arizaleta *et al*., 2007-2008).

La sabina albar es un árbol con una elevada amplitud ecológica que puede soportar temperaturas extremas, desde los –25ºC en invierno hasta los 40ºC en verano, siendo capaz de soportar años muy secos gracias a su potente sistema radical e, incluso, asentarse sobre suelos escasos y pedregosos (Pajares *et al*.,1997). Sin embargo, además de las condiciones fitoclimáticas en las que vegeta, compartidas con otras especies arbóreas, es la competencia con dichas especies el factor determinante de su presencia (García & Allué, 2005), siendo su gran resistencia a situaciones extremas, clima continental y suelos pobres, la que le permite competir con encinas, robles, pinos carrascos o sabinas negras.

En este sentido, el área actual de distribución de la sabina albar no resulta coincidente con la de la sabina mora o negra (*Juniperus phoenicea*) en La Rioja, donde su área forma una banda alargada, en el contacto Sierra-Valle y con dirección oeste-este, que separa a los ejemplares aislados del Valle del Ebro de los de los tramos medios de las cuencas del Iregua y Leza. Tan sólo en el caso del Alhama, la cita de Igea en el extremo oeste resulta coincidente con la presencia de poblaciones de sabina negra. En el estudio sobre su potencialidad en la península ibérica de García López & Allué Camacho (2005), el Área fitoclimática factorial potencial de la sabina albar es coincidente con las zonas montanas de la mitad oriental de La Rioja.

El presente trabajo trata de profundizar, mediante una prospección más exhaustiva del territorio en zonas con presencia potencial, sobre la situación de la sabina albar en La Rioja y con los objetivos de ampliar su ámbito territorial y de conocer su actual dinámica a partir de los enclaves en donde se concentran los ejemplares de mayor edad.

2. METODOLOGÍA

A partir de las citas recogidas en el último trabajo sobre la presencia de la sabina albar en La Rioja (Arizaleta *et al*., 2007-2008) se ha procedido al muestreo de otras zonas de características similares, tanto en las tierras bajas del Valle del Ebro como en el intervalo entre 900 y 1.100 metros de las cuencas medias del Iregua y Leza y sus territorios limítrofes. También se ha contado con las aportaciones de agentes forestales del Gobierno de La Rioja y de investigadores botánicos que han facilitado nuevas ubicaciones.

Zubía | *núm. 37-38 (2019-2020), pp. 9-36*
ISSN 0213-4306

En todas las localizaciones, antiguas y nuevas, se ha realizado un inventario del número de ejemplares existentes, procediéndose en el caso de la presencia de individuos dispersos a su contabilización mediante el recorrido de los rodales. Se ha diferenciado entre pies mayores (diámetro normal superior a 7,5 cm) y pies menores (diámetro normal inferior a 7,5 cm y/o generalmente con tallas inferiores a 1 m), asociándose estos últimos a procesos actuales de regeneración.

Aunque el conteo no ha sido sistemático el escaso número de sabinas existentes, generalmente aisladas en espacios abiertos, permite tener una aproximación fidedigna sobre la presencia de esta especie en La Rioja. En las localizaciones con ejemplares más abundantes, agrupaciones de Almarza-Viguera y Ajamil, se ha realizado un recorrido lo más amplio posible de los rodales midiendo los ejemplares de mayor tamaño con el fin de conocer la edad aproximada de dichos enclaves.

Además, en parte de los ejemplares inventariados se ha procedido a la toma de diversos datos con el objetivo fundamental de estudiar su actual dinámica espacial. Así, del total de 443 ejemplares inventariados, se han tomado los siguientes datos en 144 ejemplares, un 54,5 % del total de los pies mayores inventariados: diámetro normal (rangos de edad aproximada), forma de la copa (presión de herbívoros por ramoneo), ejemplares con gálbulos (potencial de expansión) y tipo de vegetación (caracterización del entorno).

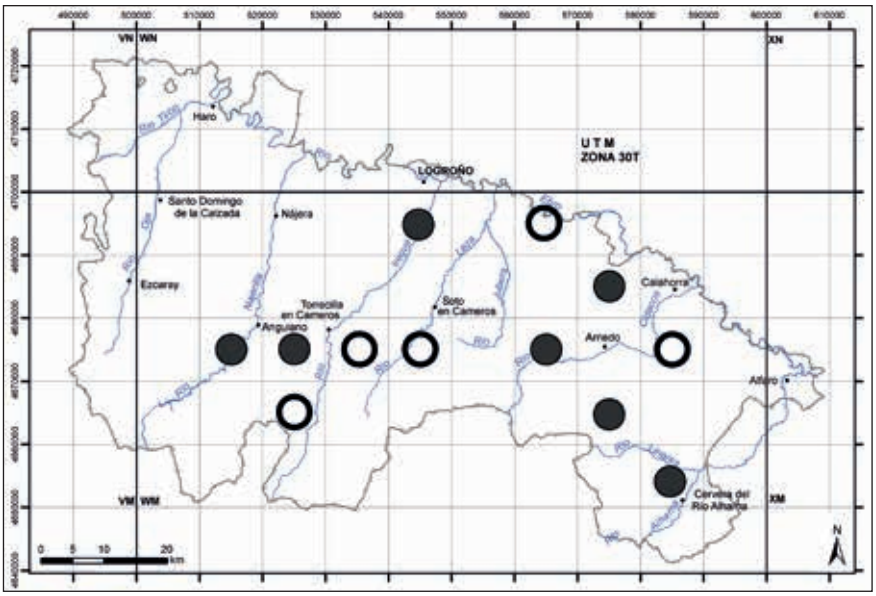
La presencia de numerosos ejemplares con diversos fustes desde la base (copa en forma de bola) ha dificultado la medición de un único diámetro a 1,30 m a los efectos de la asignación posterior de un rango aproximado de edad. En estos casos se ha medido la cepa de donde salen los fustes (diámetro basal) en lugar del diámetro a 1,30 m (Foto nº 1).

3. INVENTARIO

Con los datos obtenidos en el trabajo de campo se ha elaborado el Anexo I, "Inventario de las sabinas albares (*Juniperus thurifera*) en La Rioja y aproximación a su presencia histórica", en el que se recogen las localizaciones y el número de ejemplares encontrados. Estos datos se han reflejado en el Mapa nº 1 (Localización por cuadrículas UTM, 10x10 km, de la sabina albar, *Juniperus thurifera*, en La Rioja), en el Mapa nº 2 (Distribución geográfica de los sabinares de *Juniperus thurifera* en La Rioja) y en el Mapa nº 3 (Distribución geográfica de los sabinares de *Juniperus thurifera* en los núcleos de Almarza- Viguera y Ajamil- Torremuña).

A continuación se describe la totalidad de las citas, marcándose en negrita las nuevas localidades y cuadrículas encontradas en relación con el trabajo anterior (Arizaleta *et al*., 2007-2008):

Zubía | *núm. 37-38 (2019-2020), pp. 9-36*
ISSN 0213-4306



Mapa nº 1. Localización por cuadrículas UTM (10x10 km) de la sabina albar, *Juniperus thurifera*, en La Rioja (**O**, citas anteriores).

Valle del Ebro:

En este extenso ámbito territorial, que abarca las tierras bajas del Valle del Ebro, aparecen 6 ejemplares aislados: dos citas anteriores en Murillo de Río Leza y Calahorra, y tres nuevas en **Ocón**, **Lardero** y **Préjano**:

- Ocón **(30TWM 7286)**, un ejemplar aislado en un gran ribazo entre parcelas agrícolas con presencia de coscojas (*Quercus coccifera*) y matorral xerófilo basal.
- Lardero **(30TWM 4197 y 30TWM 4297)**, dos ejemplares jóvenes aislados y cercanos en una zona de eriales abandonados en proceso de ocupación por matorral xerófilo basal (Foto nº 2).
- Préjano **(30TWM 6872)**, un ejemplar aislado con 7 tallos desde la base situado en un erial que en los años 50 se encontraba ocupado por un olivar dentro de un entorno agrícola de regadío extensivo con almendros y viñas.
- Murillo de Río Leza (30TWM 6094), un ejemplar aislado en el pie de una ladera con matorral xerófilo basal y repoblada recientemente con pino carrasco (*Pinus halepensis*).
- Calahorra (30TWM 8579), un ejemplar aislado en el monte de Los Agudos rodeado de una repoblación forestal de pino carrasco (*Pinus halepensis*) con baja fracción de cabida cubierta y de matorral xerófilo basal (Foto nº 3).

Zubía | *núm. 37-38 (2019-2020), pp. 9-36*
ISSN 0213-4306



Mapa nº 2. Distribución geográfica de los sabinares de *Juniperus thurifera* en La Rioja.

Sierras ibéricas:

Cuenca media del Najerilla

Ocupando el extremo oeste de su actual área de distribución solo se ha encontrado un ejemplar en **Anguiano**, siendo la primera cita de sabina en la cuenca del Najerilla:

- Anguiano **(30TWM 1879)**, un ejemplar en una zona de fincas agrícolas abandonadas y ocupadas por espinares-pastizales.

Cuenca media del Iregua

En el anterior trabajo se describían 5 localizaciones dentro del municipio de Almarza de Cameros, habiéndose encontrado más citas en este municipio y en otros contiguos como los de **Nieva en Cameros, Viguera, Torrecilla en Cameros** y **Pinillos**. En este ámbito aparecen dos de los núcleos con mayor número de sabinas, Almarza- Viguera (Cerroyera) y Almarza (Fuente el Moro). Dada la dificultad de separar las nuevas citas de las antiguas en el municipio de Almarza, se ha hecho una descripción completa de todas ellas diferenciadas en cinco zonas y a partir de las cuadrículas anteriormente citadas:

- Nieva de Cameros (Los Cabezuelos) **(30TWM 2974)**, tres ejemplares próximos en una ladera ocupada por matorrales de boj (*Buxus sempervirens*) con presencia de enebros (*Juniperus oxycedrus* y *Juniperus communis*).

Zubía | *núm. 37-38 (2019-2020), pp. 9-36*
ISSN 0213-4306

- Nieva de Cameros (Valleluenga) **(30TWM 2676**), un ejemplar aislado en una ladera abancalada y ocupada por matorrales de boj (*Buxus sempervirens*).
- Pinillos **(30TWM 3073)**, un ejemplar aislado en la zona alta de un cortado calizo con dominio de matorrales de boj (*Buxus sempervirens*) y presencia de robles quejigos (*Quercus faginea*).
- Torrecilla en Cameros **(30TWM 3177)**, un ejemplar aislado en un ribazo de la carretera de acceso a la finca de Ribavellosa con predominio de boj (*Buxus sempervirens*).
- Almarza de Cameros-Viguera (Cerroyera), abarca las citas anteriores con un par de ejemplares en el fondo de un barranco entre repoblaciones de pino silvestre (*Pinus sylvestris*) en el paraje de Los Apriscos (30TWM 3678) y con un ejemplar en el Barranco El Jarillo (30TWM 3679). Sin embargo, en esta última cuadrícula se ha encontrado una población dispersa de sabinas entre encinas (*Quercus ilex*) de más de 32 ejemplares con diversos regenerados. Este importante enclave se sitúa en una ladera a solana ocupada por un encinar sobre suelos calizos erosionados de escaso espesor (Foto nº 4).
- Almarza de Cameros (Ribavellosa, dispersas), con la presencia de una población dispersa **(30TWM 3276** y **30TWM 3377)** de al menos 34 ejemplares que incluye algunas pequeñas sabinas en un entorno de repoblaciones de coníferas (*Pinus sylvestris* mayoritariamente).
- Almarza de Cameros (Cocera, dispersas), abarca 8 sabinas situadas en la ya citada cuadrícula (30TWM 3174) con presencia de 3 ejemplares dentro del quejigar (*Quercus faginea*), más 3 ejemplares cercanos en la zona más elevada y otros dos aislados, uno en un roquedo sobre el Iregua y otro en el empalme con la carretera de Pinillos que cuenta con la presencia de dos regenerados.
- Almarza de Cameros (Municipio, dispersas), con cuatro citas: una antigua, correspondiente a la cuadrícula (30TWM 3374) de un ejemplar aislado, y tres nuevas, con un ejemplar aislado en un ribazo entre antiguos cultivos **(30TWM 3375**), dos ejemplares próximos en el borde de un pinar de repoblación **(30TWM 3376**) y un ejemplar en una solana ocupada por un quejigar (*Quercus faginea*) abierto con matorral de boj (**30TWM 3173**).
- Almarza de Cameros-Fuente El Moro, incluye la cita de la cuadrícula (30TWM 3275) que se amplía con otra cuadrícula (**30TWM 3175)** acogiendo la mayor población de sabinas detectada en La Rioja y formada por al menos 141 individuos, incluidos 51 de regeneración (Foto nº 5). Aparecen en una zona abancalada y antiguamente cultivada que dominan los aulagares (*Genista scorpius*) y los enebrales (*Juniperus communis*) y ocupando preferentemente los ribazos con presencia de quejigos (*Quercus faginea*) junto con algunos arces (*Acer* sp.).

Zubía | *núm. 37-38 (2019-2020), pp. 9-36*
ISSN 0213-4306

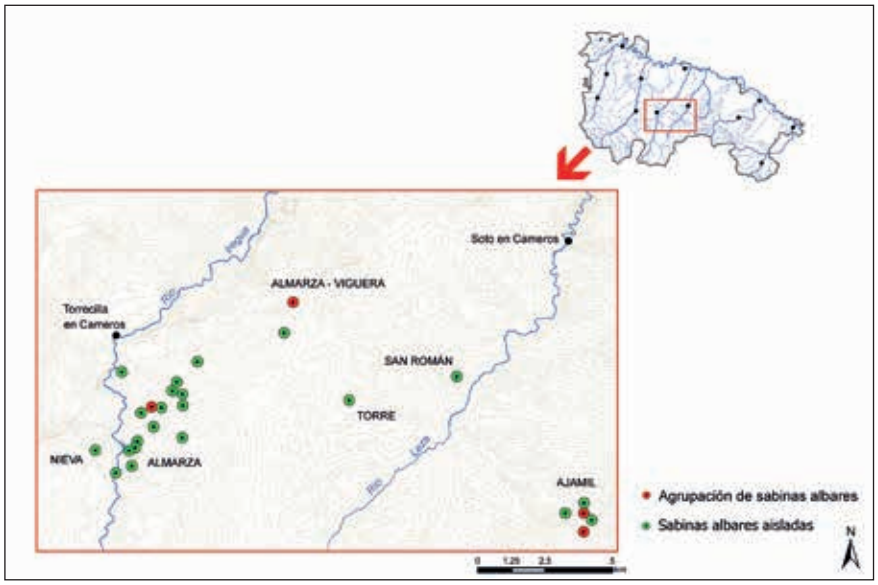
Cuenca alta del Iregua

En la cuenca alta del Iregua existía una cita en Ortigosa de Cameros que se amplía con una localización nueva en **Villoslada de Cameros**, ambas con un solo ejemplar**:**

- Villoslada de Cameros (**30TWM 2463**), un ejemplar aislado en el ribazo de una zona de parcelas agrícolas abandonadas con espinares y aulagares (*Genista scorpius*).
- Ortigosa de Cameros (30TWM 2267), un ejemplar aislado con 5 pies desde la base en una zona forestal dominada por pinares (*Pinus sylvestris*) con presencia de hayedos (*Fagus sylvatica*).

Cuenca media del Leza

En la cuenca media del Leza se tenía constancia de dos cuadrículas (Arizaleta *et al*., 2007-2008): un ejemplar en San Román de Cameros y un núcleo con más de 30 individuos en Ajamil. Como nuevas citas hay que añadir otro ejemplar aislado en **Torre en Cameros**, la ampliación del núcleo citado en Ajamil hasta los 80 ejemplares y otro enclave próximo con más de 120 sabinas en **Ajamil- Torremuña (Río Vadillos)**:



Mapa nº 3. Distribución geográfica de los sabinares de *Juniperus thurifera* en los núcleos de Almarza-Viguera y Ajamil-Torremuña.

- Torre en Cameros (**30TWM 3975**), un ejemplar aislado con 2 tallos desde la base en una zona de parcelas agrícolas abandonadas y ocupadas por aulagares (*Genista scorpius*) con presencia de enebros (*Juniperus communis*) y robles quejigos (*Quercus faginea*).

Zubía | *núm. 37-38 (2019-2020), pp. 9-36*
ISSN 0213-4306

- San Román de Cameros (30TWM 4376), un ejemplar aislado con 3 tallos desde la base en una zona de parcelas agrícolas abandonadas cubiertas de aulagares (*Genista scorpius*).
- Ajamil-Torremuña (Fuente Ulagar) (30TWM 4771 y **30TWM 4871**), un grupo de sabinas con al menos 80 ejemplares, regenerados incluidos, en una ladera a solana con escaso suelo y dominada por matorrales con mezcla de jarales altos o estrepales (*Cistus laurifolius*) y aulagares (*Genista scorpius*) (Foto nº 6).
- Ajamil-Torremuña (Río Vadillos) (30TWM 4771 y **30TWM 4871**), un grupo de sabinas con más de 120 individuos de diversas edades, en una solana erosionada y ocupada por matorrales con mezcla de jarales altos o estrepales (*Cistus laurifolius*) y aulagares (*Genista scorpius*) (Foto nº 7).
- Ajamil-Torremuña (Pinar) (**30TWM 4872**), en las cercanías de este núcleo principal y fuera de la citada solana aparece un ejemplar aislado junto a una repoblación de coníferas (*Pinus nigra*).

Cuenca del Alhama-Linares

En esta cuenca aparecen dos citas nuevas, **Cornago** e **Igea**, correspondientes a dos ejemplares aislados:

- Cornago (**30TWM 7263**)**,** un ejemplar en una ladera pronunciada que está ocupada por un encinar (*Quercus ilex*) abierto con matorral xerófilo de media montaña, característico de la cuenca del Alhama-Linares (Foto nº 8).
- Igea (**30TWM 8054**)**,** un ejemplar con 2 brazos desde la base en una ladera ocupada por un matorral dominado por romeros (*Rosmarinus officinalis*) y aulagas (*Genista scorpius*) y con presencia de sabinas negras (*Juniperus phoenicea)* y enebros blancos (*Juniperus oxycedrus*).

De los resultados anteriores se obtiene un primer avance del inventario de las sabinas albares en La Rioja con un total de 443 ejemplares, de los cuales 264 se corresponden con pies mayores y 179 con pies menores que conforman la actual regeneración. Estos ejemplares se concentran en dos núcleos principales que agrupan la mayor parte de los ejemplares localizados, un 95,8% del total, con el 50,4% en los municipios de Almarza de Cameros-Viguera y el 45,4% en el municipio de Ajamil. Sin embargo, el 4,2% restante abarca una amplia distribución territorial en la mitad oriental de La Rioja, desde el Valle del Ebro hasta el Sistema Ibérico constituyendo el 52% del total de las cuadrículas con presencia de sabinas. En cuanto a las cuadrículas UTM (1x1km) con presencia de sabina albar, las 10 anteriores se han incrementado hasta las 32 actuales, 22 nuevas cuadrículas con un 220% de incremento.

4. CARACTERÍSTICAS DEL ENTORNO

La distribución de las sabinas se extiende por todos los pisos bioclimáticos existentes en La Rioja (Fernández, 2015) con la excepción del Orome-

diterráneo, característico de las altas cumbres ibéricas. La mayor parte de sus localizaciones se sitúan en el piso Supramediterráneo, tanto dentro del ámbito de las Sierras continentales (cuenca del Iregua) como en el de las Sierras submediterráneas (cuenca del Leza). También aparecen ejemplares aislados en el piso Mesomediterráneo del Valle del Ebro (6) y en la transición Meso-Supramediterráneo de las montañas medias mediterráneas de la cuenca del Alhama (2).

Las características del medio natural, englobando a las nuevas citas, no difieren mucho de las reflejadas en el trabajo anterior (Arizaleta *et al.*, 2007-2008). En cuanto a la altitud hay que diferenciar entre las poblaciones serranas y los ejemplares del Valle del Ebro. En el primer caso, el intervalo altitudinal varía desde los 800 m de Igea hasta los 1.460 m de Villoslada de Cameros, con una banda entre los 900 y los 1.100 m en la que aparecen la mayor parte de las localizaciones. En las tierras bajas la mayoría de las citas se sitúan entre los 380 y los 520 m, con la excepción de Préjano a 645 metros.

Las orientaciones son variables pero, en general, tienen un componente sur predominante con variantes SE y SO. En cuanto al tipo de sustrato, la mayoría se asientan en terrenos de naturaleza calcárea (Arizaleta *et al.*, 2007-2008) sobre materiales terciarios en el Valle del Ebro y sobre materiales secundarios del Jurásico y Cretácico en las sierras ibéricas (IGME, 1980).

Teniendo en cuenta su posición marginal sobre suelos desnudos, en donde sí es capaz de competir con otros tipos de vegetación arbórea, y su proceso histórico de regresión, la mayor parte de las sabinas aparecen en entornos deforestados, sean laderas, ribazos o eriales procedentes de antiguas parcelas cultivadas. Se puede estimar en un 65% del total las localizaciones sobre matorrales-pastos y en el restante 35% sobre bosques, la mitad de los cuales son repoblaciones forestales recientes de coníferas y la otra mitad son bosques naturales, generalmente con coberturas arboladas escasas.

Del conjunto de las 16 estaciones con matorrales (Fernández, 2018), una mayoría (12) tiene presencia de aulagares, sean como dominantes o en mezcla con matorrales xerófilos basales, espinares, jarales altos (*Cistus laurifolius*) o matorrales xerófilos de media montaña. En el resto de las localizaciones (4) los matorrales dominantes son bujedos (*Buxus sempervirens*) (Foto nº 9).

5. DINÁMICA TERRITORIAL

5.1. Presencia histórica

Una vez obtenidos los mayores diámetros de cada localización o agrupación se ha tratado de establecer una correlación con su edad a través de la utilización de los datos recogidos en el 1er Inventario Forestal Nacional (Las coníferas en el 1er Inventario Forestal Nacional; Ministerio de Agricultura. ICONA, 1979). En su Anexo 4 (Tiempos de paso y número de pies) se recoge la correlación entre diámetros (d) y tiempos de paso (t) lo que permite,

Zubía | *núm. 37-38 (2019-2020), pp. 9-36*
ISSN 0213-4306

con una gran amplitud, asignar a las mediciones obtenidas un intervalo de edad y, en consecuencia, una aproximación a la presencia histórica de las poblaciones detectadas. El resultado de esta correlación ha sido el siguiente:

Diámetro normal (cm) <7,5	Clase diamétrica Regenerado	Rangos de edad (años) <50
7,5-17,5	I	50-103
17,5-27,5	II	103-158
27,5-37,5	III	158-213
37,5-47,5	IV	213-267
47,5-57,5	V	267-320
>57,5	VI	>320

Es necesario señalar que una gran parte de las localizaciones de sabina albar, especialmente las de individuos de mayor edad, se asienta sobre terrenos muy degradados con escaso suelo por lo que su crecimiento será muy reducido y en consecuencia, su edad, "por defecto", más elevada.

Los datos obtenidos se han contrastado con los árboles-tipo incluidos en el Proyecto de Ordenación del Monte de U.P. nº 363, "El Enebral", en el término municipal de Cabrejas del Pinar en Soria, (AGRESTA, 2005), encontrándose bastantes similitudes en las clases diamétricas mayores (+/- 1,6% en las clases III y IV), y menos en el resto (-12,3% en la clase II y - 33,76% en la clase I).

A partir de estos datos, y partiendo de la premisa de que no se pretende una asignación exacta de edades a los ejemplares encontrados, que exigiría métodos y esfuerzos (datación mediante barrena) que desbordan los objetivos de este trabajo, se han asociado estos rangos de edad a tres amplios periodos históricos que pueden servir para reflejar la evolución de esta especie en los siglos más recientes.

El resultado ha sido el siguiente: periodo entre mediados de los siglos XIX y XX (1860-1968) correspondiente a los rangos 50-103 y 103-158 años (clases diamétricas I y II); periodo entre mediados de los siglos XVIII y XIX (1750-1860) correspondiente a los rangos 158-213 y 213-267 años (clases diamétricas III y IV) y periodo anterior a mediados del siglo XVIII (1750) correspondiente a los rangos 267-320 y >320 años (clases diamétricas V y VI).

En el Anexo I, "Inventario de las sabinas albares (*Juniperus thurifera*) en La Rioja y aproximación a su presencia histórica", se recogen los datos obtenidos de las mediciones realizadas y a partir de los cuales se ha elaborado el Mapa nº 4 (Presencia histórica de la sabina albar, *Juniperus thurifera*, en La Rioja), pudiendo extraerse los siguientes resultados:

Presencia histórica anterior a mediados del siglo XVIII (1750)

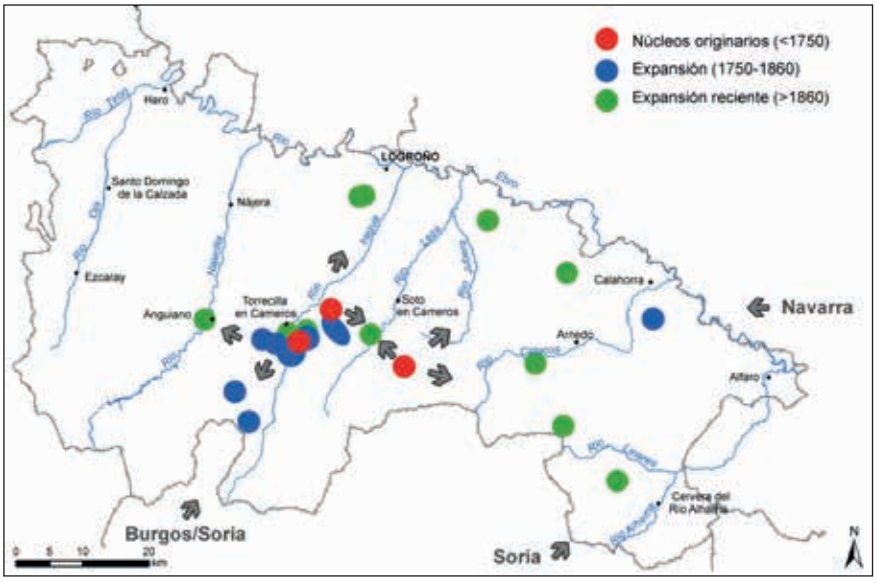
Se corresponde con los núcleos que albergan las mayores concentraciones de sabinas albares en La Rioja: Almarza de Cameros-Viguera y Aja-

Zubía | núm. 37-38 (2019-2020), pp. 9-36
ISSN 0213-4306

mil-Torremuña. Dentro del municipio de Almarza de Cameros destacan dos núcleos principales con presencia de numerosos ejemplares de la clase V (267-320 años), Almarza (Fuente El Moro) y Almarza-Viguera (Cerroyera), aunque es probable la existencia de sabinas de mayor edad. En los dos núcleos existentes en el municipio de Ajamil aparecen los ejemplares de mayor edad (clase VI), por encima de los 320 años.

Presencia histórica entre mediados de los siglos XVIII y XIX (1750-1860)

A este periodo pueden asignarse diversos ejemplares situados en el entorno del núcleo de Almarza de Cameros más los de Nieva de Cameros e, igualmente, los algo más lejanos de Ortigosa de Cameros y Villoslada de Cameros (cuenca alta del Iregua) y de San Román de Cameros (cuenca del Leza). Hay que destacar la presencia en este grupo del ejemplar de Calahorra, separado de las sabinas más recientes del Valle del Ebro, aunque existen dudas sobre la asignación de su edad dada la disposición de los fustes en la base del tronco.



Mapa nº 4. Presencia histórica de la sabina albar, *Juniperus thurifera*, en La Rioja.

Presencia histórica entre mediados de los siglos XIX y XX (1860-1968)

A este periodo más reciente le corresponde el resto de las localizaciones del Valle del Ebro (Ocón, Préjano, Murillo de Río Leza y Lardero). En el ámbito serrano aparecen algunas de las situadas en el entorno próximo del núcleo de Almarza de Cameros-Viguera, como las de Pinillos y Torrecilla en Cameros. Y, del mismo modo, las de Torre en Cameros y las más lejanas de

Zubía | *núm. 37-38 (2019-2020), pp. 9-36*
ISSN 0213-4306

Cornago e Igea en la cuenca del Alhama- Linares, además de la de Anguiano, única cita en la cuenca del Najerilla**.**

Es probable que los dos núcleos con mayor número de individuos y con ejemplares de mayor edad, Ajamil (Torremuña y Vadillos) y Almarza de Cameros-Viguera, se hayan convertido en los refugios de la especie durante las épocas de mayor deforestación de las sierras riojanas en coincidencia con los periodos de mayor presión antrópica (auge de la ganadería trashumante y de la industria textil derivada).

5.2. Procesos de expansión

El abandono del medio rural en las últimas décadas con la reducción de la superficie cultivada y la disminución de la cabaña ganadera extensiva han propiciado la expansión de los sabinares en España (Lucas, J.A., 1998; Alonso Ponce, R., *et* Pérez Pérez, E., 2003; Alonso *et al*., 2008). En La Rioja los procesos de expansión parecen desarrollarse a partir de los dos núcleos citados anteriormente coincidiendo con una menor presión ganadera desde los siglos XVIII y XIX, y con el lento y definitivo abandono de la trashumancia. En principio, no parece deducirse ninguna dificultad para la expansión de la especie a partir de las poblaciones más abundantes, salvo que su regeneración es lenta y difícil (Ruiz de la Torre, J., 2006).

En el caso de Almarza de Cameros-Viguera, además de la presencia de regenerado en su entorno más próximo, su expansión se extiende a zonas más alejadas de la cuenca del Iregua en donde se está produciendo una recolonización natural de la vegetación con presencia de matorrales y arbustedos sobre antiguas zonas de cultivo y pastizales extensivos (Foto nº 10 y 11). En el caso del núcleo de Ajamil también se ha detectado una expansión con presencia de ejemplares de diversas edades pero más limitada al entorno próximo de los ejemplares más longevos, quizás por la existencia de una mayor presión ganadera actualmente en la cuenca del Leza (Foto nº 12).

La práctica totalidad de las citas de ejemplares aislados, tanto en las zonas de montaña como en las tierras bajas del Valle del Ebro, no cuentan con ningún tipo de regeneración en sus cercanías, incluso cuando se trata de ejemplares productores de semilla, quizás limitada por un menor espacio potencial en el caso del Valle del Ebro, con total predominancia de cultivos agrícolas y escasez de terrenos forestales.

La mayor parte de los gálbulos de la sabina albar son dispersados por aves de talla media, especialmente las del género *Turdus* (Santos *et al.* 1994; Santos *et al.* 1999; Montesinos D., 2007). Con esta premisa se han definido tres círculos de expansión en función de la distancia desde los dos núcleos principales (< 15 km, 15-30 km y > 30 km) que permiten una aproximación a esta dinámica de dispersión, apuntándose los siguientes procesos expansivos:

— En el núcleo de Almarza de Cameros- Viguera, el primer círculo, además de los propios del municipio de Almarza de Cameros, abarcaría aproximadamente la totalidad de los ejemplares aislados del medio Iregua, alto Iregua, medio Najerilla y medio Leza. En el segundo círculo,

Zubía | *núm. 37-38 (2019-2020), pp. 9-36*
ISSN 0213-4306

entre 15 y 30 km se encontrarían algunos ejemplares del Valle del Ebro (Lardero y Murillo de Rio Leza).

— En el caso de Ajamil, dentro del primer círculo tan solo se encuentran las localizaciones de Torre en Cameros y San Román de Cameros. En el segundo estarían algunas del Valle del Ebro (Murillo de Río Leza, Ocón y Préjano) y quedaría Cornago en el Alhama- Linares a unos 26 km.

— Sin embargo, las dos localizaciones del Alhama-Linares, Cornago e Igea también estarían en el borde (15/17 km) del primer círculo de los sabinares albares sorianos de la cuenca alta del Alhama (Cerbión, Añavieja y Castilruiz) (López Leiva *et al*., 2009).

— En el caso de las sabinas presentes en el Valle del Ebro pueden considerarse también focos más lejanos: los sabinares de los Montes Obarenes (Miranda de Ebro) (López Leiva *et al*., 2009), con una distancia de unos 44 km a las sabinas del municipio de Lardero, y los escasos sabinares navarros de Las Bardenas (Vedado de Eguaras), situados a unos 35 km de la cita más cercana de Calahorra (Elósegui & Ursúa, 1990; Peralta de Andrés, J., 2010).

— En el caso de la cuenca alta del Iregua, la cita de Villoslada de Cameros se encuentra a unos 35 km de los sabinares sorianos de Abejar y a unos 42 km de los burgaleses de Moncalvillo y Palacios de la Sierra. (López Leiva *et al*., 2009).

Teniendo en cuenta la existencia de ejemplares con separación de sexos en la sabina albar, se ha valorado también la presencia de fruto, gálbulo, a los efectos de valorar el potencial de expansión de la especie. En el caso del núcleo Almarza de Cameros-Viguera (Fuente El Moro y Cerroyera) el porcentaje de ejemplares con fruto ha sido del 26,7%, mientras que en el de Ajamil (Torremuña y Vadillos) alcanza el 37,5%. Si analizamos el caso de los ejemplares aislados se obtiene un valor semejante con un 35,2 % del total, aunque con resultados dispares y una gran mayoría de sabinas sin fruto.

5.3. Procesos de regresión

Una de las características estudiadas en la población de sabina albar en La Rioja ha sido la forma de sus copas como indicador de la presión de la fauna herbívora. De los tres tipos principales de copa observados (cono, bola y candelabro) se han contabilizado los ejemplares con forma de bola, varios fustes paralelos desde la base, obteniéndose unos resultados similares para el conjunto de las poblaciones (Fotos nº 13 y 14). En el caso de los núcleos, el porcentaje de ejemplares con copa en forma de bola ha sido del 44,5% en Almarza de Cameros-Viguera y del 41,6 % en el de Ajamil, y en el caso de los ejemplares aislados del 43,7%.

Si a estos porcentajes les sumáramos los ejemplares con copas en candelabro, varios fustes a partir de una cierta altura del tronco, y previsiblemente originados por el ramoneo de los animales sobre la guía dominante, puede deducirse una importante presión histórica de la fauna sobre las sabinas (Foto nº 15).Sin embargo, esta presión, patente en la actual regene-

Zubía | *núm. 37-38 (2019-2020), pp. 9-36*
ISSN 0213-4306

ración con brotes ramoneados, más que amenazar el proceso expansivo de las sabinas, lo que puede estar provocando es su ralentización al retrasar el desarrollo de las copas.

Otra de las problemáticas observadas en las poblaciones de sabinas ha sido la competencia y la posterior dominancia sobre sus copas en entornos arbolados. Como ya se ha señalado, en la cuenca del Iregua se está produciendo desde hace muchos años un proceso natural de recuperación de la vegetación arbórea que está afectando, especialmente, al núcleo de Almarza de Cameros-Viguera (Foto nº 16). Esta competencia es visible en el enclave de Cerroyera con un encinar que, dejado de explotar a mata baja para leñas, está empezando a dominar a los ejemplares de sabina albar o, en el paraje de Fuente El Moro, donde las sabinas de los ribazos empiezan a coexistir con quejigos de mayor crecimiento. Esta circunstancia también se está produciendo allí donde se han realizado repoblaciones forestales de coníferas (*Pinus* sp.) y los pinos comienzan a dominar o a trabarse con las sabinas.

6. CONCLUSIONES

Los trabajos de prospección han permitido encontrar nuevas citas y ampliar la distribución territorial de la sabina albar en La Rioja, obteniéndose un primer inventario con un total de 443 ejemplares, 264 pies mayores y 179 pies menores. Por una parte, han aparecido ejemplares aislados en las cuencas del Najerilla y del Alhama- Linares, y se han encontrado más individuos en el Valle del Ebro. Por otra, se ha incrementado notablemente el número de individuos de los dos núcleos principales de Almarza de Cameros-Viguera y Ajamil, junto con un aumento de las 10 cuadrículas UTM (1x1 km) iniciales hasta las 32, lo que supone un incremento 22 nuevas cuadrículas.

En este sentido, se constata la existencia de dos núcleos principales como posibles refugios de la especie que cuentan con la presencia de un elevado número de individuos: roquedos calizos en Cerroyera (Almarza de Cameros-Viguera), ribazos en Fuente El Moro (Almarza de Cameros) y solanas erosionados en Fuente Ulagar y Río Vadillos (Ajamil-Torremuña). En dichos núcleos aparecen poblaciones con diversas clases diamétricas y con presencia de regeneración en zonas próximas o en el propio entorno de las sabinas de mayor edad.

En base a la medición de los diámetros y de una aproximación a su correlación con rangos de edad se comprueba la existencia de una dinámica expansiva a partir de estos dos núcleos desde mediados-finales del siglo XVIII, con presencia de diversos ejemplares aislados en la cuenca del Iregua y en el entorno cercano de las agrupaciones de Ajamil. La aparición de otros ejemplares aislados en lugares más lejanos, Valle del Ebro y cuenca del Alhama-Linares, puede estar ligada tanto a los citados núcleos riojanos como a otros focos extra regionales ubicados en tierras castellanas (Soria y Burgos) y, en menor medida, navarras (Bardenas).

Esta dinámica expansiva se ve contrastada con afecciones negativas como la derivada de la presión de los herbívoros, tal y como se comprue-

Zubía | *núm. 37-38 (2019-2020), pp. 9-36*
ISSN 0213-4306

ba con la existencia de regenerados recomidos. El hecho de ser objeto del ramoneo en sus etapas iniciales puede explicar la presencia de un elevado número de ejemplares de todas las edades con copas en forma de bola y el consiguiente brote desde la base de tallos coetáneos.

Otra de las afecciones actuales viene derivada de la competencia del arbolado dentro del proceso general de regeneración natural de los espacios montanos riojanos a causa de una menor presión antrópica. Su desarrollo en espacios abiertos que también son colonizados por matorrales y arbustedos y posteriormente por árboles, se ve amenazado a medio plazo por el rápido crecimiento de otras especies que pueden terminar dominándolas. En el ámbito agrícola del Valle del Ebro, con apenas espacios forestales y lejos de los núcleos emisores de semillas, su dinámica parece ser muy lenta y con riesgo de desaparición de los escasos ejemplares existentes.

En consecuencia, el futuro de los sabinares o, más bien, de las sabinas albares en La Rioja, varía entre la dinámica positiva de expansión en entornos próximos a las poblaciones existentes y las afecciones negativas por ramoneo del regenerado y por competencia del arbolado sobre una especie propia de espacios abiertos.

BIBLIOGRAFÍA

Agresta, 2005. Proyecto de Ordenación del Monte de U.P. nº 363, "El Enebral", en el término municipal de Cabrejas del Pinar (Soria). Consejería de Medio Ambiente. Junta de Castila y León. Inédito.

Alejandre, J.A, Arizaleta, J.A. Benito, J. & Medrano, L.M., 2000. *Catálogo de Especies Amenazadas de La Rioja*. Documento inédito. Consejería de Turismo y Medio Ambiente. Gobierno de La Rioja.

Alonso, R., Barrio, J.M. y Roig, S., 2008. Selvicultura de Juniperus thurifera L.. *Compendio de Selvicultura aplicada en España* (INIA).

Alonso, R., Pérez, E., 2003. Regeneración natural de la sabina albar (Juniperus thurifera L.) en terrenos agrícolas abandonados de la provincia de Soria. *Cuadernos de la SECF* 15:69-76.

Arizaleta, J.A., Fernández, R., Quintana, J.D., Alejandre, J.A., & Benito, J., 2007-2008. La sabina albar (Juniperus thurifera L.) en La Rioja. *Zubía*, 25-26: 7-16). Logroño.

Elósegui, J. & Ursúa, C., 1990. Las Bardenas Reales. Gobierno de Navarra.

Fernández, R., 2015. Memoria del Mapa de los bosques de La Rioja. Gobierno de La Rioja.

Fernández, R., López Leiva, C, & Bañares, T., 2015. Mapa de matorrales de La Rioja: revisión y metodología. *Pirineos. Revista de Ecología de Montaña*: Vol. 173. Jaca.

García López, J.M. & Allué Camacho, C. (2005). Caracterización y potencialidades fitoclimáticas de la sabina albar (*Juniperus thurifera* L.) en la Península Ibérica. Investigaciones Agrarias: Sistemas de Recursos Forestales 14 (1), 98-109.

IGME, 1980. Mapa geológico de España, 1:200.000. Logroño.

López Leiva, C., Espinosa, J. & Bengoa, J., 2009. Mapa forestal de Castilla-León, Síntesis 1:400.000. Junta de Castilla y León. Consejería de Medio Ambiente.

Lucas, J.A., 1998. Gestión, aprovechamiento y desarrollo sostenible de las masas de enebro, jabino o sabina albar (Juniperus thurifera L.) en la provincia de Soria. *Montes* 52: 121-130.

Ministerio de Agricultura. ICONA, 1979. Las coníferas en el 1er Inventario Forestal Nacional.

Montesinos D., 2007. Juniperus thurifera: una especie dioica, vecera y reelectica. *Ecosistemas* 16 (3): 172-185.

Pajares, P. & Sainz Ollero, H. (1997). Los bosques ibéricos, una interpretación geobotánica. Planeta. Barcelona.

Peralta de Andrés, J., 2010. Mapa de vegetación potencial de Navarra, 1:25.000; Hábitats: Coscojales, sabinares y lentiscares riojanos y barrenderos. Departamento de Desarrollo Rural y Medio Ambiente del Gobierno de Navarra. (http://www.cfnavarra.es/agricultura/informacion_agraria/mapacultivos/htm/ass_RhQc.htm).

Santos, T. y Terrería, J.L., 1994. Influence of forest fragmentation on seed consumption and dispersal of Spanish Juniper Juniperus thurifera. *Biological Conservation* 70:129-134.

Santos, T., Tellurian, J.L. y Virgós, E., 1994. Dispersal o Spanish Juniper Juniperus thurifera by birds and mammals in a fragmented landscape. *Ecography* 22: 193-204.

Ruiz de la Torre, J., 2006. Flora Mayor. Madrid.

ANEXO I. INVENTARIO DE LA SABINA ALBAR (*JUNIPERUS THURIFERA*) EN LA RIOJA Y APROXIMACIÓN A SU PRESENCIA HISTÓRICA

MUNICIPIO/Paraje	DISTRIBUCIÓN EJEMPLARES	Nº TOTAL EJEMPLARES	PIES MAYORES Nº (>7,5 cm)	PIES MENORES Regenerado Nº (<7,5 cm)	CLASE DIAMÉTRICA MAYOR	APROXIMACIÓN A SU PRESENCIA HISTÓRICA
LARDERO	Aislado	1	1		I	Siglos XIX-XX (1860-1968)
	Aislado	1	1		I	Siglos XIX-XX (1860-1968)
MURILLO DE RÍO LEZA	Aislado	1	1		II	Siglos XIX-XX (1860-1968)
OCÓN	Aislado	1	1		I	Siglos XIX- XX (1860-1968)
CALAHORRA	Aislado	1	1		IV	SIGLOS XVII-XIX (1750-1860)
PRÉJANO	Aislado	1	1		I	Siglos XIX-XX (1860-1968)
ANGUIANO	Aislado	1	1		I	Siglos XIX-XX (1860-1968)
ORTIGOSA DE CAMEROS	Aislado	1	1		III	SIGLOS XVIII-XIX (1750-1860)
VILLOSLADA DE CAMEROS	Aislado	1	1		III	SIGLOS XVIII-XIX (1750-1860)
NIEVA DE CAMEROS /Los Cabezuelos	Aislados	3	3		III	SIGLOS XVIII-XIX (1750-1860)
NIEVA DE CAMEROS/Valleluenga	Aislado	1	1		III	SIGLOS XVIII-XIX (1750-1860)
PINILLOS	Aislado	1	1		II	Siglos XIX- XX (1860-1968)

MUNICIPIO/Paraje	DISTRIBUCIÓN EJEMPLARES	Nº TOTAL EJEMPLARES	PIES MAYORES Nº (>7,5 cm)	PIES MENORES Regenerado Nº (<7,5 cm)	CLASE DIAMÉTRICA MAYOR	APROXIMACIÓN A SU PRESENCIA HISTÓRICA
TORRECILLA EN CAMEROS/Ctra Ribavellosa	Aislado	1	1		II	Siglos XIX-XX (1860-1968)
ALMARZA DE CAMEROS/Cocera	Aislados/Fincas borde quejigar	3	3		III	SIGLOS XVIII-XIX (1750-1860)
	Aislados/Quejigar	3	3			
	Aislado/Empalme Pinillos	1	1		II	Siglos XIX-XX (1860-1968)
	Aislado/Roquedo Iregua	1	1		I	Siglos XIX-XX (1860-1968)
ALMARZA DE CAMEROS/Dispersos	Aislado/Ctra Almarza	1	1		III	SIGLOS XVIII-XIX (1750-1860)
	Aislados/Muga pinar Ribavellosa	2	2		III	SIGLOS XVIII-XIX (1750-1860)
	Aislado/Fincas	1	1		II	Siglos XIX-XX (1860-1968)
	Aislado/Solana Rioseco	1	1			
ALMARZA DE CAMEROS/Fuente El Moro	Agrupación dispersa/Eriales	141	90	51	V	**ANTES MITAD SIGLO XVIII (1750)**
ALMARZA/ Ribavellosa dispersos	Dispersos/Pinar	25	6	19	IV	SIGLOS XVIII-XIX (1750-1860)
	Dispersos/Pinar	9	4	5	II	Siglos XIX-XX (1860-1968)
ALMARZA-VIGUERA /Cerroyera	Agrupacion dispersa/Roquedos	32	21	11	V	**ANTES MITAD SIGLO XVIII (1750)**

MUNICIPIO/Paraje	DISTRIBUCIÓN EJEMPLARES	Nº TOTAL EJEMPLARES	PIES MAYORES Nº (>7,5 cm)	PIES MENORES Regenerado Nº (<7,5 cm)	CLASE DIAMÉTRICA MAYOR	APROXIMACIÓN A SU PRESENCIA HISTÓRICA
	Aislados/Camino Torre	3	2	1	IV	SIGLOS XVIII- XIX (1750-1860)
TORRE EN CAMEROS	Aislado	1	1		II	Siglos XIX- XX (1860-1968)
SAN ROMAN DE CAMEROS	Aislado	1	1		III	SIGLOS XVII- XIX (1750-1860)
AJAMIL/Torremuña, Fuente Ulagar	Agrupación dispersa	80	60	20	VI	**ANTES MITAD SIGLO XVIII (1750)**
AJAMIL/Torremuña, Pinar	Aislado/Pinar	1	1		I	Siglos XIX- XX (1860-1968)
AJAMIL/Río Vadillos	Agrupación	120	48	72	VI	**ANTES MITAD SIGLO XVIII (1750)**
CORNAGO	Aislado	1	1		II	Siglos XIX- XX (1860-1968)
IGEA	Aislado	1	1		I	Siglos XIX- XX (1860-1968)
Total ejemplares inventariados		443	264	179		

ANEXO II.- FOTOGRAFÍAS



FOTO Nº 1.- La presencia de varios fustes agrupados en la base de algunos ejemplares ha dificultado la medición de sus diámetros a los efectos de asignación de un rango de edad para el estudio de su dinámica territorial.



FOTO Nº 2.- La dispersión por las aves de las semillas de las sabinas albares ha favorecido el asentamiento de ejemplares aislados en zonas lejanas de los enclaves originarios, como sucede en Lardero dentro de los espacios agrícolas del Valle del Ebro.

Zubía | *núm. 37-38 (2019-2020), pp. 9-36*
ISSN 0213-4306



FOTO Nº 3.- Algunos de los escasos ejemplares ubicados en el Valle del Ebro sobre espacios deforestados, como el de Calahorra, se ven afectados hoy día por las repoblaciones forestales realizadas a partir de mediados del siglo XX.



FOTO Nº 4.- Sobre una ladera caliza y de escaso suelo orientada al sur, se asienta en Almarza de Cameros-Viguera una de las poblaciones más antiguas de La Rioja que, en la actualidad, ha entrado en competencia con un encinar en recuperación tras el cese de las cortas para leñas.

Zubía | *núm. 37-38 (2019-2020), pp. 9-36*
ISSN 0213-4306



FOTO Nº 5.- En el municipio de Almarza de Cameros se encuentra la mayor población de sabinas de La Rioja ocupando las laderas y ribazos situados entre fincas de cultivo, hoy día abandonadas y ocupadas por matorrales y pastizales.



FOTO Nº 6.- En el enclave de Ajamil-Torremuña se encuentran algunos de los ejemplares de mayor edad de La Rioja sobre laderas con escaso suelo orientadas a solana.

Zubía | *núm. 37-38 (2019-2020), pp. 9-36*
ISSN 0213-4306



FOTO Nº 7.- La expansión de la sabina albar en el enclave de Ajamil-Vadillos está formando un pequeño bosquete a partir de un reducido número de ejemplares presentes hace más de 300 años.



FOTO Nº 8.- En las montañas orientales del sistema ibérico riojano este ejemplar de sabina albar, situado en Cornago, se asienta en los claros de un encinar con escasa densidad y altura sobre suelos pedregosos.

Zubía | *núm. 37-38 (2019-2020), pp. 9-36*
ISSN 0213-4306



FOTO Nº 9.- En la cuenca media del río Iregua las sabinas aparecen sobre matorrales dominantes de boj (*Buxus sempervirens*), como en este ejemplar aislado en Nieva de Cameros.



FOTO Nº 10.- En el caso del enclave de Almarza de Cameros-Fuente El Moro la regeneración de las sabinas arraiga en los claros del bosque de quejigos (*Quercus faginea*) y sobre antiguas parcelas agrícolas.

Zubía | *núm. 37-38 (2019-2020), pp. 9-36*
ISSN 0213-4306



FOTO Nº 11.- La sabina albar participa junto con otras coníferas como el enebro (*Juniperus communis*) en los procesos de colonización natural de terrenos anteriormente cultivados y sometidos a una menor presión de la ganadería extensiva.



FOTO Nº 12.- En torno a algunos pies mayores se produce la regeneración de las sabinas sobre entornos deforestados con escaso suelo, allí donde no encuentran competencia con otras especies arbóreas, como sucede en el enclave de Ajamil-Torremuña.

Zubía | *núm. 37-38 (2019-2020), pp. 9-36*
ISSN 0213-4306



FOTO Nº 13.- Es frecuente la existencia de ejemplares con numerosos pies desde la base, presumiblemente en, algunos casos, por el ramoneo de los animales sobre individuos de escasa talla lo que ha dado lugar a copas en forma de "bola".



FOTO Nº 14.- En muchos casos los ejemplares tienen una copa en forma de "candelabro", también posiblemente relacionada con la presión de los herbívoros sobre ejemplares de mayor talla y una vez anulado el crecimiento de la guía principal.

Zubía | *núm. 37-38 (2019-2020), pp. 9-36*
ISSN 0213-4306



FOTO Nº 15.- En muchos casos, la regeneración de las sabinas es objeto de ramoneo por el ganado o la fauna silvestre, dificultando la formación de copas en forma de "cono" y la posibilidad de competir en mejores condiciones con el arbolado más cercano.



FOTO Nº 16.- Los procesos de abandono del medio rural y la consiguiente recuperación de los bosques están produciendo efectos negativos sobre las poblaciones de sabina albar al entrar en competencia con ellas, especialmente con especies de mayor crecimiento como los robles.

Zubía | *núm. 37-38 (2019-2020), pp. 9-36*
ISSN 0213-4306

TABLAS DE VIDA Y PARÁMETROS POBLACIONALES DE *TRICHOGRAMMA CACOECIAE* Y *T. BRASSICAE* (HYMENOPTERA: TRICHOGRAMMATIDAE) SOBRE *LOBESIA BOTRANA* (LEPIDOPTERA: TORTRICIDAE): EFECTO DE LA ALIMENTACIÓN*

FERNANDO MORENO[1*]
IGNACIO PÉREZ-MORENO[2]
VICENTE MARCO[2]

RESUMEN

Se han construido las tablas de vida para una población autóctona de *Trichogramma cacoeciae* y otra, comercial, de *T. brassicae* utilizando como huésped a *Lobesia botrana*. Asimismo, se ha estudiado el efecto que la presencia de alimento (miel) tiene sobre los parámetros biológicos más relevantes de ambas poblaciones y sus tasas intrínsecas de crecimiento (r_m).

La alimentación tuvo efecto claro sobre la longevidad, fecundidad total por hembra, emergencia y tiempo de desarrollo de *T. cacoeciae*. En *T. brassicae*, sólo la longevidad se vio afectada significativamente por el alimento. En especies con un idéntico estatus alimenticio, *T. cacoeciae* fue la que mostró los valores más deseables para dichos parámetros, exceptuando el tiempo de desarrollo. *Trichogramma cacoeciae* presentó también parámetros poblacionales superiores a los de *T. brassicae*, lo que se tradujo en una r_m superior tanto en el caso de individuos alimentados como en el de no alimentados.

Palabras clave: *Trichogramma*, *Lobesia botrana*, ausencia de alimento, parámetros poblacionales.

Life tables have been made for an autochthonous population of Trichogramma cacoeciae, *and another commercially obtained population of* T. brassicae *using* Lobesia botrana *as host. In addition, the effect that the presence/absence of food (honey) exerted over the most relevant biological parameters for both populations and their intrinsic rate of increase (r_m) was assessed.*

* Registrado el 31 de enero de 2020. Aprobado el 19 de enero de 2021.

1. CEO Villa de Autol. C/ Donantes de sangre, 2. 26560, Autol (La Rioja). España. * E-mail: fmoreno-grijalba@gmail.com

2. Departamento de Agricultura y Alimentación. Universidad de La Rioja. C/ Madre de Dios, 51. 26006, Logroño (La Rioja). España.

Food had a clear effect on longevity, total fecundity per female, emergence and development period of T. cacoeciae *proving that fed individuals attained better values for these parameters. Regarding* T. brassicae*, only longevity was significantly affected by food. For species with identical food status,* T. cacoeciae *showed the best values, except for development period.* Trichogramma cacoeciae *also showed better population parameters than* T. brassicae*, resulting in higher* r_m *values both for fed individuals and food deprived ones.*

Key words: Trichogramma*,* Lobesia botrana*, food influence, population parameters.*

1. INTRODUCCIÓN

Lobesia botrana Den & Schiff. 1776 es, indudablemente, la especie plaga más importante del viñedo europeo y mediterráneo por la extensión y magnitud de los daños que causa (Coscollá, 1997). En la actualidad, cada vez hay disponibles más alternativas compatibles con el Manejo Integrado de Plagas (MIP), como insecticidas con modos de acción diferentes a los de los insecticidas convencionales (fenoxicarb, flufenoxurón, tebufenocida, metoxifenocida y azadiractina), insecticidas microbiológicos (sobre todo, los preparados a base de *Bacillus thuringiensis*) y la confusión sexual (Coscollá, 2006). El Control Biológico es otra de las herramientas compatible con el MIP que puede jugar un papel clave en el control de *L. botrana*.

Las especies del género *Trichogramma* son microhimenópteros gregarios, endoparasitoides de huevos de otros Endopterygota (Mills y Kuhlmann, 2000). Estos parasitoides de huevos han sido ampliamente utilizados en multitud de cultivos diferentes en programas inundativos de Control Biológico contra numerosas especies de lepidópteros nocivos (Smith, 1996). Varias especies de *Trichogramma* han sido descritas atacando a *L. botrana*. Por ejemplo, Barnay *et al*. (2001) observaron cuatro especies autóctonas de *Trichogramma* (*T. cacoeciae* Marchal 1927, *T. daumalae* Dugast y Voegelé 1984, *T. evanescens* Westwood 1833 y *T. principum* Sugonjaev y Sorokina 1976) parasitando huevos de *L. botrana* en viñedos de Alsacia (Francia).

Las tablas de vida y los parámetros que de ellas se deducen son de gran utilidad como indicadores del destino de una población bajo ciertas condiciones. El principal parámetro que se obtiene a partir de ellas es la tasa intrínseca de crecimiento (r_m), definida como la capacidad de incremento por individuo de una población bajo ciertas condiciones ambientales (temperatura, humedad, fotoperíodo, etc.), en un medio donde los efectos del aumento de la densidad de la población no son considerados (Birch, 1948). En el caso de los enemigos naturales, este parámetro nos indica lo bien que se desarrolla y multiplica éste sobre la plaga que nos interesa controlar. Por ello, las tablas de vida pueden jugar un papel esencial en el proceso de selección de agentes de control (Stenseng *et al*., 2003).

Consecuentemente, esta herramienta ha sido utilizada en la evaluación con fines prácticos de especies del género *Trichogramma*. Su importancia queda puesta de manifiesto al observar el amplio número de estudios realizados con especies de este género (Schöller y Hassan, 2001; Guzmán *et al*., 2014; Manohar *et al*., 2019). Asimismo, se han llevado a cabo numerosos estudios que pretenden determinar el efecto que ejercen factores diversos como la humedad relativa y la temperatura (Poorjavad *et al*., 2011), el termoperiodo (Reznik *et al*. 2015) o la infección por bacterias del género *Wolbachia* (Poorjavad *et al*., 2018) sobre el desarrollo y la reproducción (y, por tanto, sobre la tasa intrínseca de crecimiento).

Sin embargo, hasta ahora no se han desarrollado estudios de este tipo sobre *L. botrana*. Solamente Castaneda–Samayoa *et al*. (1993) realizaron ensayos destinados al conocimiento de parámetros biológicos de tres especies de *Trichogramma*, pero sin llegar a construir las tablas de vida.

Por otro lado, es ya conocido el efecto que la alimentación tiene sobre la fecundidad y longevidad de los insectos en general (Thompson, 1999; Uckan y Ergin, 2003) y de *Trichogramma* en particular (McDougall y Mills, 1997; Fuchsberg *et al*., 2007; Mashal *et al*., 2019). Dado que la fecundidad y la longevidad influyen enormemente en la r_m, aquellos factores que alteren estos parámetros, producirán también cambios en las correspondientes tasas intrínsecas de crecimiento (Eliopoulos, 2006).

En el presente estudio se ha evaluado el potencial reproductivo de una población autóctona de *T. cacoeciae* (capturada en La Rioja, España) sobre *L. botrana* con vistas a su futuro empleo como agente de Control Biológico de la misma y se ha comparado dicho potencial con el de otra especie de referencia (*T. brassicae*). Para ello, se han construido las correspondientes tablas de vida y se ha estudiado el efecto que la presencia-ausencia de alimento azucarado (miel) tiene sobre sus respectivas r_m.

2. MATERIALES Y MÉTODOS

2.1. Insectos

Los huevos de *L. botrana* empleados en los ensayos proceden de una población recolectada en un viñedo ecológico de La Rioja (España) en mayo de 2000, y mantenida en laboratorio desde entonces en una dieta artificial semisintética (Sáenz de Cabezón, 2003), en una cámara de crecimiento a 24 ± 1 ºC, 60 ± 10 % de humedad relativa y 16:8 L:O de fotoperiodo.

Los individuos de *T. cacoeciae* y *T. brassicae* empleados en los ensayos procedían de poblaciones mantenidas en laboratorio en idénticas condiciones de temperatura, humedad relativa y fotoperiodo descritas para *L. botrana*.

Una de ellas fue establecida a partir de individuos capturados en Hormilleja (La Rioja) en 2003 (*Trichogramma cacoeciae*). La otra población, de la especie *T. brassicae*, fue adquirida comercialmente a la empresa Biobest ese mismo año. Ambas especies se criaron sobre huevos de *E. kuehniella* de menos de 1 día de edad, esterilizados con luz ultravioleta (UV) y pegados

Zubía | *núm. 37-38 (2019-2020), pp. 37-54*
ISSN 0213-4306

a tiras rectangulares (7 cm x 1 cm) de cartulina amarilla por medio de una solución acuosa (0.1-0.3 %) de goma tragacanto (Scharlau Chemis S. A).

2.2. Parámetros biológicos y ensayos de tablas de vida

Para la evaluación del potencial de incremento de las poblaciones de ambas especies de *Trichogramma*, así como el efecto que la alimentación podía tener sobre el mismo, se realizaron un total de cuatro ensayos: *T. cacoeciae* con y sin miel (15 y 25 repeticiones, respectivamente) y *T. brassicae* con y sin miel (20 y 15 repeticiones, respectivamente). Todos los ensayos se desarrollaron bajo las mismas condiciones: 24 ± 1 ºC de temperatura, 60 ± 5 % de humedad relativa y fotoperiodo 16:8 (L:O). Cada repetición consistía en una cajita prismática de plástico de 6.5 x 4.5 x 2.5 cm. En cada una de ellas, se individualizaban hembras de menos de 24 horas de edad de la población correspondiente. En el caso de *T. brassicae* se introducían una hembra y dos machos por cajita para asegurar la cópula. En el caso de *T. cacoeciae*, debido a su carácter telitócico, sólo se introducía una hembra. Las cajitas presentaban un agujero circular de 2 cm de diámetro en la tapa superior para permitir la renovación del aire, tapado con papel de filtro para evitar que los adultos escaparan. En la misma tapa se colocaba una gota de miel como alimento azucarado en los ensayos que lo requerían. En la base, se depositaban 20 huevos de *L. botrana* de menos de 1 día de edad y esterilizados con luz UV.

Los huevos de *L. botrana* eran retirados diariamente, se reemplazaban por otros nuevos y se registraba la mortalidad de los adultos. Esta operación se repitió hasta la muerte de todos los parasitoides. Los huevos que habían estado en contacto con las hembras de *Trichogramma* se incubaban en las mismas condiciones de ensayo hasta el tercer o cuarto día, momento en el que ya era posible distinguir cuales estaban parasitados, puesto que se ennegrecen. Se determinaba entonces el número de huevos parasitados y el número de individuos del parasitoide observables dentro de dichos huevos, obteniéndose de esta manera una estimación de la fecundidad diaria por hembra. Para dicha observación se empleó una lupa Olympus SZH 10. Adicionalmente, se siguió el desarrollo de un número variable (más de 100 en todos los casos) de estos huevos puestos durante el pico de oviposición (días primero – cuarto) obteniéndose de ellos datos sobre el periodo de preoviposición, la duración media del desarrollo preimaginal, el porcentaje de emergencia (supervivencia en inmaduros) y la proporción sexual.

2.3. Análisis estadísticos

El efecto de la especie y la alimentación en los parámetros biológicos evaluados se determinó por medio del test t de Student. Cuando los datos no cumplían las hipótesis *a priori* de normalidad y homocedasticidad se utilizó el test U de Mann-Whitney para su análisis. Todos estos análisis se llevaron a cabo utilizando el programa informatico SPSS 10.0 (SPSS, 1999), con un nivel de significación del 5%.

Los parámetros de la tabla de vida se calcularon por medio del programa informático r_m 2.0 (Taberner *et al.*, 1993). Se calcularon los siguientes

Zubía | *núm. 37-38 (2019-2020), pp. 37-54*
ISSN 0213-4306

parámetros poblacionales: tasa intrínseca de crecimiento (r_m), tasa de reproducción neta (R_0), tasa finita de incremento (λ), duración media de una generación (T), y el tiempo de duplicación (TD). Gracias a este programa se obtuvieron estimaciones de la varianza de la tasa intrínseca de crecimiento, así como sus intervalos de confianza. A la hora de determinar la existencia de diferencias significativas se empleó el criterio de no solapamiento de los intervalos de confianza al 95 % de los parámetros considerados.

3. RESULTADOS

Los individuos de *T. cacoeciae* alimentados con miel presentaron una mayor longevidad que aquellos no alimentados (Figura 1).

La longevidad máxima observada para los individuos alimentados fue de 30 días (registrándose el primer adulto muerto el día 21), mientras que en el caso de no tener acceso a alimento, los individuos más longevos alcanzaron los 16 días de vida y ya se observó una cierta mortalidad (en torno al 10 %) el primer día de ensayo. Asimismo, los individuos de *T. cacoeciae* alimentados presentaron una fecundidad total por hembra y unos valores diarios medios de la misma más elevados que sus contrapartidas no alimentadas.

El periodo de preoviposición resultó ser menor de un día, ya que se registró puesta al primer día de ensayo.

La puesta en ambos casos se concentra principalmente en los primeros días de oviposición (días 1-4 para los individuos alimentados y días 1-3 para los no alimentados).

En cuanto a *T. brassicae*, la longevidad se redujo drásticamente cuando no era alimentada, pasando de un máximo de 20 días a tan sólo 5 (Figura 2). Cuando los individuos tenían acceso a miel se registró una pequeña mortalidad (15 %) al inicio del ensayo. Sin embargo, cuando no había alimento disponible casi la mitad de los individuos habían muerto al primer día. Las fecundidades medias diarias y las totales fueron ligeramente superiores para el caso de individuos no alimentados. El periodo de preoviposición obtenido para *T. brassicae* fue también menor de un día, tanto en el caso de individuos alimentados como en el de aquellos desprovistos de miel. La puesta volvió a concentrarse preferentemente en los primeros días (días 1-5 para los individuos alimentados y 1 y 2 para los no alimentados).

La presencia de alimento azucarado afectó significativamente a los parámetros biológicos de ambas especies.

La tabla 1 muestra cómo, además de en la longevidad y fecundidad (ya comentadas), la alimentación provocó la existencia de diferencias significativas en el resto de parámetros evaluados en *T. cacoeciae* (emergencia y tiempo de desarrollo), exceptuando la proporción sexual. Los individuos que tuvieron acceso a alimento fueron los que presentaron valores superiores en dichos parámetros, con la excepción del tiempo de desarrollo.

Zubía | *núm. 37-38 (2019-2020), pp. 37-54*
ISSN 0213-4306

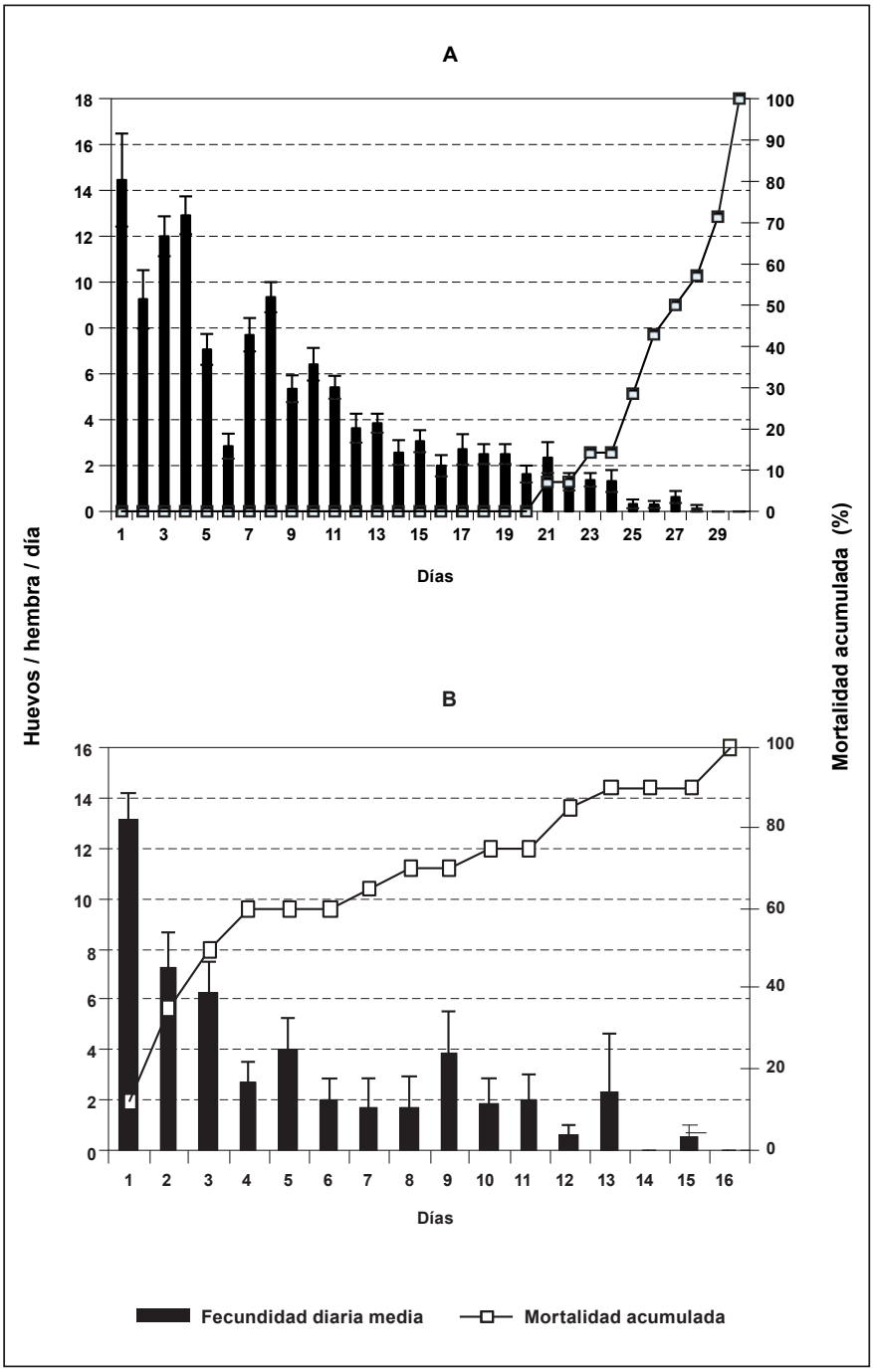


Figura1. Fecundidad media diaria (± error típico) y mortalidad acumulada de *Trichogramma cacoeciae* tanto alimentada con miel (A) como sin acceso a ella (B), sobre *Lobesia botrana*.

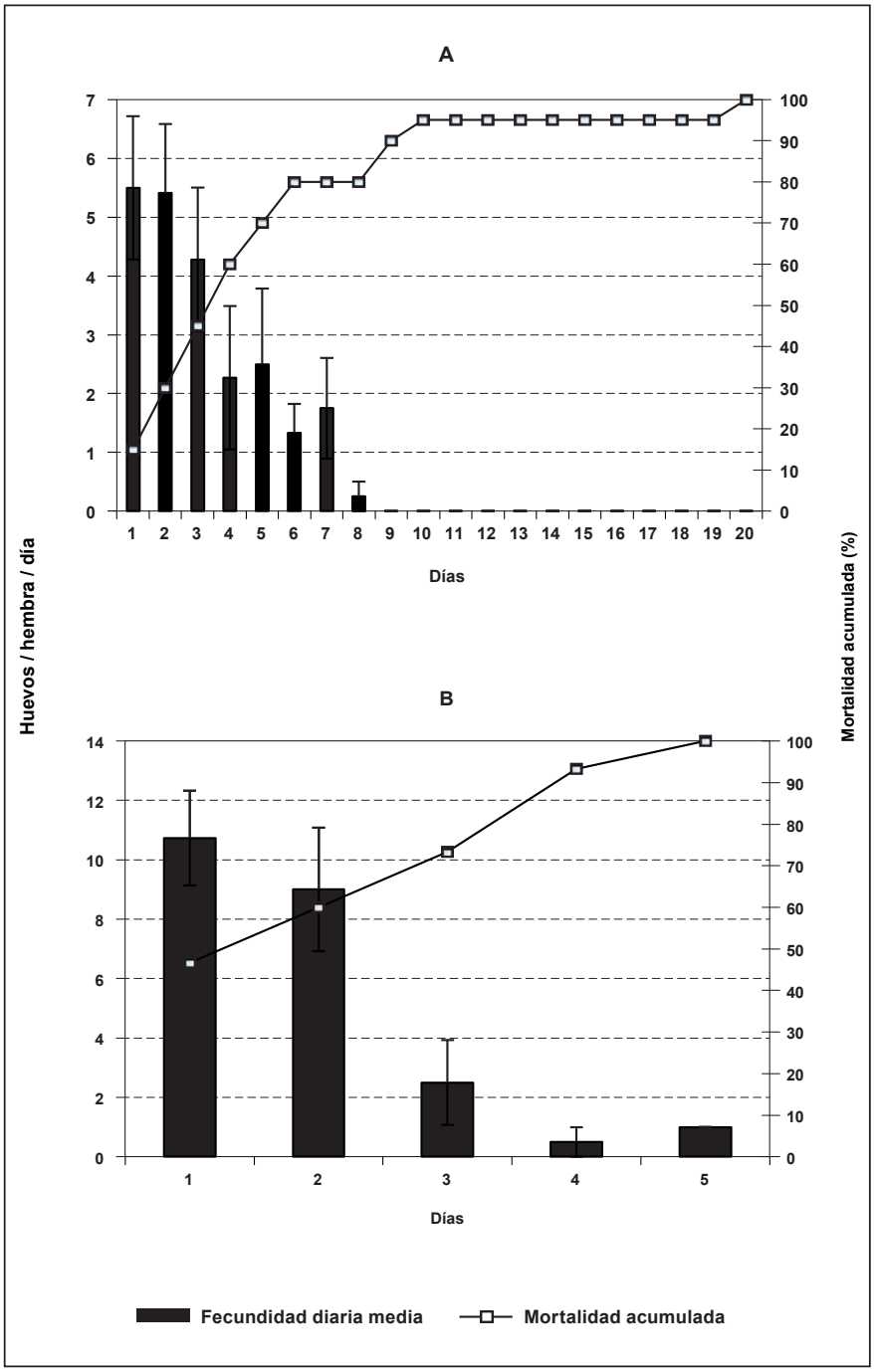


Figura 2. Fecundidad media diaria (± error típico) y mortalidad acumulada de *Trichogramma brassicae* tanto alimentada con miel (A) como sin acceso a ella (B), sobre Lobesia botrana.

Zubía | *núm. 37-38 (2019-2020), pp. 37-54*
ISSN 0213-4306

Tabla 1. Influencia de la alimentación en los parámetros biológicos (± error típico) de *Trichogramma cacoeciae* obtenidos sobre *Lobesia botrana*.

	***T. cacoeciae* con alimento**	***T. cacoeciae* sin alimento**
N[a]	**15**	**25**
Longevidad (días)	26.8 ± 0.8a	5.3 ± 1.2b
Emergencia (%)	90.7 ± 2.3a	79.7 ± 2.8b
Tiempo de desarrollo (días)	11.0 ± 0.6a	11.6 ± 0.1b
Fecundidad total/ hembra	123.8 ± 4.8a	*36.1 ± 5.1b*
Proporción sexual	1 ± 0a	1 ± 0a

Valores seguidos por letras diferentes dentro de una misma fila indican diferencias significativas (P<0.05; prueba U de Mann-Whitney para longevidad y tiempo de desarrollo y t de Student para el resto). [a] Tamaño muestral.

Sin embargo, en el caso de *T. brassicae*, ningún parámetro (excepto la longevidad) fue significativamente diferente entre los individuos alimentados y los privados de alimento (Tabla 2).

Tabla 2. Influencia de la alimentación en los parámetros biológicos (± error típico) de *Trichogramma brassicae* obtenidos sobre *Lobesia botrana*.

	***T. brassicae* con alimento**	***T. brassicae* sin alimento**
N[a]	**20**	**15**
Longevidad (días)	4.5 ± 1.1a	1.8 ± 0.4b
Emergencia (%)	35.6 ± 7.9a	44 ± 6a
Tiempo de desarrollo (días)	9.9 ± 0.2a	9.5 ± 0.1a
Fecundidad total/ hembra	16.1 ± 3.3a	16.6 ± 2.4a
Proporción sexual	0.62 ± 0.10a	0.71 ± 0.12a

Valores seguidos por letras diferentes dentro de una misma fila indican diferencias significativas (P<0.05; t de Student). [a] Tamaño muestral.

Al comparar individuos que presentaban idéntico status alimenticio, se puso de manifiesto el efecto especie (Tablas 3 y 4). *Trichogramma cacoeciae* y *T. brassicae* difieren significativamente en todos los parámetros evaluados si bien en algunos casos dicha significación no fue elevada (fecundidad total/hembra de individuos no alimentados, P = 0.049). *Trichogramma brassicae* presenta un tiempo de desarrollo inferior al de *T. cacoeciae* (9.5 días frente a 11.6), pero para el resto de parámetros es esta última la que presenta mejores valores.

Tabla 3. Comparación por especie de los parámetros biológicos (± error típico) de *Trichogramma cacoeciae* y *T. brassicae* alimentadas con miel, obtenidos sobre *Lobesia botrana*.

	T. cacoeciae	*T. brassicae*
N[a]	**15**	**20**
Longevidad (días)	26.8 ± 0.8a	4.5 ± 1.1b
Emergencia (%)	90.7 ± 2.3a	35.6 ± 7.9b
Tiempo de desarrollo (días)	11.0 ± 0.6a	9.9 ± 0.2b
Fecundidad total/ hembra	123.8 ± 4.8a	16.1 ± 3.3b
Proporción sexual	1 ± 0a	0.62 ± 0.10b

Valores seguidos por letras diferentes dentro de una misma fila indican diferencias significativas (P<0.05; prueba U de Mann-Whitney para emergencia, tiempo de desarrollo y proporción sexual y t de Student para el resto). [a] Tamaño muestral.

Tabla 4. Comparación por especie de los parámetros biológicos (± error típico) de *Trichogramma cacoeciae* y *T. brassicae* desprovistas de miel, obtenidos sobre *Lobesia botrana*.

	T. cacoeciae	*T. brassicae*
N[a]	**25**	**15**
Longevidad (días)	5.3 ± 1.2a	1.8 ± 0.4b
Emergencia (%)	79.7 ± 2.8a	44.0 ± 6.4b
Tiempo de desarrollo (días)	11.6 ± 0.1a	9.5 ± 0.1b
Fecundidad total/ hembra	31.5 ± 5.1a	16.6 ± 2.4b
Proporción sexual	*1 ± 0a*	*0.71 ± 0.12b*

Valores seguidos por letras diferentes dentro de una misma fila indican diferencias significativas (P<0.05; prueba U de Mann-Whitney para proporción sexual y t de Student para el resto). Los datos de fecundidad total por hembra se transformaron a raíz cuadrada de x. [a] Tamaño muestral.

El efecto positivo de la alimentación también se apreció en los parámetros poblacionales calculados a partir de las tablas de vida y las matrices de fecundidad correspondientes (Tabla 5).

La tasa intrínseca de crecimiento más elevada es la que presenta *T. cacoeciae* con alimento (0.31), más del doble de la que se obtiene en ambos casos para los individuos de la otra especie, tanto alimentados como no (0.12 y 0.16, respectivamente). *T. cacoeciae* con alimento presentó además la mayor tasa de reproducción neta (R_0), la mayor tasa finita de incremento (λ) y el menor tiempo de duplicación (TD). Los individuos no alimentados de *T. cacoeciae* mostraron un valor de r_m (0.23) superior también al de ambas poblaciones de *T. brassicae* y valores intermedios para el resto de parámetros calculados. En el caso de *T. brassicae*, se obtuvo una mayor

Zubía | *núm. 37-38 (2019-2020), pp. 37-54*
ISSN 0213-4306

r_m con los individuos no alimentados con miel, si bien esta diferencia no fue significativa puesto que los intervalos de confianza se solapaban ampliamente (Tabla 5). Los individuos de T. *brassicae* mostraron duraciones medias de una generación (T) menores que sus homólogos de *T. cacoeciae*, siendo concretamente los individuos no alimentados los que presentaron la menor duración de todos ellos.

Tabla 5. Parámetros poblacionales de *Trichogramma cacoeciae* y *T. brassicae*, con y sin alimento, sobre huevos de *L. botrana*.

	Especie y status alimenticio			
Parámetros poblacionales	***T. cacoeciae* con miel**	***T. cacoeciae* sin miel**	***T. brassicae* con miel**	***T. brassicae* sin miel**
$\mathbf{r_m}$ [a]	0.310 ± 0.002 (0.304; 0.317)	0.226 ± 0.010 (0.205; 0.247)	0.117 ± 0.010 (0.079; 0.155)	0.156 ± 0.010 (0.128; 0.184)
R_0	112.014	24.453	3.736	5.079
λ	1.364	1.254	1.124	1.169
T (días)	18.59	13.80	11.89	10.43
TD (días)	2.23	3.06	5.92	4.44

[a] r_m ± error típico. Entre paréntesis figuran los valores de los correspondientes intervalos de confianza para la r_m al 95 %.

4. DISCUSIÓN

Los individuos de *T. cacoeciae* alimentados con miel presentaron una mayor longevidad y fecundidad (total y media diaria) que aquéllos no alimentados. En el caso de *T. brassicae*, las fecundidades medias diarias y las totales observadas fueron ligeramente superiores para el caso de individuos no alimentados. Esto pudo ser debido a que en el ensayo con hembras alimentadas hubo 5 de ellas que no parasitaron huevo alguno durante su vida, mientras que sólo dos hembras no alimentadas murieron sin haber efectuado puesta. De hecho, cuando el análisis se repetía sin tener en cuenta dichas hembras, la fecundidad total sí resultaba superior en los individuos alimentados, aunque sólo ligeramente (diferencia no significativa).

La longevidad de los individuos de *T. cacoeciae*, tanto alimentados (26.8 días) como no (5.3 días), resultó ser superior a la registrada para *T. brassicae*. Estos valores tan altos son similares a los obtenidos en otras especies de *Trichogramma*. Por ejemplo, Orphanides y González (1971) midieron la longevidad de *T. pretiosum* y *T. retorridum* sin alimento disponible, obteniendo valores medios de 17.3 y 16.9 días, respectivamente. Cuando evaluaron la longevidad de *T. pretiosum* junto con miel, las últimas muertes se produjeron hacia el día 27, es decir, un valor similar al nuestro. Sin embargo, las primeras hembras muertas se registraban ya en los días 1-6, mucho antes que en nuestro caso, donde esto ocurría a los 20 días. Con todo, la curva de supervivencia de *T. pretiosum* obtenida por estos

autores era relativamente parecida a la que obtenemos con *T. cacoeciae*, con la mayor mortalidad concentrándose en los últimos 10 días de vida. Saber *et al*. (2004), trabajando con *T. cacoeciae* (y con acceso a alimento), obtuvieron longevidades máximas de 22 días y medias de 15 en *Sitotroga cerealella* (Olivier), algo inferiores a las mostradas por los individuos de nuestra población.

La longevidad observada para *T. brassicae* concuerda con la registrada en la bibliografía. Así, Steidle *et al*. (2001) obtuvieron un valor medio de 2.6 días en individuos no alimentados, muy similar al observado en nuestro ensayo (1.76 días). Por otro lado, Iranipour *et al*. (2009) observaron longevidades máximas de hasta 30 días también para *T. brassicae* en huevos de *Anagasta kuehniella* y de hasta 38, en *Plodia interpunctella*, con individuos alimentados con miel y trabajando con la misma temperatura que en nuestro estudio. Tales diferencias pudieron deberse a los diferentes huéspedes empleados y también al efecto que la población de *Trichogramma* tiene en dichos parámetros y que nostros mismos hemos constatado en ensayos posteriors (datos no publicados). Finalmente, Gurr y Nicol (2000) también constataron el efecto positivo que la alimentación (con miel) tuvo sobre la longevidad de *T. carverae* y *T.* nr. *brassicae*.

La alimentación tuvo un efecto claro sobre la longevidad de ambas especies. La mayoría de estudios de nutrición realizados con parasitoides demuestran que las picaduras alimenticias ('host feeding') proveen de nutrientes necesarios para que la oogénesis tenga lugar, mientras que las fuentes azucaradas (como la miel, el néctar, etc) aportan energía para el mantenimiento del individuo (Thompson, 1999). Es decir, las picaduras alimenticias afectarían a la fecundidad mientras que la alimentación a partir de sustancias azucaradas, a la longevidad. Nuestros resultados son coherentes con los obtenidos en otras especies de *Trichogramma*. Por ejemplo, Mashal *et al*. (2019) comprobaron el claro efecto que diferentes fuentes de alimentación (polen, propóleo, miel, jalea real, combinaciones de estas, etc.) tuvieron sobre la fecundidad total media de hembras de *T. cacoeciae*. Si bien algunas combinaciones de alimentos tuvieron efectos insignificantes, en otros casos las fecundidades obtenidas multiplicaban por 5 las observadas para el testigo no alimentado (de unos 13 huevos por hembra). Estudios similares con *T. brassicae* han llegado a idénticas conclusiones (Özer y Demirtas, 2017).

El periodo de preoviposición fue menor de un día, al registrarse puesta ya el primer día de ensayo. Esto concuerda con los datos obtenidos por Nasr *et al*. (1995) para *T. evanescens*, Schöller y Hassan (2001) para *T. cacoeciae* y Hansen y Jensen (2002), para *T. turkestanica*. Zhang *et al*. (2001) también obtuvieron periodos de preoviposición inferiores a un día en las cuatro especies de *Trichogramma* que evaluaron, puesto que individuos de esas especies menores de un día de edad fueron capaces de parasitar huevos de *Plutella xylostella*. Un periodo de preoviposición reducido disminuye el tiempo durante el cual el parasitoide es inactivo reproductivamente y aumenta su potencial reproductor, constituyendo una característica deseable en un agente de control biológico.

Zubía | *núm. 37-38 (2019-2020), pp. 37-54*
ISSN 0213-4306

Flanders (1950) clasificó a los himenópteros parasitoides de huevos en dos grandes grupos en función de su modo de producción de huevos. Los parasitoides proovigénicos completan la oogénesis antes de su emergencia, o muy poco tiempo después. Las especies proovigénicas suelen presentar picos de oviposición cercanos a su momento de emergencia y longevidades no muy elevadas (Fleury y Boulétreau, 1993). Por el contrario, en los parasitoides sinovigénicos, la maduración de los huevos comienza tras la emergencia y continúa durante toda su vida. Las especies del género *Trichogramma* son consideradas generalmente como proovigénicas (Mills y Kuhlmann, 2000), aunque existen estudios que demuestran que algunas son sinovigénicas (por ejemplo Bai y Smith, 1993). Tanto *T. cacoeciae* como *T. brassicae* mostraron características propias de especies proovigénicas, puesto que en ambas el máximo de puesta tuvo lugar durante sus primeros días de vida y su longevidad fue reducida en ausencia de alimento (efecto éste mucho más marcado en *T. brassicae*). Sin embargo, Hegazi y Khafagi (2001) colocan a *T. cacoeciae* en una posición intermedia entre proovigénica y sinovigénica y Makee (2005) la considera como parcialmente sinovigénica.

Las fecundidades totales por hembra fueron también muy elevadas en el caso de *T. cacoeciae*, si bien su valor se redujo ostensiblemente cuando los individuos no tuvieron acceso a una fuente de alimento. Los valores observados para este parámetro en otras especies del género *Trichogramma* son variables, pero en general inferiores al mostrado por la población de *T. cacoeciae* aquí estudiada. Zhang *et al*. (2001) obtuvieron valores para dicho parámetro de 32.8, 30, 22.2 y 13.7 para *T. chilonis*, *T. nerudaii*, *T. pretiosum* y *T. ostriniae*, respectivamente (y todas ellas alimentadas con miel). Haile *et al*. (2002) registraron valores de fecundidad total por hembra en individuos de *T. cacoeciae* nr. *mwanzai* y *T. bournieri* alimentados con una mezcla de miel, gelatina y agua destilada de 76 y 47.8 huevos por hembra, respectivamente. Por otro lado, Mashal *et al*. (2019) reportaron valores de hasta 119.3 huevos por hembra en el caso de *T. evanescens*. Foerster *et al*. (2014), experimentando con hembras de *T. atopovirilia* alimentadas con miel, obtuvo cifras de hasta unos 100 huevos por hembra en periodos de tan solo tres días.

En nuestro estudio no se han tenido en cuenta los huevos puestos por las hembras que no han alcanzado el estado de pupa (ennegrecimiento al 4º o 5º día). Es prácticamente seguro que las hembras de *T. cacoeciae* y *T. brassicae* pusieron más huevos de los que se han acabado registrando. Por ello, los datos de fecundidad pueden haber sido infraestimados. Sin embargo, Klomp y Teerink (1978) observaron que *T. embryophagum* deposita un solo huevo (raramente dos) en huevos de *E. kuehniella*. Asimismo, determinaron que la mortalidad preimaginal de esta especie en el caso de huevos no superparasitados era casi nula (por lo tanto despreciable). Estos dos hechos son extensibles a todas aquellas especies huésped con huevos de pequeño tamaño, incluida *L. botrana*, por lo que la infraestimación cometida y mencionada anteriormente puede ser poco significativa.

El efecto de la alimentación sobre la fecundidad no fue claro en absoluto en *T. brassicae*. En el caso de *T. cacoeciae*, sí hubo un aumento signi-

ficativo de la fecundidad total por hembra (123.8 ± 4.8 huevos por hembra frente a 31.5 ± 5.1). En nuestro estudio, había huevos huésped continuamente presentes, con lo que podría resultar complicado distinguir el efecto que la alimentación ejerció realmente sobre los parámetros evaluados (ya que dicho aumento podría deberse a la miel, a posibles picaduras alimenticias o a ambas cosas). Por otro lado, como ya se señaló anteriormente, ambas especies se comportaron como especies proovigénicas. Las especies sinovigénicas se alimentan para continuar madurando huevos típicamente por medio de picaduras alimenticias y para sobrevivir más tiempo (por medio de fuentes de alimento azucaradas), mientras que las proovigénicas lo hacen para incrementar su longevidad (Mills y Kuhlmann, 2000). Debido a este carácter proovigénico y al hecho de que los individuos de *T. cacoeciae* y de *T. brassicae* no han sido nunca observados realizando picaduras alimenticias ni durante los ensayos ni durante la cría masiva, es poco probable que éstas hayan tenido lugar. Por tanto, podríamos pensar que el efecto ejercido por la alimentación en la fecundidad es más bien indirecto, consecuencia del aumento registrado en la esperanza de vida (de casi 6 veces, al comparar las medias) de los individuos alimentados. Sin embargo, las fecundidades medias diarias también fueron superiores (a veces significativamente) en el caso de los individuos alimentados de *T. cacoeciae*, con lo que el aumento observado en la fecundidad de esta especie es también atribuible a la alimentación de los individuos. En la naturaleza existen especies que no son ni estrictamente proovigénicas ni sinovigénicas (Jervis *et al.*, 2001) y *T. cacoeciae* parece ser una de ellas. Se conocen además ejemplos de especies sinovigénicas que son capaces de aumentar su potencial reproductor a través de sustancias azucaradas (ver Eliopoulos y Stathas, 2005) y este podría ser también el caso de *T. cacoeciae*.

Este incremento en la longevidad y en la fecundidad en los individuos alimentados con miel, provocó, a su vez, la obtención de mayores r_m para éstos. Estos valores de r_m elevados no son infrecuentes en las especies del género *Trichogramma*. Así, Bari *et al*. (2015) obtuvieron valores de 0.316 para la r_m de individuos de *T. zahiri* alimentados con miel y criados sobre *Dicladispa armigera* a 26 ºC. Guzmán *et al*. (2014) evaluaron el potencial de diversas líneas puras y variables genéticamente de *T. pretiosum*, obteniendo valores entre 0.178 y 0.327 para las correspondientes r_m.

En cuanto a *T. cacoeciae* se refiere, las altas r_m obtenidas en nuestro estudio son consistentes con las observadas por otros autores. Saber *et al*. (2004) observaron valores de la r_m de 0.34 a 25 ºC para una población de *T. cacoeciae* alimentada con miel sobre huevos de *S. cerealella*. Özer y Kara (2010) obtuvieron una r_m de 0.5135 (notablemente mayor que la nuestra) también con individuos alimentados, aunque a 25 ºC y sobre *E. kuehniella*.

A la vista de estos resultados, sería útil implementar la posibilidad de proveer a *T. cacoeciae* con alimento suplementario con vistas a su futuro empleo en campo, ya que de todos los factores que afectan la longevidad y fecundidad potencial en *Trichogramma* este es el más fácilmente manipulable y viable desde el punto de vista práctico y económico (McDougall y Mills, 1997).

5. CONCLUSIONES

A la luz de los resultados obtenidos, caben resaltar las siguientes conclusiones:

- Las dos especies de *Trichogramma* ensayadas fueron capaces de desarrollarse sobre *L. botrana*.
- La alimentación ejerció un efecto claro y significativo sobre la longevidad de los individuos de ambas especies y sobre el resto de parámetros evaluados de *T. cacoeciae*, excepto la proporción sexual. Los individuos de *T. cacoeciae* que tuvieron acceso a alimento fueron más longevos, se desarrollaron más rápidamente y presentaron valores de fecundidad total por hembra y emergencia más elevados.
- *T. cacoeciae* exhibió unos parámetros biológicos (fecundidad, emergencia y longevidad) y poblacionales mejores que *T. brassicae*, lo que se tradujo en una r_m superior, tanto en el caso de individuos alimentados (0.31 frente a 0.11) como en el de no alimentados (0.22 frente a 0.15).
- Por tanto, esta población de *T. cacoeciae* parece un prometedor candidato como agente de control de *L. botrana* dado que los valores obtenidos para su r_m y demás parámetros biológicos relevantes (longevidad, proporción sexual, fecundidad, etc.) son tan altos o incluso más altos que los obtenidos para otras muchas otras especies de *Trichogramma*, incluidas algunas ya comercializadas como agentes de control, como *T. brassicae*.
- Por último, las diferencias encontradas entre los parámetros biológicos y poblacionales comentados y los recopilados de la bibliografía podrían deberse a 4 factores principales: la especie / población de *Trichogramma* empleada, la especie huésped a la que pertenecen los huevos ofrecidos durante los ensayos, la temperatura y, finalmente, la alimentación.

6. AGRADECIMIENTOS

Agradecemos al Ministerio de Educación y Ciencia y a la Consejería de Educación, Juventud y Deportes del Gobierno de La Rioja por el apoyo brindado en la consecución del presente trabajo a través de los proyectos AGL2004-07566-C02-01 y ANGI2001/14, respectivamente.

Asimismo, Fernando Moreno disfrutó de una beca de dicha Consejería durante la realización de este estudio.

BIBLIOGRAFÍA

Bai, B. y Smith, S. M. (1993). Effect of host availability on reproduction and survival of the parasitoid wasp *Trichogramma minutum*. *Ecological Entomology*, 18, 279-286.

Bari, M. N.; Jahan, M. e Islam, K. S. (2015). Effects of temperature on the life table parameters of *Trichogramma zahiri* (Hymenoptera: Trichogrammatidae), an egg parasitoid of *Dicladispa armigera* (Chrysomelidae: Coleoptera). *Environmental Entomology*, 44 (2), 368-378.

Barnay, O.; Hommay, G.; Gertz, C.; Kienlen, J. C.; Schubert, G.; Marro, J. P.; Pizzol, J. y Chavigny, P. (2001). Survey of natural populations of Trichogramma (*Hym., Trichogrammatidae*) in the vineyards of Alsace (France). *Journal of Applied Entomology*, 125, 469-477.

Birch, L. C. (1948). The intrinsic rate of natural increase of an insect population. *Journal of Animal ecology*, 17, 15-26.

Castaneda-Samayoa, O.; Holst, H. y Ohnesorge, B. (1993). Evaluation of some *Trichogramma* species with respect to biological control of *Eupoecilia ambiguella* Hb and *Lobesia Botrana* Schiff. (Lep., Tortricidae). *Journal of Plant Diseases and Protection*, 100, 599-610.

Coscollá, R. (1997). *La polilla del racimo de la vid* (*Lobesia botrana* Den. & Schiff.). Ed. Generalitat Valenciana-Conselleria de Agricultura, Pesca y Alimentación, Valencia, España.

Coscollá, R. (2006). Evolución de la lucha contra la polilla del racimo de la vid. *Agrícola Vergel*, 294, 284-291.

Eliopoulos, P. A. (2006). Life tables of *Venturia canescens* (Hymenoptera: Ichneumonidae) parasitizing the Mediterranean flour moth (Lepidoptera: Pyralidae). *Journal of Economic Entomology*, 99, 237-243.

Eliopoulos, P. A. y Stathas, G. J. (2005). Effects of temperature, host instar, and adult feeding on progeny production by the endoparasitoid *Venturia canescens* (Gravenhorst) (Hymenoptera: Ichneumonidae). *Environmental Entomology*, 34, 14-21.

Flanders, S. E. (1950). Regulation of ovulation and egg disposal in the parasitic Hymenoptera. *Canadian Entomologist*, 82, 134-140.

Fleury, F. y Boulétreau, M. (1993). Effects of temporary host deprivation on the reproductive potential of *Trichogramma brassicae*. *Entomologia Experimentalis et Applicata*, 68, 203-210.

Foerster, M. R.; Marchioro, C. A. y Foerster, L. A. (2014). Temperature-dependent parasitism, survival, and longevity of five species of *Trichogramma Westwood* (Hymenoptera: Trichogrammatidae) associated with *Anticarsia gemmatalis* Hübner (Lepidoptera: Noctuidae). *Neotropical Entomology*, 43, 176-182.

Fuchsberg, J. R.; Yong, T.-H.; Losey, J. E.; Carter, M. E. y Hoffmann, M. P. (2007). Evaluation of corn leaf aphid (*Rhopalosiphum maidis*; Homoptera: Aphididae) honeydew as a food source for the egg parasitoid *Trichogramma ostriniae* (Hymenoptera: Trichogrammatidae). *Biological Control*, 40, 230-236.

Gurr, M. G. y Nicol, I. H. (2000). Effect of food on longevity of adults of *Trichogramma carverae* Oatman and Pinto and *Trichogramma* nr *brassicae* Bezdenko (Hym: Trichogrammatidae). *Australian Journal of Entomology*, 39, 185-187.

Guzmán, A.; Cerna, E.; Rodríguez, E.; Loyola, J. C.; Flores, M.; García, O. y Stouthamer., R. (2014). Parámetros poblacionales, fecundidad y tasa sexual de líneas puras y genéticamente variables de *Trichogramma pretiosum* Riley (Hymenoptera: Trichogrammatidae). *Acta Zoológica Mexicana*, 30 (2), 378-386.

Haile, A. T.; Hassan, S. A.; Sithanantham, S.; Ogol, C. K. P. O. y Baumgärtner, J. (2002). Comparative life table analysis of *Trichogramma bournieri* Pintureau and Babault and *Trichogramma* sp. nr. *mwanzai* Schulten and Feijen (Hym: Trichogrammatidae) from Kenya. *Journal of Applied Entomology*, 126, 287-292.

Hansen, L. S. y Jensen, K.-M. V. (2002). Effect of temperature on parasitism and host-feeding of *Trichogramma turkestanica* (Hymenoptera: Trichogrammatidae) on *Ephestia kuehniella* (Lepidoptera: Pyralidae). *Journal of Economic Entomology*, 95, 50-56.

Hegazi, E. M. y Khafagi, W. E. (2001). Pattern of egg management by *Trichogramma cacoeciae* and *T. dendrolimi* (Hymenoptera: Trichogrammatidae). *Biocontrol Science and Technology*, 11, 353-359.

Iranipour, S.; Farazmand, A.; Saber, M. y Mashhadi, M. (2009). Demography and life history of the egg parasitoid *Trichogramma brassicae*, on two moths *Anagasta kuehniella* and *Plodia interpunctella* in the laboratory. *Journal of Insect Science*, 9 (51), 8 pgs. DOI: 10.1673/031.009.5101

Jervis, M. A.; Heimpel, G. E.; Ferns, P. N.; Harvey, J. A. y Kidd, N. A. C. (2001). Life-history strategies in parasitoid wasps: a comparative analysis of 'ovigeny'. *Journal of Animal Ecology*, 70, 442-458.

Klomp, H. y Teerink, B. J. (1978). The elimination of supernumerary larvae of the gregarious egg-parasitoid *Trichogramma embryophagum* (Hym: Trichogrammatidae) in eggs of the host *Ephestia kuehniella* (Lep: Pyralidae). *Entomophaga*, 23, 153-159.

Makee, H. (2005). Effects of repeated and delayed exposure to codling moth eggs on reproduction of *Trichogramma cacoeciae* and *T. principium* (Hymenoptera: Trichogrammatidae) females. *Journal of Pest Science*, 78, 83-89.

Manohar, T. N.; Sharma, P. L.; Verma, S. C. y Chandel, R. S. (2019). Demographic parameters of the indigenous egg parasitoids, *Trichogramma* spp., parasitizing the invasive tomato leafminer, *Tuta absoluta* (Meyrick) (Lepidoptera: Gelechiidae). *Egyptian Journal of Biological Pest Control*, 29 (9), 8 pgs. DOI: 10.1186/s41938-019-0112-1.

Mashal, S.; Agamy, E.; Abou-bakr, H.; El-Wahab, T. E. y El behery, H. (2019). Effect of honeybee products, as food supplements, on the biological activities of three *Trichogramma* species (Hymenoptera: Trichogrammatidae). *Egyptian Journal of Biological Pest Control*, 29 (46), 8 pgs. DOI: 10.1186/s41938-019-0149-1.

McDougall, S. M. y Mills, N. J. (1997). The influence of hosts, temperature and food sources on the longevity of *Trichogramma platneri*. *Entomologia Experimentalis et Applicata*, 83, 195-203.

Mills, N. J. y Kuhlmann, U. (2000). The relationship between egg load and fecundity among *Trichogramma* parasitoids. *Ecological Entomology*, 25, 315-324.

Nasr, F. N.; Korashy, M. A. y Rashed, F. F. M. (1995). *Trichogramma evanescens* West. (Hym., Trichogrammatidae) as an egg parasitoid of grape moth *Lobesia botrana* (Den. & Schiff.) (Lep., Tortricidae). *Anz. Schädlingskde. Pflanzenschutz, Umweltschutz*, 68, 44-45.

Orphanides, G. M. y González, D. (1971). Fertility and life table studies with *Trichogramma pretiosum* and *T. retorridum* (Hym: Trichogrammatidae). *Annals of the Entomological Society of America,* 64, 824-834.

Özder, N. y Kara, G. (2010). Comparative biology and life tables of *Trichogramma cacoeciae*, *T. brassicae* and *T. evanescens* (Hymenoptera: Trichogrammatidae) with

Ephestia kuehniella and *Cadra cautella* (Lepidoptera: Pyralidae) as hosts at three constant temperatures. *Biocontrol Science and Technology*, 20 (3), 245-255.

Özder, N. y Demirtas, S. (2017). Effects of artificial diets and floral nectar on parasitization performance of *Trichogramma brassicae* Bezdenko, 1968 (Hymenoptera: Trichogrammatidae). *Türkiye Entomoloji Dergisi*, 41 (1), 53-60.

Poorjavad, N.; Goldansaz, S. H.; Hosseininaveh, V.; Nozari, J.; Dehghani, H. y Enkegaard, A. (2011). Fertility life table parameters of different strains of *Trichogramma* spp. collected from eggs of the carob moth *Ectomyelois ceratoniae*. *Entomological Science*, 14, 245–253.

Poorjavad, N.; Goldansaz, H. y Van Leeuwen, T. (2018). Fertility life table parameters, COI sequences and *Wolbachia* infection in populations of *Trichogramma brassicae* collected from *Chilo suppressalis*. *Bulletin of Insectology*, 71 (1), 89-96.

Reznik, S.; Voinovich, N. y Vaghina, N. (2009). Effect of temperature on the reproduction and development of *Trichogramma buesi* (Hymenoptera: Trichogrammatidae). *European Journal of Entomology*, 106, 535-544.

Saber, M.; Hejazi, M. J. y Hassan, S. A. (2004). Effects of azadirachtin/ Neemazal on different stages and adult life table parameters of *Trichogramma cacoeciae* (Hym: Trichogrammatidae). *Journal of Economic Entomology*, 97, 905-910.

Sáenz de Cabezón, F. J. (2003). Aportaciones al manejo integrado de *Lobesia botrana* Den.y Schiff.(Lepidoptera:Tortricidae): evaluación de la eficacia de lufenuron, metoxifenocida y azadiractina y modelización del desarrollo. Tesis doctoral, Universidad de La Rioja, La Rioja, España.

Schöller, M. y Hassan, S. A. (2001). Comparative biology and life tables of *Trichogramma evanescens* and *T. cacoeciae* with *Ephestia elutella* as host at four constant temperatures. *Entomologia Experimentalis et Applicata*, 98, 35-40.

Smith, S. M. (1996). Biological control with *Trichogramma*: advances, successes, and potential of their use. *Annual Review of Entomology*, 41, 375-406.

SPSS. (1999). SPSS 10.0.6 copyright. SPSS.

Steidle, J. L. M.; Rees, D. y Wright, E. J. (2001). Assessment of Australian *Trichogramma* species (Hymenoptera: Trichogrammatidae) as control agents of stored product moths. *Journal of Stored Products Research*, 37, 263-275.

Stenseng, L.; Skovgard, H. y Holter, P. (2003). Life table studies of the pupal parasitoid *Urolepis rufipes* (Hymenoptera: Pteromalidae) on the house fly *Musca domestica* (Diptera: Muscidae) in Denmark. *Environmental Entomology*, 32, 717-725.

Taberner, A.; Castañera, P.; Silvestre, E. y Bopazo, J. (1993). Estimation of the intrinsic rate of natural increase and its error by both algebraic and resampling approaches. *Computer Applied Biosciences*, 9, 535 – 540.

Thompson, S. N. (1999). Nutrition and culture of entomophagous insects. *Annual Review of Entomology*, 44, 561-592.

Uckan, F. y Ergin, E. (2003). Temperature and food source effects on adult longevity of *Apanteles galleriae* Wilkinson (Hym: Braconidae). *Environmental Entomology*, 32, 441-446.

Zhang, W. Q.; Agamy, E. y Hassan, S. A. (2001). Life-table characteristics of four candidate species of the genus *Trichogramma* to control the diamondback moth *Plutella xylostella* (L.). *Journal of Plant Diseases and Protection*, 108, 413-418.

Zubía 37-38 55-68 Logroño 2020-2021

PREFERENCIA DEL PARASITOIDE *TRICHOGRAMMA CACOECIAE* (HYMENOPTERA: TRICHOGRAMMATIDAE) POR HUEVOS DE DIFERENTES HUÉSPEDES*

FERNANDO MORENO[1*]
IGNACIO PÉREZ-MORENO[2]
VICENTE MARCO[2]

RESUMEN

Se ha evaluado la preferencia de *Trichogramma cacoeciae* Marchal por cuatro huéspedes (*Lobesia botrana* Den. y Schiff., *Ephestia khueniella* Zeller, *Spodoptera exigua* Hübner y *Plodia interpunctella* Hübner), por medio de ensayos de no elección, elección por parejas y elección múltiple. Se han utilizado como indicadores de preferencia el número de individuos adultos producidos (absoluto o en porcentaje) y la proporción sexual de la progenie producida. *Trichogramma cacoeciae* parasitó y se desarrolló en los 4 huéspedes. Por lo general, *E. kuehniella* fue la especie más parasitada. Por el contrario, la especie menos atacada fue *S. exigua*. La proporción sexual permaneció inalterada en todos los casos, por lo que resultó ineficaz para evaluar la preferencia.

Palabras clave: control biológico, *Lobesia botrana*, preferencia de huésped, *Trichogramma cacoeciae*.

The preference of Trichogramma cacoeciae *Marchal for four hosts (*Lobesia botrana *Den. y Schiff.,* Ephestia kuehniella *Zeller,* Spodoptera exigua *Hübner and* Plodia interpunctella *Hübner) was evaluated using no choice, paired-choice and multiple choice assays. The number of adults produced (in absolute or percentage terms) and the sex proportion of said progeny were used to measure preference.* T. cacoeciae *parasitized and developed in all four hosts. In general,* E. kuehniella *was the most parasitized species. On the contrary,* S. exigua *was the least attacked species. Sex ratio remained the same in all cases, thus rendering it useless as a measure of preference.*

Key words: biological control, host preference, Lobesia botrana, Trichogramma cacoeciae.

* Registrado el 31 de enero de 2020. Aprobado el 19 de enero de 2021.

1. CEO Villa de Autol. C/ Donantes de sangre, 2. 26560, Autol (La Rioja). España. * E-mail: fmoreno-grijalba@gmail.com

2. Departamento de Agricultura y Alimentación. Universidad de La Rioja. C/ Madre de Dios, 51. 26006, Logroño (La Rioja). España.

1. INTRODUCCIÓN

Lobesia botrana Den. y Schiff. 1776 es la plaga clave del viñedo europeo y mediterráneo. Los daños producidos por *L. botrana* en la vid son causados exclusivamente por las larvas. Las larvas de las últimas generaciones atacan a las bayas, perforándolas y alimentándose de su pulpa. Además del daño directo ocasionado (pérdida de peso y calidad), dichas larvas provocan también daños indirectos muy importantes. Las heridas que producen en los racimos favorecen la penetración e instalación de bacterias y hongos patógenos, entre los que destaca *Botrytis cinerea*, causante de la podredumbre gris del racimo (Coscollá, 1997). En la actualidad, cada vez hay disponibles más alternativas compatibles con el Manejo Integral de Plagas para el control de este lepidóptero, como es el caso de insecticidas de nueva generación más selectivos y respetuosos con el medio ambiente (Coscollá, 1997). El control biológico (CB) es otro de los métodos de control que puede ser utilizado en programas de IPM cuyo objetivo sea *L. botrana*.

Entre los factores que determinan la efectividad de los enemigos naturales como potenciales agentes de control de una plaga y su éxito en programas de CB está su especificidad de huésped (Roriz *et al*., 2006).

Los ensayos de preferencia de huésped en laboratorio ayudan a definir el rango fisiológico de huéspedes de un enemigo natural determinado. Éste no es más que el conjunto de especies en las cuáles el agente a evaluar es capaz de sobrevivir y desarrollarse bajo unas condiciones controladas concretas (Mansfield y Mills, 2004). Así, se consigue una valiosa información acerca del grado de polifagia del citado agente. Estos datos deben luego ser verificados en situaciones de campo y semi-campo, con objeto de obtener el rango ecológico de huéspedes, es decir, el conjunto de especies sobre las que puede desarrollarse nuestro agente en condiciones reales de campo (Babendreier *et al*., 2003; Mansfield y Mills, 2004).

Con el conocimiento del grado de polifagia del agente a utilizar es posible estimar el riesgo que la liberación del mismo puede suponer para especies no objetivo del programa de CB (importante, por ejemplo, con especies autóctonas en peligro de extinción o fauna auxiliar). Esto hace de los estudios de preferencia algo esencial en programas de CB inoculativo o clásico, donde los riesgos potenciales para el ecosistema nativo son palpables (McEvoy y Combs, 2000). Los agentes de control muy polífagos son los que pueden causar efectos negativos mayores, llegando en último término a producir extinciones locales o a mayor escala de especies no objetivo autóctonas (Howarth, 1991). Existen varios ejemplos de estudios y programas de CB en los que los ensayos de preferencia realizados o bien ayudaron o bien fueron incapaces de predecir los efectos negativos que podrían darse o se dieron posteriormente en situaciones de campo (Babendreier *et al*., 2003; Louda *et al*., 2003; Paraiso *et al*., 2013).

El género *Trichogramma* Westwood está compuesto por himenópteros de reducido tamaño parasitoides de huevos de otros insectos, que son ampliamente utilizados en todo el mundo en programas CB contra numerosas especies de lepidópteros nocivos y en diversos cultivos (Smith, 1996). *Tri-*

Zubía | núm. 37-38 (2019-2020), pp. 55-68
ISSN 0213-4306

chogramma ataca normalmente huevos de Lepidoptera, aunque también se conocen casos de parasitismo en Coleoptera, Diptera, Hemiptera, Homoptera, Hymenoptera (Symphyta) y Neuroptera (Pinto y Stouthamer, 1994). Las especies del género *Trichogramma* son consideradas como generalistas o polífagas (Smith, 1996; Saour, 2004; Makee, 2005), si bien en ocasiones se ha demostrado la existencia de preferencia por huéspedes concretos (Guang y Oloo, 1990; Monje *et al*., 1999).

En este estudio, se han realizado ensayos de preferencia de no elección, elección por parejas y elección múltiple con objeto de determinar las características de especificidad de huésped de una población autóctona de *Trichogramma cacoeciae* respecto a la plaga objetivo, *L. botrana*.

Además de esta última, se utilizaron las siguientes especies: *Ephestia khueniella* Zeller, *Spodoptera exigua* Hübner y *Plodia interpunctella* Hübner como comparación.

2. MATERIALES Y MÉTODOS

2.1. Colonias de insectos

Los huevos de *L. botrana* empleados en los ensayos proceden de una población recolectada en un viñedo ecológico de La Rioja (España) en mayo de 2000, y mantenida en laboratorio desde entonces con una dieta artificial semisintética (Sáenz de Cabezón, 2003). Las hembras adultas ponen sus huevos sobre vasos de plástico transparente de 330 cc colocados en posición invertida sobre la base de una placa Petri (90 mm de diámetro).

Los huevos de *E. khueniella* se obtuvieron de una población establecida en nuestro laboratorio en 2002, procedente de una población mantenida en la Cátedra de Entomología Agrícola de la Escuela Técnica Superior de Ingenieros Agrónomos de la Universidad Politécnica de Madrid, y criada desde entonces con una dieta compuesta por harina de trigo blando (95%) y levadura de cerveza seca (5%).

Los huevos de *P. interpunctella* se obtuvieron de una población establecida en nuestro laboratorio en 2004, fundada con individuos procedentes de una población mantenida en la Cátedra de Entomología Agrícola de la Escuela Técnica Superior de Ingenieros Agrónomos de la Universidad Politécnica de Madrid, y criada desde entonces con una dieta compuesta exclusivamente por trigo blando.

Los huevos de *S. exigua* se obtuvieron de una población establecida en nuestro laboratorio en 2003, fundada con individuos procedentes de una colonia mantenida en la Escuela Técnica Superior de Ingenieros Agrónomos de la Universidad Pública de Navarra (UPNA), y criada desde entonces con una dieta semisintética (Marco, 1994).

Los individuos de *T. cacoeciae* empleados en los ensayos procedían de una población telítoca mantenida en laboratorio, establecida a partir de individuos capturados en Hormilleja (La Rioja) en 2003 y criada desde entonces sobre huevos de *E. kuehniella* de menos de 1 día de edad, esterili-

Zubía | *núm. 37-38 (2019-2020), pp. 55-68*
ISSN 0213-4306

zados con luz ultravioleta (UV) y pegados a tiras rectangulares (7 cm x 1cm) de cartulina amarilla por medio de una solución acuosa (0,1-0,3%) de goma tragacanto (Scharlau Chemis S. A).

Todos los procesos de cría descritos se llevaron a cabo en una cámara climática a 24±1ºC de temperatura, 60±5% de humedad relativa y fotoperiodo 16:8 (luz:oscuridad, L:O).

2.2. Ensayos

Se han realizado ensayos de preferencia (de no elección, elección por parejas y elección multiple) utilizando cuatro huéspedes diferentes (*L. botrana*, *E. kuehniella*, *S. exigua* y *P. interpunctella*), como describen Mansfield y Mills (2004).

Todos los ensayos se desarrollaron en una cámara climática y con las mismas condiciones controladas: 24±1ºC de temperatura, 60±5% de humedad relativa y fotoperiodo 16:8 (L:O).

El número de repeticiones varió en función del ensayo y la especie en cuestión. Cada repetición constaba de una hembra de *T. cacoeciae*, de menos de un día de edad, situada en el interior de cajitas prismáticas de plástico transparente, de 6.5 x 4.5 x 2.5 cm. Éstas presentaban un agujero circular de 2 cm de diámetro en la tapa superior para permitir la renovación del aire, tapado con papel de filtro para evitar que las hembras escaparan. En la misma tapa se colocaba una gota de miel comercial como alimento.

Cada hembra permanecía en contacto con los huevos huésped durante 24 horas, tiempo tras el cual era retirada. Las hembras que sobrevivieron a dicho periodo de tiempo, pero no parasitaron ningún huevo fueron excluidas del análisis posterior. Una vez retirada la hembra de *T. cacoeciae*, los huevos eran incubados bajo las mismas condiciones (24±1ºC, 60±5% humedad relativa y fotoperiodo 16:8), a la espera de la emergencia de la progenie.

Exceptuando los huevos de *L. botrana* en el ensayo de no elección, los huevos de las especies huésped iban adheridos a cartulinas blancas por medio de una solución acuosa de goma tragacanto al 0.1-0.3%. En el caso de *S. exigua*, lo que se pegaba a la cartulina era el recorte de papel de filtro donde se encontraban los huevos.

Los huevos de *L. botrana* se presentaban sobre el plástico de los vasos de puesta. Asimismo, todos los huevos, sin excepción, fueron previamente esterilizados con luz UV, siendo menores de un día de edad cuando el tratamiento esterilizante tuvo lugar.

2.2.1. Ensayos de no elección

En los ensayos de no elección se ofrecieron 20 huevos de cada huésped a hembras individualizadas del parasitoide. Se realizaron un total de 4 ensayos (uno por cada especie huésped), oscilando el número de repeticiones entre 18 y 30, dependiendo de la diponibilidad de huevos de cada huesped. Los huevos, excepto los de *L. botrana*, se dispusieron sobre cuadrados blancos de cartulina de 2 cm de lado. Se registró el número absoluto

de progenie producido por hembra y la proporción sexual de la progenie producida. También se tomaron datos sobre parasitismo (porcentaje de huevos parasitados respecto del total ofrecido), número de huevos parasitados y porcentajes de emergencia. Estas tres variables no fueron determinadas para *S. exigua*, por la dificultad que, en ese caso particular, entrañaba el reconocimiento de los huevos parasitados (no se ennegrecían cuando eran parasitados).

2.2.2. Ensayos de elección por parejas

En los ensayos de elección por parejas se ofrecían huevos de parejas de huéspedes (10 huevos de cada especie) a hembras individualizadas de *T. cacoeciae*. Dichos huevos (excepto los de *L. botrana*) se colocaban sobre cartulinas blancas rectangulares de 5 x 2 cm, en dos grupos separados aproximadamente 3.5 cm. Transcurrido el tiempo de ensayo, la tarjeta se recortaba y cada grupo de huevos se incubaba en una cajita prismática diferente. Se registró el número de individuos que emergían de cada especie para cada hembra y su proporción sexual, y se determinó qué porcentaje de la descendencia total producida procedía de cada especie huésped, como recomiendan Mansfield y Mills (2004). Se llevaron cabo un total de 6 ensayos (todas la combinaciones posibles de las cuatro especies dos a dos). El número de repeticiones varió entre 15 y 32, dependiendo de la disponibilidad de huevos de cada huésped.

2.2.3. Ensayos de elección múltiple

Finalmente, en el ensayo de elección múltiple se realizaron 21 repeticiones. En cada una de ellas, se ofrecían simultáneamente 5 huevos de cada huésped (para un total de 20) a hembras individualizadas del parasitoide. Cada grupo de 5 huevos (excepto los de *L. botrana*) se situó sobre una cartulina blanca rectangular de 5 x 2 cm, y separados aproximadamente 1 cm. El orden de colocación de los grupos en la cartulina fue aleatorio para evitar un posible sesgo. Tras retirar la hembra, los grupos de huevos se recortaban y cada uno de ellos se incubaba en una cajita prismática distinta. De nuevo, se registró el número de huevos parasitados, el número de individuos que emergían de cada especie para cada hembra y su proporción sexual.

2.3. Análisis estadístico

Los datos de progenie producida y proporción sexual del ensayo de no elección fueron analizados por medio del test ANOVA, seguido por el test de comparaciones múltiples T2 de Tamhane cuando el primero detectaba diferencias significativas (puesto que las desviaciones de la homocedasticidad no fueron graves).

Para analizar los datos de parasitismo, el número de huevos parasitados por hembra y los porcentajes de emergencia del ensayo de no elección, se recurrió a la prueba de Kruskal-Wallis. Para determinar entre qué grupos había dieferencias estadísticamente significativas se hicieron comparaciones dos a dos usando la prueba U de Mann-Whitney, acompañada de la corrección de Bonferroni para evitar que se disparara el error tipo I.

Zubía | *núm. 37-38 (2019-2020), pp. 55-68*
ISSN 0213-4306

Para el análisis de los datos de los ensayos de preferencia por parejas se utilizó la prueba t de Student para muestras relacionadas o bien la prueba de Wilcoxon (en el caso de datos no paramétricos).

Por último, los datos de huevos parasitados y progenie producida correspondientes al ensayo de elección múltiple se analizaron por medio de un ANOVA, seguido por la prueba de comparaciones múltiples de Duncan para determinar entre qué medias existían diferencias significativas.

Todos los análisis estadísticos se llevaron a cabo utilizando el programa SPSS 16.0. (SPSS Inc., 2007) y en todos ellos se empleó un nivel de significación del 5% ($\alpha = 0.05$), exceptuando el caso en el que se utilizó la corrección de Bonferroni (en el que $\alpha = 0.017$). Se presentan los datos como media ± error estándar (es).

3. RESULTADOS

Trichogramma cacoeciae mostró diferencias significativas en su preferencia hacia los huéspedes ofrecidos, en función de dichos huéspedes y del tipo de ensayo (no elección y elección).

En el ensayo de no elección (Fig. 1), un mayor número de adultos de *T. cacoeciae* emergieron a partir de *E. kuehniella* (n = 30; 15.30 ± 0.65) y *S. exigua* (n = 28; 13.32 ± 1.05). Nuestro huésped objetivo (*L. botrana*) no mostró

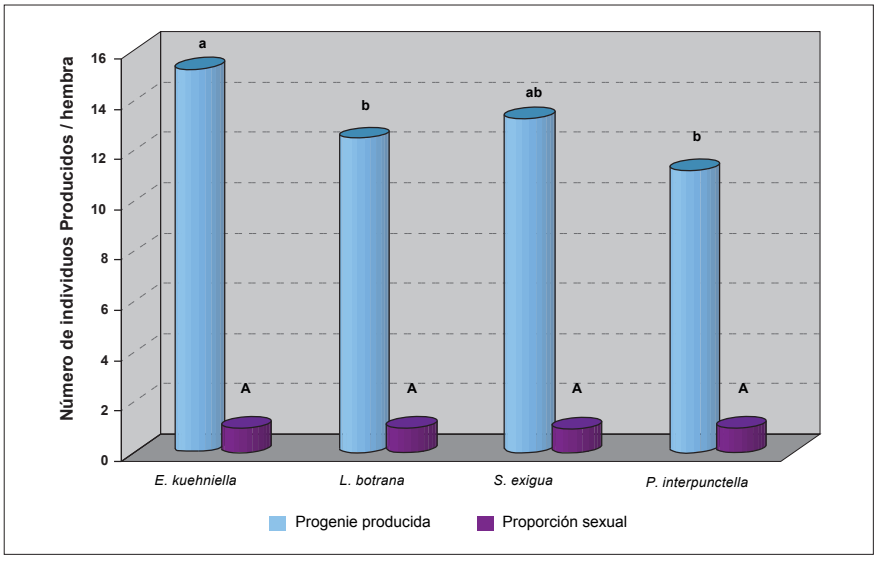


Figura 1. Progenie de *T. cacoeciae* producida y proporción sexual de dicha progenie, emergida a partir de diferentes huéspedes ofrecidos en ensayos de no elección.

Letras minúsculas diferentes indican diferencias significativas entre las medias del número de individuos producido por hembra (P=0,017); según ANOVA, seguido de la prueba posthoc para varianzas no homogéneas T2 de Tamhane. Análogamente, letras mayúsculas diferentes indican diferencias significativas en la proporción sexual de la progenie producida; según ANOVA.

un valor de progenie producida (n = 30; 12.53 ± 0.72) significativamente diferente del observado para *S. exigua*, mientras que *P. interpunctella* (n = 18; 11.28 ± 1.07) fue la especie menos preferida por el parasitoide. No obstante, si atendemos al porcentaje de hembras que fueron capaces de parasitar a cada uno de dichos huéspedes respecto del total de hembras evaluadas, *L. botrana* fue la especie preferida (85%), seguida por *E. kuehniella* (76%), *S. exigua* (71%) y por último, *P. interpunctella* (31,5%). La proporción sexual permaneció inalterada e igual a 1 en todos los casos.

En cuanto al parasitismo, número de huevos parasitados por hembra y porcentajes de emergencia (Tabla 1), las tendencias observadas fueron similares a las ya comentadas para el parámetro progenie producida. En el análisis de los datos de parasitismo y huevos parasitados por repetición (hembra) se tuvieron en cuenta también aquellas repeticiones donde no hubo parasitismo. *Ephestia kuehniella* y *L. botrana* presentaron valores elevados en cuanto a porcentajes de parasitismo y número de huevos parasitados se refiere. *Plodia interpunctella* fue significativamente menos parasitada que éstas. Los porcentajes de emergencia observados fueron elevados (superiores al 85% en todos los casos). Sin embargo, *E. kuehniella* y *P. interpunctella* presentaron mayores valores de emergencia que *L. botrana*.

Tabla 1. Parasitismo observado, número de huevos parasitados por hembra y porcentajes de emergencia (± es) obtenidos a partir de diferentes huéspedes ofrecidos a *Trichogramma cacoeciae* en ensayos de no elección.

ESPECIE	Parasitismo (%)	Huevos parasitados	Emergencia (%)
Ephestia kuehniella	59.5 ± 5.80^{a} (39)	11.90 ± 1.16^{a} (39)	97.59 ± 0.87^{a} (30)
Lobesia botrana	60.29 ± 5.39^{a} (34)	12.06 ± 1.08^{a} (34)	85.43 ± 2.21^{b} (29)
Plodia interpunctella	18.07 ± 3.91^{b} (57)	3.65 ± 0.79^{b} (57)	96.21 ± 1.27^{a} (18)

Superíndices diferentes dentro de una misma columna indican diferencias significativas entre las medias (P<0.001, para las tres variables); prueba de Kruskal-Wallis, seguido de la prueba U de Mann-Whitney, con la corrección de Bonferroni. Entre paréntesis figuran el número de datos empleados en el análisis.

En los ensayos por parejas, los mayores porcentajes de progenie producida se correspondieron con *L. botrana* y *P. interpunctella* (Tabla 2). Es decir, cuando alguna de estas dos especies estaba presente, sus porcentajes de progenie producida eran siempre los más altos de la pareja, siendo además esas diferencias significativas excepto en el caso de la pareja *L. botrana-E. kuehniella* (P = 0.383). Cuando *L. botrana* y *P. interpunctella* se emparejaron juntos, *L. botrana* mostró un porcentaje de progenie mayor que *P. interpunctella* (56.67% frente a 43.29%), pero no significativamente diferente

Zubía | *núm. 37-38 (2019-2020), pp. 55-68*
ISSN 0213-4306

(P = 0.410). Los porcentajes obtenidos para *E. kuehniella* fueron intermedios y no significativamente diferentes en el caso de emparejarse con *L. botrana* y *S. exigua*. El huésped menos preferido resultó ser *S. exigua*. Cuando *S. exigua* estaba presente, sus porcentajes de progenie producida fueron siempre los más bajos de la pareja, resultando significativas estas diferencias excepto cuando se emparejó con *E. kuehniella* (P = 0.654). La proporción sexual tampoco se vio afectada, por lo que no aparece reflejada en la Tabla 2.

Tabla 2. Porcentajes de progenie de *T. cacoeciae* producida a partir de diferentes parejas de huéspedes

Progenie producida (%) / Parejas	n	Media (± es) [a] (especie1 ; especie2)	P-valor
E. kuehniella-P. interpunctella	21	41.78 ± 3.7 ; 58.22 ± 3.7	0.039
E. kuehniella-S. exigua	15	52.88 ± 6.3 ; 47.12 ± 6.3	0.654
L. botrana-E. kuehniella	32	53.92 ± 4.4 ; 46.08 ± 4.4	0.383
L. botrana-P. interpunctella	23	56.69 ± 7.9 ; 43.31 ± 7.9	0.410
L. botrana-S. exigua	24	72.25 ± 6.6 ; 27.75 ± 6.6	0.006
P. interpunctella-S. exigua	18	72.87 ± 6.7 ; 27.13 ± 6.7	0.003

Prueba de Wilcoxon para la pareja *L. botrana-S. exigua* y t de Student para datos relacionados en el resto.

[a] La media se corresponde con el porcentaje de progenie producido por la especie correspondiente referido al total de progenie producido por las dos especies de la pareja.

En el ensayo de elección múltiple, *E. kuehniella* y *L. botrana* fueron las especies preferidas en términos de número de huevos parasitados (Tabla 3). *Plodia interpunctella* presentó valores de huevos parasitados intermedios, mientras que *S. exigua* fue de nuevo el huésped menos elegido por el parasitoide. En cuanto a la progenie producida, la tendencia se correspondió con la ya observada para el número de huevos parasitados (*E. kuehniella*>*L. botrana*>*P. interpunctella*>*S. exigua*). El ANOVA no encontró diferencias significativas entre dichas especies en este caso (Tabla 3; F = 2.432; df = 3,80; P = 0.071). La proporción sexual de la progenie tampoco se vio afectada.

Tabla 3. Número de huevos parasitados por *T. cacoeciae* y progenie producida a partir de los mismos, en ensayos de elección múltiple con cuatro huéspedes diferentes.

ESPECIE	Huevos parasitados (± es) [a]	Progenie producida (± es)
Ephestia kuehniella	2.29 ± 0.48 a	2.33 ± 0.5
Lobesia botrana	2.1 ± 0.42 a	2.19 ± 0.35
Plodia interpunctella	1.57 ± 0.35 ab	1.57 ± 0.59
Spodoptera exigua	0.57 ± 0.34 b	0.71 ± 0.41

[a] Letras diferentes indican diferencias significativas entre las medias (P=0,016; según ANOVA, seguido de la prueba posthoc de Duncan).

4. DISCUSIÓN

En los ensayos de no elección, *E. kuehniella* fue la especie que presentó mayores valores de progenie producida, seguida por *S. exigua*, nuestra especie objetivo (*L. botrana*) y, finalmente, *P. interpunctella*.

Los resultados obtenidos en cuanto al parasitismo y número de huevos parasitados siguieron la tendencia anterior. Sin embargo, esto no ocurrió para el último parámetro evaluado (emergencia), puesto que *L. botrana* registró menores porcentajes de emergencia que *P. interpunctella*. El superparasitismo (más de un individuo del parasitoide por huevo huésped, cuando lo normal es uno) que se observaba a veces sobre *L. botrana*, pudo aumentar ligeramente la mortalidad de los estados immaduros de *T. cacoeciae*, explicándose así los valores obtenidos más reducidos de emergencia (respecto de *P. interpunctella*) y progenie producida (respecto de *E. kuehniella*). Por otro lado, aunque pocos huevos de *P. interpunctella* eran atacados, aquéllos parasitados registraban altos porcentajes de emergencia. Es decir, los huevos de *P. interpunctella* no son fácilmente aceptados por *T. cacoeciae* (sólo un 31.5% de las hembras estudiadas fueron capaces de parasitarlos), pero, una vez aceptados son adecuados para su desarrollo, como demuestra la elevada emergencia registrada.

Mansfield y Mills (2004) evaluaron la preferencia de huésped de *T. platneri* por medio de ensayos de no elección, elección por parejas y elección múltiple. En todos ellos, *T. platneri* mostró una preferencia mayor por aquellas especies con huevos de mayor tamaño y menor por aquéllas con huevos de tamaño más reducido. Similares resultados fueron obtenidos por Roriz *et al*. (2006) en *T. cordubensis* y por Lucas *et al*. (2019) en *T. pretiosum*. Con todo, el tamaño de los huevos no es un factor muy influyente en nuestro caso ya que los huevos de las especies empleadas en nuestros estudios tienen tamaños similares. Únicamente *S. exigua* produce huevos algo mayores. Pese a esto, *S. exigua* no fue el huésped preferido por nuestra especie de *Trichogramma*, lo cual implica que otros factores distintos del tamaño del huevo influyen en su preferencia de huésped. Makee (2005) observó que *T. cacoeciae* y *T. principum* atacaban de manera similar los huevos de *E. kuehniella* y de *Cydia pomonella* (bastante mayores), concluyendo por tanto que el tamaño del huevo huésped no parecía jugar un papel importante en estas dos especies de *Trichogramma*. El tamaño tampoco explicaba la preferencia de huésped observada por Monje *et al*. (1999) en *T. pretiosum*. El huésped sobre el que se cría *Trichogramma* puede tener un efecto notable en dicha preferencia. *Trichogramma* nr. *brassicae* mostró una mayor preferencia por *S. cerealella* cuando era criado a partir de esta especie que cuando lo era a partir de cualquier otro huésped (Bjorksten y Hoffmann, 1998). Por su parte, Rodrigues *et al*. (2012), trabajando con *T. pretiosum*, observaron una clara preferencia por *E. kuehniella* (la especie sobre la que se criaba el parasitoide) en ensayos de elección por parejas, cuando áquella estaba presente. Consecuentemente, la mayor preferencia por *E. kuehniella* observada en nuestro caso podría deberse totalmente o en parte a que éste es el huésped

Zubía | *núm. 37-38 (2019-2020), pp. 55-68*
ISSN 0213-4306

de sustitución sobre el que se ha criado masivamente *T. cacoeciae*, si bien hay casos en los que la influencia del huésped de sustitución no es destacable (Kölliker-Ott *et al*., 2003; Goulart *et al*., 2011; Gallego *et al*., 2019).

En los ensayos de elección (por parejas y múltiple) la situación fue algo diferente a la descrita para el ensayo de no elección. En general, *E. kuehniella*, *L. botrana* y *P. interpunctella* fueron las especies preferidas si atendemos al número de huevos parasitados y al porcentaje de progenie producida. La especie menos parasitada fue *S. exigua*. Existen otros estudios en la bibliografía en los cuales se describen situaciones donde también se registran variaciones en la preferencia de especies de *Trichogramma* según éstas se evalúen en situaciones de no elección o de elección. Por ejemplo, Castaneda-Samayoa y Holst (1990) observaron una preferencia mayor hacia los huevos de *L. botrana* por parte de *T. dendrolimi*, *T. embryophagum* y *T. cacoeciae* en ensayos de no elección, frente a huevos de *Eupoecillia ambiguella*. Sin embargo, cuando huevos de ambas especies huésped eran ofrecidos simultáneamente, estos autores no observaron grandes diferencias entre ellas. La situación inversa fue descrita por Brotodjojo y Walter (2006), quienes observaron cómo los huevos de *Helicoverpa armigera* y *Spodoptera litura* eran parasitados de manera similar en situaciones de no elección por *T. pretiosum*. Por el contrario, cuando se daba al parasitoide la posibilidad de elegir entre ambos huéspedes, los mayores niveles de parasitismo (medido como el número de huevos parasitados por hembra en 24 horas) se correspondieron con *H. armigera*.

Los pobres resultados de *S. exigua* en los ensayos de elección pueden explicarse por el hecho de que sus huevos sean más complicados de parasitar que el resto y sólo cuando no hay otra alternativa disponible son atacados por *T. cacoeciae*. Las masas de huevos de *Spodoptera* spp. constan de varias capas yuxtapuestas y, además, la hembra los recubre tras la oviposición con escamas y pelos. Ambos hechos impiden o dificultan la acción de los parasitoides (Brotodjojo y Walter, 2006; Samara *et al*., 2011). En todos nuestros ensayos se emplearon masas de huevos de una sola capa y se intentó eliminar la mayor cantidad de escamas y pelos posibles. Otro factor implicado es, sin duda, la integridad estructural del huevo de *Spodoptera* spp., una variable que mide la fuerza necesaria para destruir dicho huevo y en la que está incluida la dureza y espesor del corion. Mansfield y Mills (2002) observaron que *T. platneri* era incapaz de ovipositar en ensayos de no elección sobre *S. exigua* y *S. frugiperda*, si bien ambas especies fueron reconocidas como huéspedes potenciales por el parasitoide. Concluyeron que la integridad estructural de los huevos de las dos especies de *Spodoptera* y su relación espesor del corion / volumen total eran los factores que impidieron el éxito en el parasitismo por parte de *T. platneri*. El espesor del corion fue también el factor que influyó sobre el parasitismo de *T. platneri* sobre *Sabulodes aegrotata* y *Amorbia cuneana* (Honda y Luck, 2000). Dicho parasitoide empleaba 4 veces más tiempo en penetrar el corion de *S. aegrotata* que de *A. cuneana*. Pese a estas barreras físicas impuestas por *S. exigua*, cuando sus huevos eran parasitados por *T. cacoeciae* en el ensayo

de elección, producían elevados números de parasitoides debido probablemente a su tamaño superior. Un resultado similar al nuestro obtienen Brotodjojo y Walter (2006), trabajando con *S. litura* y *T. pretiosum*. Estos autores achacaron los bajos niveles de parasitismo y progenie producida registrados en su caso a la menor calidad nutricional y tamaño de los huevos de *S. litura*, comparados con los de *H. armigera*.

La proporción sexual de la progenie se reveló como una medida de la preferencia inútil. El carácter telitócico de nuestra población (es decir, compuesta exclusivamente por hembras) provocó que dicho parámetro permaneciera inalterado en todos los casos. Sin embargo, cuando se evalúan especies arrenotocas, la proporción sexual funciona bien como indicador de la preferencia, como demostraron Monje *et al*. (1999) con *T. galloi* y Mansfield y Mills (2004) con *T. platneri*. Los órdenes de preferencia obtenidos en los ensayos de no elección, elección por parejas y elección múltiple fueron bastante similares. Generalmente, *E. kuehniella* y *L. botrana* fueron las especies preferidas, mientras que *P. interpunctella* y *S. exigua* ocuparon los últimos lugares. Es remarcable que el ensayo de no elección no produjo el mismo orden de preferencia obtenido con los otros dos tipos de prueba. Una situación similar es descrita por Mansfield y Mills (2004), los cuales sugieren que el ensayo de no elección muestra una menor eficacia a la hora de separar y ordenar los huéspedes con preferencia intermedia. Por ello, aunque el ensayo de no elección puede ser suficiente para una primera evaluación de la preferencia y rango fisiológico de huéspedes en las especies de *Trichogramma* (Mansfield y Mills, 2004), resulta muy útil y ventajoso llevar a cabo los tres tipos de ensayos para así obtener una información más completa de la situación. También hay que tener en cuenta que los ensayos de laboratorio sobre preferencia de huésped no presentan a los huéspedes en situaciones naturales y, por tanto, los resultados obtenidos en ellos han de ser interpretados con cautela y corroborados luego en campo (Babendreier *et al*., 2003).

5. CONCLUSIONES

A la luz de los resultados obtenidos, caben resaltar las siguientes conclusiones:

- *Trichogramma cacoeciae* demostró ser polífaga al parasitar y desarrollarse a partir de los cuatro huéspedes evaluados, pertenecientes a tres familias diferentes de lepidópteros (Pyralidae, Tortricidae y Noctuidae).
- La preferencia mostrada por *T. cacoeciae* hacia cada uno de los huéspedes se vio influenciada por el tipo de ensayo.
- Los resultados obtenidos demuestran que *T. cacoeciae* exhibió una notable preferencia por *L. botrana*. Por tanto, y teniendo en cuenta este hecho, su potencial como agente de control de *L. botrana* es también prometedor.

Zubía | *núm. 37-38 (2019-2020), pp. 55-68*
ISSN 0213-4306

6. AGRADECIMIENTOS

Agradecemos al Ministerio de Educación y Ciencia y a la Consejería de Educación, Juventud y Deportes del Gobierno de La Rioja por el apoyo brindado en la consecución del presente trabajo a través de los proyectos AGL2004-07566-C02-01 y ANGI2001/14, respectivamente.

Asimismo, Fernando Moreno disfrutó de una beca de dicha Consejería durante la realización de este estudio.

BIBLIOGRAFÍA

Babendreier, D.; Kuske, S. y Bigler, F. (2003). Parasitism of non-target butterflies by *Trichogramma brassicae* Bezdenko (Hymenoptera: Trichogrammatidae) under field cage and field conditions. *Biological Control*, 26, 139-145.

Bjorksten, T. A. y Hoffmann, A. A. (1998). Separating the effects of experience, size, egg load, and genotype on host response in *Trichogramma* (Hymenoptera: Trichogrammatidae). *Journal of Insect Behavior*, 11, 129-148.

Brotodjojo, R. R. R. y Walter, G. H. (2006). Oviposition and reproductive performance of a generalist parasitoid (*Trichogramma pretiosum*) exposed to host species that differ in their physical characteristics. *Biological Control*, 39, 300-312.

Castaneda–Samayoa, O. y Holst, H. (1990). Biological control of grape berry moth with egg parasites of the genus *Trichogramma*. *Bulletin OILB/SROP*, 13, 62-65.

Coscollá, R. (1997). *La polilla del racimo de la vid* (*Lobesia botrana* Den. & Schiff.). Ed. Generalitat Valenciana-Conselleria de Agricultura, Pesca y Alimentación, Valencia, España.

Gallego, J. R.; Mellado-López, L. y Cabello, T. (2019). Selección de una especie de *Trichogramma* (Hym., Trichogrammatidae) para el control biológico de la polilla de la patata *Phthorimaea operculella* (Lep., Gelechiidae) mediante el estudio del comportamiento de parasitación del huésped. *Información Técnica Económica Agraria*, 115 (3), 17 pgs. DOI: 10.12706/itea.2019.013.

Goulart, M.; De Freitas, A.; Oliveira, R. C. y Ferreira, A. (2011). Host preference of the egg parasitoids *Telenomus remus* and *Trichogramma pretiosum* in laboratory. *Revista Brasileira de Entomologia*, 55 (1), 129–133.

Guang, L. Q. y Oloo, G. W. (1990). Host preference studies on *Trichogramma* sp. nr. *mwanzai* Schulten and Feijen (Hym: Trichogrammatidae) in Kenya. *Insect Science and its Application*, 11, 757-763.

Honda, J. Y. y Luck, R. F. (2000). Age and suitability of *Amorbia cuneana* (Lep: Tortricidae) and *Sabulodes aegrotata* (Lep: Geometridae) eggs for *Trichogramma platneri* (Hym: Trichogrammatidae). *Biological Control*, 18, 79-85.

Howarth, F. G. (1991). Environmental impacts of classical biological control. *Annual Review of Entomology*, 36, 485-509.

Kölliker-Ott, U. M.; Bigler, F. y Hoffmann, A. A. (2003). Does mass rearing of field collected *Trichogramma brassicae* wasps influence acceptance of European corn borer eggs? *Entomologia Experimentalis et Applicata*, 109, 197-203.

Louda, S. M.; Pemberton, R. W.; Johnson, M. T. y Follett, P. A. (2003). Non-target effects – The Achilles' heel of biological control? Retrospective analyses to reduce risk associated with biocontrol introductions. *Annual Review of Entomology*, 48, 365-396.

Lucas, V.; Gomes, D.; Alves, N.; Pereira, V. F.; Marieli, A.; De Bortoli, S. A.; Cassio, R.; Da Costa, G. y Gomes, B. (2019). Performance of *Trichogramma pretiosum* Riley (Hymenoptera: Trichogrammatidae) on eggs of *Helicoverpa armigera* (Hübner) (Lepidoptera: Noctuidae). *Scientific Reports*, 9 (1), 8 pgs. DOI: 10.1038/s41598-018-37797-9.

Makee, H. (2005). Factors influencing the parasitism of codling moth eggs by *Trichogramma cacoeciae* March. and *T. principium* Sug. et Sor. (Hymen. Trichogrammatidae). *Journal of Pest Science*, 78, 31-39.

Mansfield, S. y Mills, N. J. (2002). Host egg characteristics, physiological host range, and parasitism following inundative releases of *Trichogramma platneri* (Hymenoptera: Trichogrammatidae) in walnut orchards. *Environmental Entomology*, 31, 723-731.

Mansfield, S. y Mills, N. J. (2004). A comparison of methodologies for the assessment of host preference of the gregarious egg parasitoid *Trichogramma platneri*. *Biological Control*, 29, 332-340.

Marco, V. (1994). Efectos del RCI hexaflumurón sobre dos lepidópteros plaga: *Ephestia kuehniella* Zeller (Lep.: Pyralidae) y *Spodoptera exigua* (Hübner) (Lep.: Noctuidae). Tesis doctoral, Universidad Politécnica de Madrid, Madrid, España.

McEvoy, P. B. y Coombs, E. M. (2000). Why things bite back: unintended consequences of biological weed control. En: *Nontarget effects of biological control* (Follett, P. A. y Duan, J. J., eds.). Kluwer Academic Publishers, Boston, Massachusetts, Estados Unidos.

Monje, J. C.; Zebitz, C. P. W. y Ohnesorge, B. (1999). Host and host age preference of *Trichogramma galloi* and *T. pretiosum* (Hym: Trichogrammatidae) reared on different hosts. *Journal of Economic Entomology*, 92, 97-103.

Paraiso, O.; Hight, S.; Kairo, M. y Bloem, S. (2013). Host specificity and risk assessment of *Trichogramma fuentesi* (Hymenoptera: Trichogrammatidae), a potential biological agent of *Cactoblastis cactorum* (Lepidoptera: Pyralidae). *Florida Entomologist*, 96 (4), 1305-1310.

Pinto, J. D. y Stouthamer, R. (1994). Systematics of the Trichogrammatidae with emphasis on *Trichogramma*. En: *Biological control with egg parasitoids* (Wajnberg, E. y Hassan, S. A. eds.). CAB International, Wallingford, Reino Unido.

Rodrigues, J.; Oliveira, R. C.; De Freitas, A. y Silva, S. (2012). Host preference of the egg parasitoid *Trichogramma pretiosum*. *Ciência Rural, Santa Maria*, 42 (1), 1-5.

Roriz, V.; Oliveira, L. y García, P. (2006). Host suitability and preference studies of *Trichogramma cordubensis* (Hymenoptera: Trichogrammatidae). *Biological Control*, 36, 331-336.

Sáenz de Cabezón, F. J. (2003). Aportaciones al manejo integrado de *Lobesia botrana* Den.y Schiff.(Lepidoptera:Tortricidae): evaluación de la eficacia de lufenuron, metoxifenocida y azadiractina y modelización del desarrollo. Tesis doctoral, Universidad de La Rioja, La Rioja, España.

Samara, R.; Monje, J. C.; Qubbaj, T. y Zebitz, C. P. W. (2011). Studies on host preference and oviposition behaviour of *Trichogramma aurosum* Sugonjaev and Sorokina strains in choice and non-choice tests. *Arab Journal of Plant Protection*, 29, 259-266.

Saour, G. (2004). Efficacy assessment of some *Trichogramma* species (Hymenoptera: Trichogrammatidae) in controlling the potato tuber moth *Phthorimaea operculella* Zell. (Lepidoptera: Gelechiidae). *Journal of Pest Science*, 77, 229-234.

Smith, S. M. (1996). Biological control with *Trichogramma*: advances, successes, and potential of their use. *Annual Review of Entomology*, 41, 375-406.

Zubía 37-38 69-128 Logroño 2020-2021

LOS REGISTROS RIOJANOS DEL CATÁLOGO DE COLEÓPTEROS IBÉRICOS (INSECTA: COLEOPTERA) DE D. JOSÉ MARÍA DE LA FUENTE Y MORALES*

IGNACIO PÉREZ MORENO[1]

RESUMEN

D. José María de la Fuente y Morales fue uno de los entomólogos españoles más prestigiosos de principios del siglo XX. De entre sus numerosos estudios publicados destaca el catálogo de coleópteros ibéricos, que publicó entre 1918 y 1935. En el presente artículo se han compilado las especies registradas de La Rioja (norte de España) que aparecen en el catálogo, actualizando su taxonomía, y se ha analizado la certeza de la cita de acuerdo con el conocimiento que se tiene actualmente de este grupo de insectos. El número de especies recopiladas ha sido de 414, pero se han excluido 30 de ellas porque su distribución no es compatible con su presencia en La Rioja. Algunas de estas especies no han vuelto a ser citadas de La Rioja, por lo que su presencia necesita ser confirmada.

Palabras clave: Coleoptera, catálogo, La Rioja, península ibérica.

D. José María de la Fuente y Morales was one of the most renowned Spanish entomologists of the earliest 20th century. Among his outnumbered published studies, the catalogue of the Iberian beetles, published between the years 1918 and 1935, is the most prominent. In this paper, the species from La Rioja (northern Spain) registered in this catalogue have been compiled; their taxonomy has been updated; and the accuracy of the citation has been analized in accordance with the current knowledge we have about these insects group. Furthermore, from the 414 compiled, 30 species have been excluded, due to their distribution not being compatible with their presence in La Rioja. Likewise, as the presence of some of these species has not been cited from this region again since then, it requires to be confirmed.

Key words: Coleoptera, catalogue, La Rioja, Iberian Peninsula.

* Registrado el 24 de junio de 2020. Aprobado el 19 de enero de 2021.

1. Universidad de La Rioja. Departamento de Agricultura y Alimentación. c/ Madre de Dios, 53. 26006 - Logroño. E-mail: ignacio.perez@unirioja.es

1. INTRODUCCIÓN

Uno de los más prestigiosos entomológos españoles de principios del siglo XX es, sin duda, D. José María de la Fuente y Morales, también conocido como el "cura de los bichos". De familia acomodada, nació el 1 de abril de 1855 en Pozuelo de Calatrava, provincia de Ciudad Real. Parece ser que su padre, que era médico, influyó de forma decisiva en su formación intelectual y en su afición por la historia natural (Caballero Klink, 1987). Su interés por la religión le llevó a ingresar en el Seminario, siendo ordenado sacerdote a los 24 años y ejerciendo su vocación en diversas localidades manchegas, pero mayoritariamente en su pueblo natal (Caballero Klink, 1987), donde falleció a los 77 años de edad, el 21 de junio de 1932, según apunta Español (1932) en su necrológica.

Durante su prolífica vida realizó numerosos estudios zoológicos, principalmente relacionados con los insectos del orden Coleoptera, llegando a ser una de las principales autoridades de su época en este grupo animal. Fue miembro de la Real Academia Española de Historia Natural, de la Société entomologique de France y de la Institució Catalana d'Història Natural (Español, 1932), así como socio fundador de la Sociedad Aragonesa de Ciencias Naturales, de la que fue nombrado presidente en 1912, y de la Sociedad Entomológica de España, de la que fue vicepresidente en 1924 y presidente en 1925 (figura 1) (Fernández-Carrillo y Fernández-Carrillo, 2005).

Publicó más de 65 trabajos (Bach y Compte, 1997), destacando por su envergadura dos de ellos: *Tablas analíticas para la clasificación de los coleópteros de la Península Ibérica* (Fuente, 1927a), que pretendía ser una gran obra integrada por varios volúmenes, pero de la que solo se llegó a publicar el primero; y *Catálogo sistemático-geográfico de los Coleópteros observados en la Península Ibérica, Pirineos propiamente dichos y Baleares* (Fuente, 1918-1935), que es, sin duda, su obra más citada. Este extenso catálogo lo empezó a publicar en el año 1918, coincidiendo con la edición del primer boletín de la Sociedad Entomológica de España. Sus sucesivas partes continuaron publicándose anualmente en esta revista hasta 1935, a pesar de su fallecimiento 3 años antes. El catálogo quedó inconcluso por haberse perdido el manuscrito durante la gerra civil española, según cuentan Bach y Compte (1997).

En esta obra se registran 5565 especies de coleópteros recolectadas en la península ibérica, las islas Baleares y los Pirineos (incluyendo su vertiente francesa). Desgraciadamente, no llegaron a publicarse los datos de la extensa superfamila Curculionoidea ni los de la superfamilia Chrysomeloidea (salvo 17 especies de la Familia Cerambycidae). El origen de toda esta información catalogada procedía de varias fuentes: (i) referencias bibliográficas; (ii) listas de especies proporcionadas, como dice el autor, por "amigos y corresponsales desde todos los puntos de la península"; y (iii) identificación/revisión de ejemplares donados por esos "amigos y corresponsales".

El objetivo del presente artículo es compilar todos los registros relativos a La Rioja (norte de España) que aparecen en el catálogo de coleópteros

Zubía | *núm. 37-38 (2019-2020), pp. 69-128*
ISSN 0213-4306

ibéricos de D. José María de la Fuente, actualizar su taxonomía y analizar la certeza de la cita de acuerdo con los conocimientos que actualmente existen sobre este orden de insectos en la península ibérica.



Figura 1. Imagen de D. José María de la Fuente y Morales publicada en el número de enero del tomo VIII del Boletín de la Sociedad Entomológica de España con motivo de su nombramiento como presidente para 1925.

2. RELACIÓN DE ESPECIES

En este apartado se relacionan las especies capturadas en La Rioja que se mencionan en el catálogo, región que en aquella época era conocida como provincia de Logroño. Para la elaboración de esta lista se ha seguido la sistemática propuesta por Bouchard *et al*. (2011) para designar los niveles taxonómicos de familia y subfamilia. En el caso de géneros, subgéneros y especies, se ha utilizado la nomenclatura taxonómica que figura en los volúmenes correspondientes del catálogo de coleópteros paleárticos (Löbl y Smetana, 2007, 2008 y 2010; Löbl y Löbl, 2015, 2016 y 2017), salvo para los taxones en los que existen actualizaciones posteriores, y teniendo en cuenta las sinonimias de cada caso, como no podía ser de otra forma.

Zubía | *núm. 37-38 (2019-2020), pp. 69-128*
ISSN 0213-4306

Los taxones aparecen ordenados de forma alfabética por familias, subfamilias y especies. Para cada especie se indica, también, el número asignado por J.M. de la Fuente en su catálogo, seguido del nombre científico con el que la nombra y, entre paréntesis, la persona que fue responsable de la cita o que le facilitó el acceso a los ejemplares estudiados. Siguiendo la misma norma ideada por el autor del catálogo, cuando el nombre de esta persona va seguido de un signo de exclamación (!), se quiere indicar que el ejemplar fue examinado por J.M. de la Fuente. Además, se aporta la referencia bibliográfica en la que aparece publicada cada especie en el catálogo.

FAMILIA ADERIDAE

***Gompelia neglecta* (Jacquelin du Val, 1863)**
4801. *Hylophilus (Olotelus) neglectus* Duv., 1860 (Tutor)
Referencia: Fuente, 1932 (pp: 75-90)
Comentario: En el catálogo de coleópteros paleárticos, Nardi (2008) nomina a esta especie como *Otolelus neglectus*, pero actualmente se considera que su nombre válido es *G. neglecta* (Alonso-Zarazaga, 2010).

FAMILIA ANTHICIDAE

Subfamilia Anthicinae

***Anthicus antherinus* (Linnaeus, 1760)**
4853. *Anthicus (Cyclodinus) antherinus* L., 1761 (Tutor)
Referencia: Fuente, 1932 (pp.: 104-119)

***Cordicomus instabilis* (W.L.E. Schmidt, 1842)**
4830. *Anthicus (Cyclodinus) instabilis* Schmidt, 1842 (Tutor)
Fuente, 1932 (pp.: 104-119)
Comentario: Esta especie aparece nombrada en el catálogo de coleópteros paleárticos como *Cordicollis instabilis* (Chandler *et al*., 2008), pero Alonso-Zarazaga (2013) establece posteriormente que el género *Cordicollis* Sahlberg, 1903 es una sinonimia menor de *Cordicomus* Pic, 1894.

***Endomia tenuicollis* (Rossi, 1792)**
4908. *Ochthenomus tenuicollis* Rossi, 1792 (Tutor)
Referencia: Fuente, 1933 (pp.: 17-32)

***Liparoderus venator* (Dufour, 1849)**
4875. *Anthicus (Lyparoderus) venator* Duf., 1849 (Tutor)
Referencia: Fuente, 1932 (pp.: 104-119)

Subfamilia Notoxinae

***Notoxus brachycerus* (Faldermann, 1837)**
4812. *Notoxus brachycerus* Fald., 1837 (Tutor)
Referencia: Fuente, 1932 (pp.: 104-119)

Zubía núm. 37-38 (2019-2020), pp. 69-128
ISSN 0213-4306

FAMILIA BUPRESTIDAE

Subfamilia Agrilinae

***Agrilus angustulus* (Illiger, 1803)**
4128. *Agrilus angustulus* Illig., 1803 (P. Navás)
Referencia: Fuente, 1930 (pp.: 138-153)

***Agrilus solieri* Gory y Laporte, 1837**
4136. *Agrilus solieri* Lap., 1839 (Tutor!)
Referencia: Fuente, 1930 (pp.: 138-153)

***Agrilus viridis* (Linnaeus, 1758)**
4126. *Agrilus viridis* L., 1758 (Tutor)
Referencia: Fuente, 1930 (pp.: 138-153)

***Aphanisticus elongatus* A. Villa y G.B. Villa, 1835**
4152. *Aphanisticus elongatus* Villa., 1835 (Tutor)
Referencia: Fuente, 1931 (pp.: 21-38)

***Aphanisticus emarginatus* (A.G. Olivier, 1790)**
4151. *Aphanisticus emarginatus* Oliv., 1790 (Tutor)
Referencia: Fuente, 1931 (pp.: 21-38)

***Coraebus elatus* (Fabricius, 1787)**
4113. *Coroebus (Coroebus) sinuatus* Creutz., 1796 (Tutor!)
Referencia: Fuente, 1930 (pp.: 138-153)

***Meliboeus (Meliboeoides) parvulus* (Küster, 1852)**
4121. *Coroebus (Meliboeus) violaceus* Kiesw., 1863 (Tutor!)
Referencia: Fuente, 1930 (pp.: 138-153)
Comentario: Esta especie se considera ajena a la fauna ibérica (Cobos, 1986; Kubáň, 2016), por lo que esta referencia sería una identificación errónea. Posiblemente se debe a una confusión con *M. (M.) amethystinus* (A.G. Olivier, 1790), único representante del subgénero *Meliboeoides* Théry, 1942 que habita en el norte de la Península (Kubáň, 2016; Verdugo y Niehuis, 2016).

Subfamilia Buprestinae

***Anthaxia (Anthaxia) funerula* (Illiger, 1803)**
4067. *Anthaxia (Anthaxia) funerula* Illig., 1803 (Champion)
Referencia: Fuente, 1930 (pp.: 138-153)

***Anthaxia (Anthaxia) manca* (Linnaeus, 1767)**
4056. *Anthaxia (Anthaxia) manca* L., 1767 (Tutor)
Referencia: Fuente, 1930 (pp.: 108-123)

Zubía | *núm. 37-38 (2019-2020), pp. 69-128*
ISSN 0213-4306

***Anthaxia (Haplanthaxia) confusa* Gory, 1841**
4073. *Anthaxia (Anthaxia) confusa* Lap., 1841 (Champion)
Referencia: Fuente, 1930 (pp.: 138-153)

***Anthaxia (Haplanthaxia) hypomelaena* (Illiger, 1803)**
4065. *Anthaxia (Anthaxia) hypomelaena* Illig., 1803 (Tutor!)
Referencia: Fuente, 1930 (pp.: 138-153)

***Anthaxia (Haplanthaxia) millefolii* (Herbst, 1801)**
4052. *Anthaxia (Haplanthaxia) millefolii* F., 1801 (Champion)
Referencia: Fuente, 1930 (pp.: 108-123)

***Anthaxia (Haplanthaxia) protractipennis* Obenberger, 1914**
4053. *Anthaxia (Haplanthaxia) chlorocephala* Luc., 1846 (Tutor)
Referencia: Fuente, 1930 (pp.: 108-123)

***Buprestis (Ancylocheira) haemorrhoidalis* Herbst, 1780**
4034. *Buprestis haemorrhoidalis* Herbst., 1801 (Tutor)
Referencia: Fuente, 1930 (pp.: 108-123)

***Buprestis (Ancylocheira) novemmaculata* Linnaeus, 1767**
4035. *Buprestis 9-maculata* L., 1767 (P. Navás!)
Referencia: Fuente, 1930 (pp.: 108-123)

***Chrysobothris (Chrysobothris) affinis* (Fabricius, 1794)**
4108. *Chrysobothris affinis* F., 1798 (Tutor)
Referencia: Fuente, 1930 (pp.: 138-153)

***Eurythyrea micans* (Fabricius, 1792)**
4041. *Eurythyrea marginata* Oliv., 1790 (Tutor)
Referencia: Fuente, 1930 (pp.: 108-123)

***Trachypteris picta* (Pallas, 1773)**
4042. *Melanophila picta* Pall., 1773 (Tutor)
Referencia: Fuente, 1930 (pp.: 108-123)

Subfamilia Chrysochroinae

***Capnodis tenebricosa* (A.G. Olivier, 1790)**
4022. *Capnodis tenebricosa* Oliv., 1790 (Champion)
Referencia: Fuente, 1930 (pp.: 108-123)

***Dicerca berolinensis* (Herbst, 1779)**
4025. *Dicerca berolinensis* Herbst., 1779 (P. Navás)
Referencia: Fuente, 1930 (pp.: 108-123)

Zubia núm. 37-38 (2019-2020), pp. 69-128
ISSN 0213-4306

***Poecilonota variolosa* (Paykull, 1799)**
4027. *Poecilonota (Poecilonota) variolosa* Payk., 1799 (Tutor)
Referencia: Fuente, 1930 (pp.: 108-123)

Subfamilia Polycestinae

***Acmaeodera (Acmaeodera) pulchra* (Fabricius, 1792)**
4079. *Acmaeodera pulchra* F., 1792 (Tutor!)
Referencia: Fuente, 1930 (pp.: 138-153)

***Acmaeoderella (Acmaeoderella) flavofasciata* (Piller y Mitterpacher, 1783)**
4090. *Acmaeodera flavofasciata* Pill., 1783 (Champion)
Referencia: Fuente, 1930 (pp.: 138-153)

***Ptosima undecimmaculata* (Herbst, 1784)**
4078. *Ptosima 11-maculata* Herbst., 1785 (Tutor!, Champion)
Referencia: Fuente, 1930 (pp.: 138-153)

FAMILIA BYRRHIDAE

Subfamilia Byrrhinae

***Byrrhus (Byrrhus) pustulatus* (Forster, 1771)**
3707. *Byrrhus (Byrrhus) pustulatus* Forst., 1771 (Champion)
Referencia: Fuente, 1929 (pp.: 84-99)

FAMILIA CANTHARIDAE

Subfamilia Cantharinae

***Cantharis (Cantharis) coronata* Gyllenhal, 1808**
4231. *Cantharis (Cantharis) coronata* Gyll., 1808 (Tutor)
Referencia: Fuente, 1931 (pp.: 49-66)

***Cantharis (Cantharis) nigra* (De Geer, 1774)**
4236. *Cantharis (Cantharis) bicolor* Herbst., 1784 (Champion)
Referencia: Fuente, 1931 (pp.: 49-66)

***Rhagonycha (Rhagonycha) femoralis* (Brullé, 1832)**
4267. *Rhagonycha (Rhagonycha) femoralis* Brullé, 1832 (P. Navás!)
Referencia: Fuente, 1931 (pp.: 49-66)
Comentario: Actualmente se considera que esta especie no forma parte de la fauna ibérica (Dahlgren, 1975; Kazantsev y Brancucci, 2007), por lo que se trataría de un error de identificación.

Zubía | *núm. 37-38 (2019-2020), pp. 69-128*
ISSN 0213-4306

***Rhagonycha (Rhagonycha) hesperica* Baudi di Selve, 1859**
4272. *Rhagonycha (Rhagonycha) hesperica* Baudi., 1859 (Champion)
Referencia: Fuente, 1931 (pp.: 49-66)

***Rhagonycha (Rhagonycha) nigricollis* Motschulsky, 1849**
4268. *Rhagonycha (Rhagonycha) nigricollis* Motsch., 1849 (Tutor)
Referencia: Fuente, 1931 (pp.: 49-66)

FAMILIA CARABIDAE

Subfamilia Brachininae

***Brachinus (Dysbrachinus) humeralis* Ahrens, 1812**
828. *Brachynus humeralis* Ahr., 1812 (Tutor)
Referencia: Fuente, 1921 (pp.: 34-43)

Subfamilia Carabinae

***Carabus (Archicarabus) nemoralis* O.F. Müller, 1764**
52. *Carabus (Archicarabus) nemoralis* Müll., 1774 (Piochard de la Brulerie)
Referencia: Fuente, 1918 (pp.: 91-98)

***Carabus (Ctenocarabus) melancholicus* Fabricius, 1798**
44. *Carabus (Rhabdotocarabus) melancholicus* F., 1798 (Tutor)
Referencia: Fuente, 1918 (pp.: 91-98)

***Carabus (Mesocarabus) lusitanicus brevis* Dejean, 1826**
36. *Carabus (Hadrocarabus) latus* Dej., 1826 (Champion)
Referencia: Fuente, 1918 (pp.: 71-78)
Comentario: Dado que la subespecie *latus* Dejean, 1826 solo se distribuye por diversas zonas de la mitad meridional de la península ibérica, parece lógico pensar que realmente se trata de la subespecie *brevis* (=*aragonicus* Ganglbauer, 1886, según indican Březina *et al.*, 2017), que es la única que habita en La Rioja (Serrano, 2013).

***Carabus (Oreocarabus) guadarramus* Laferté-Sénectère, 1847**
55. *Carabus (Oreocarabus) guadarramus* Laf. 1874 (Vicente)
Referencia: Fuente, 1918 (pp.: 178-193)

***Carabus (Tachypus) auratus* Linnaeus, 1760**
48. *Carabus (Autocarabus) auratus* L., 1761 (Tutor)
Referencia: Fuente, 1918 (pp.: 91-98)
Comentario: Su presencia en La Rioja necesita ser confirmada, ya que su distribución conocida parece limitarse a Pirineos, Cordillera Cantábrica y Montes Vascos (Serrano, 2013).

Zubía | *núm. 37-38 (2019-2020), pp. 69-128*
ISSN 0213-4306

Subfamilia Cicindelinae

***Cassolaia maura* (Linnaeus, 1758)**
7. *Cicindela (Cicindela) maura* L., 1758 (Tutor)
Referencia: Fuente, 1918 (pp.: 16-27)

***Cicindela (Cicindela) sylvatica* Linnaeus, 1758**
2. *Cicindela (Cicindela) silvatica* L., 1758 (Champion)
Referencia: Fuente, 1918 (pp.: 16-27)

***Cylindera (Cylindera) paludosa* (L. Dufour, 1820)**
16. *Cicindela (Cylindera) paludosa* Duf., 1820 (Tutor)
Referencia: Fuente, 1918 (pp.: 36-43)

Subfamilia Elaphrinae

***Elaphrus (Elaphrus) riparius* (Linnaeus, 1758)**
100. *Elaphrus (Elaphropterus) riparius* L., 1758 (Tutor)
Referencia: Fuente, 1918 (pp.: 178-193)

***Loricera (Loricera) pilicornis* (Fabricius, 1775)**
102. *Lorocera pilicornis* F., 1775 (C. Bolívar)
Referencia: Fuente, 1918 (pp.: 178-193)

Subfamilia Harpalinae

***Acupalpus (Acupalpus) elegans* (Dejean, 1829)**
477. *Acupalpus (Manicellus) elegans* Dej., 1829 (Tutor)
Referencia: Fuente, 1919 (pp.: 199-214)

***Acupalpus (Acupalpus) parvulus* (Sturm, 1825)**
484. *Acupalpus (Acupalpus) dorsalis* F., 1787 (Tutor)
Referencia: Fuente, 1919 (pp.: 199-214)

***Agonum (Olisares) viduum* (Panzer, 1796)**
730. *Agonum viduum* Panz., 1797 (Tutor)
Referencia: Fuente, 1920 (pp.: 131-146)

***Amara (Amara) similata* (Gyllenhal, 1810)**
539. Amara (Amara) similata Gyll., 1810 (Tutor)
Referencia: Fuente, 1920 (pp.: 18-32)

***Amara (Bradytus) fulva* (O.F. Müller, 1776)**
581. *Amara (Bradytus) fulva* Dej, 1774 (Tutor!)
Referencia: Fuente, 1920 (pp.: 34-49)

Zubía | *núm. 37-38 (2019-2020), pp. 69-128*
ISSN 0213-4306

***Amara (Camptocelia) affinis* Dejean, 1828**
566. *Amara (Lioenemis) affinis* Dej., 1828 (Tutor!)
Referencia: Fuente, 1920 (pp.: 34-49)

***Amara (Camptocelia) arcuata* Putzeys, 1865**
573. *Amara (Lioenemis) arcuata* Putz., 1866 (Tutor!)
Referencia: Fuente, 1920 (pp.: 34-49)
Comentario: Esta especie solo se conoce con certeza de la mitad meridional de la península ibérica (Serrano, 2013), por lo que esta cita de La Rioja debe considerarse un error de identificación mientras no sea confirmada su presencia.

***Amara (Camptocelia) eximia* Dejean, 1828**
568. *Amara (Lioenemis) eximia* Dej., 1828 (Champion, Tutor!)
Referencia: Fuente, 1920 (pp.: 34-49)

***Amara (Paracelia) simplex* Dejean, 1828**
578. *Amara (Paracelia) simplex* Dej. 1828 (Tutor)
Referencia: Fuente, 1920 (pp.: 34-49)

***Amara (Percosia) equestris* (Duftschmid, 1812)**
588. *Amara (Pereosia) equestris* Duft., 1812 (Tutor, Champion)
Referencia: Fuente, 1920 (pp.: 34-49)

***Amara (Xenocelia) ingenua* (Duftschmid, 1812)**
554. *Amara (Celia) ingenua* Duft., 1812 (Tutor)
Referencia: Fuente, 1920 (pp.: 18-32)

***Amblystomus metallescens* (Dejean, 1829)**
361. *Amblystomus metallescens* Dej., 1829 (Tutor)
Referencia: Fuente, 1919 (pp.: 104-119)

***Amblystomus raymondi* Gautier des Cottes, 1861**
364. *Amblystomus raymondi* Gauth., 1861 (Tutor!)
Referencia: Fuente, 1919 (pp.: 104-119)

***Anisodactylus (Hexatrichus) poeciloides* (Stephens, 1828)**
502. *Anisodactylus (Hexatrichus) poeciloides* Steph., 1828 (Tutor)
Referencia: Fuente, 1920 (pp.: 18-32)
Comentario: Son varios los autores que consideran que esta especie no se encuentra en la península ibérica (Zaballos y Jeanne, 1994; Serrano, 2013; Kataev y Wrase, 2017a), por lo que se trataría de una identificación errónea.

***Calathus (Calathus) fuscipes punctipennis* Germar, 1823**
707. *Calathus (Calathus) fuscipes* Goeze, 1777 (Ardois!)
Referencia: Fuente, 1920 (pp.: 131-146)

Zubía | *núm. 37-38 (2019-2020), pp. 69-128*
ISSN 0213-4306

Comentario: Esta referencia debe asignarse a la subespecie *punctipennis* (=*graecus* Dejean, 1831), ya que es la única que habita en la península ibérica (Serrano, 2013).

***Calathus (Calathus) rotundicollis* Dejean, 1828**
714. *Calathus (Amphigynus) pictus* Marsh., 1802 (Champion)
Referencia: Fuente, 1920 (pp.: 131-146)

***Calathus (Neocalathus) erratus* (C.R. Sahlberg, 1827)**
709. *Calathus (Calathus) erratus* Sahlb., 1827 (Tutor)
Referencia: Fuente, 1920 (pp.: 131-146)
Comentario: Especie que en España solo se conoce de los Pirineos centrales y orientales (Serrano, 2013), por lo que su presencia en La Rioja parece descartable.

***Chlaenius (Chlaeniellus) nigricornis* (Fabricius, 1787)**
336. *Chlaenius (Chlaeniellus) nigricornis* F., 1787 (Tutor)
Referencia: Fuente, 1919 (pp.: 104-119)

***Chlaenius (Chlaeniellus) nitidulus* (Schrank, 1781)**
335. *Chlaenius (Chlaeniellus) nitidulus* Rossi., 1791 (Tutor)
Referencia: Fuente, 1919 (pp.: 104-119)

***Chlaenius (Dinodes) decipiens* (L. Dufour, 1820)**
344. *Dinodes decipiens* Duf., 1820 (Tutor!)
Referencia: Fuente, 1919 (pp.: 104-119)

***Chlaenius (Homalolachnus) dives eidami* (Wagner, 1932)**
343. *Dinodes dives* Dej., 1826 (Champion)
Referencia: Fuente, 1919 (pp.: 104-119)
Comentario: Se adjudica a esta referencia la subespecie *eidami* por ser la única que habita en La Rioja, concretamente en la zona de la Sierra de la Demanda (Serrano, 2013), de donde procede la cita que publicó Champion (1904).

***Chlaenius (Trichochlaenius) chrysocephalus* (P. Rossi, 1790)**
327. *Chlaenius (Trichochlaenius) chrysocephalus* Rossi., 1790 (Tutor)
Referencia: Fuente, 1919 (pp.: 104-119)

***Cymindis (Cymindis) coadunata monticola* Chevrolat, 1866**
808. *Cymindis (Cymindis) melanocephala* Dej., 1825 (Champion)
Referencia: Fuente, 1921 (pp.: 34-43)
Comentario: La subespecie *melanocephala* Dejean, 1825, a la que hay que atribuir esta cita, es endémica de los Pirineos centrales, por lo que parece razonable que este registro riojano, que Champion (1904) publica de la lo-

calidad de Canales de la Sierra, se refiera a la subespecie *monticola*, que sí habita en el Sistena Ibérico septentrional (Serrano, 2013).

***Cymindis (Cymindis) discoidea* Dejean, 1824**
804. *Cymindis (Cymindis) discoidea* Dej., 1831 (Tutor)
Referencia: Fuente, 1921 (pp.: 34-43)

***Cymindis (Menas) miliaris* (Fabricius, 1801)**
816. *Cymindis (Menas) variolosa* F., 1794 (Champion)
Referencia: Fuente, 1921 (pp.: 34-43)

***Ditomus calydonius* (P. Rossi, 1790)**
374. *Carterus calydonius* Rossi., 1790 (Tutor!)
Referencia: Fuente, 1919 (pp.: 143-158)

***Ditomus tricuspidatus* (Fabricius, 1792)**
375. *Carterus tricuspidatus* F., 1792 (Tutor)
Referencia: Fuente, 1919 (pp.: 143-158)

***Dixus capito* (Audinet-Serville, 1821)**
368. *Ditomus capito* Serv., 1821 (Tutor)
Referencia: Fuente, 1919 (pp.: 143-158)

***Gynandromorphus etruscus* (Quensel, 1806)**
500. *Gynandromorphus etruscus* Quens., 1806 (Tutor)
Referencia: Fuente, 1920 (pp.: 18-32)

***Harpalus (Harpalus) anxius* (Duftschmid, 1812)**
467. *Harpalus (Harpaloderus) anxius* Duft., 1812 (Tutor)
Referencia: Fuente, 1919 (pp.: 199-214)

***Harpalus (Harpalus) attenuatus* Stephens, 1828**
442. *Harpalus (Acardystus) attenuatus* Steph., 1828 (Tutor)
Referencia: Fuente, 1919 (pp.: 199-214)

***Harpalus (Harpalus) dimidiatus* (P. Rossi, 1790)**
438. *Harpalus (Lasioharpalus) dimidiatus* Rossi., 1790 (Tutor)
Referencia: Fuente, 1919 (pp.: 199-214)

***Harpalus (Harpalus) dispar* Dejean, 1829**
423. *Harpalus (Artabas) ibericus* Pantel., 1888 (Tutor)
Referencia: Fuente, 1919 (pp.: 143-158)

***Harpalus (Harpalus) honestus* (Duftschmid, 1812)**
452. *Harpalus (Harpaloderus) honestus* Duft., 1812 (Champion)
Referencia: Fuente, 1919 (pp.: 199-214)

***Harpalus (Harpalus) microthorax* (Motschulsky, 1849)**
435. *Harpalus (Lasioharpalus) microthorax* Motsch., 1849 (Tutor)
Referencia: Fuente, 1919 (pp.: 199-214)

***Harpalus (Harpalus) picipennis* (Duftschmid, 1812)**
469. *Harpalus (Actephilus) picipennis* Duft., 1812 (Champion, Ardois)
Referencia: Fuente, 1919 (pp.: 199-214)
Comentarios: Especie ausente en la península ibérica (Zaballos y Jeanne, 1994; Serrano, 2013; Kataev y Wrase, 2017b). En consecuencia, esta cita debe ser considerada errónea.

***Harpalus (Harpalus) punctatostriatus* Dejean, 1829**
421. *Harpalus (Artabas) punctatostriatus* Dej., 1829 (Tutor)
Referencia: Fuente, 1919 (pp.: 143-158)

***Harpalus (Harpalus) rubripes* (Duftschmid, 1812)**
448. *Harpalus (Amblystus) rubripes* Duft., 1812 (Tutor)
Referencia: Fuente, 1919 (pp.: 199-214)

***Laemostenus (Pristonychus) terricola* (Herbst, 1784)**
695. *Laemostenus (Eutrichomerus) terricola* Herbst., 1783 (Tutor, Champion)
Referencia: Fuente, 1920 (pp.: 74-89)

***Lebia (Lamprias) chlorocephala* (J.J. Hoffmann, 1803)**
745. *Lebia (Lamprias) chlorocephala* Hoffm., 1803 (Champion)
Referencia: Fuente, 1921 (pp.: 19-32)

***Lebia (Lamprias) fulvicollis* (Fabricius, 1792)**
742. *Lebia (Lamprias) fulvicollis* F., 1801 (Tutor)
Referencia: Fuente, 1921 (pp.: 19-32)
Comentario: Dado que en la península ibérica esta especie solo es conocida de su extremo más meridional (Serrano, 2013), se descarta su presencia en La Rioja.

***Lebia (Lamprias) pubipennis* L. Dufour, 1820**
743. *Lebia (Lamprias) pubipennis* Duf., 1820 (Tutor!)
Referencia: Fuente, 1921 (pp.: 19-32)

***Lebia (Lebia) trimaculata* (Villers, 1789)**
748. *Lebia (Lebia) trimaculata* Vill., 1789 (Tutor)
Referencia: Fuente, 1921 (pp.: 19-32)

***Licinus (Licinus) punctatulus* (Fabricius, 1792)**
352. *Licinus silphoides* Rossi., 1790 (Tutor)
Referencia: Fuente, 1919 (pp.: 104-119)

Zubía | *núm. 37-38 (2019-2020), pp. 69-128*
ISSN 0213-4306

***Oodes helopioides* (Fabricius, 1792)**
346. *Oodes helopioides* F., 1792 (Tutor)
Referencia: Fuente, 1919 (pp.: 104-119)

***Ophonus (Hesperophonus) azureus* (Fabricius, 1775)**
406. *Ophonus (Ophonus) azureus* F., 1775 (Tutor)
Referencia: Fuente, 1919 (pp.: 143-158)

***Ophonus (Hesperophonus) subquadratus* (Dejean, 1829)**
407. *Ophonus (Ophonus) subquadratus* Dej., 1829 (Tutor)
Referencia: Fuente, 1919 (pp.: 143-158)

***Ophonus (Incisophonus) incisus* (Dejean, 1829)**
399. *Ophonus (Ophonus) incisus* Dej., 1829 (Tutor!)
Referencia: Fuente, 1919 (pp.: 143-158)

***Ophonus (Metophonus) cordatus* (Duftschmid, 1812)**
403. *Ophonus (Ophonus) cordatus* Duft., 1812 (Tutor)
Referencia: Fuente, 1919 (pp.: 143-158)

***Ophonus (Ophonus) diffinis* (Dejean, 1829)**
397. *Ophonus (Ophonus) diffinis* Dej., 1829 (Tutor)
Referencia: Fuente, 1919 (pp.: 143-158)
Comentario: Esta antigua referencia de La Rioja precisa ser confirmada, ya que en la mitad norte de la península ibérica solo se conoce con certeza de Ávila y Girona (Serrano, 2013).

***Ophonus (Ophonus) sabulicola* (Panzer, 1796)**
396. *Ophonus (Ophonus) sabulicola* Panz., 1796 (Tutor!)
Referencia: Fuente, 1919 (pp.: 143-158)

***Panagaeus (Panagaeus) bipustulatus* (Fabricius, 1775)**
350. *Badister bipustulatus* F., 1792 (Tutor)
Referencia: Fuente, 1919 (pp.: 104-119)

***Panagaeus (Panagaeus) cruxmajor* (Linnaeus, 1758)**
324. *Panagaeus crux-major* L., 1758 (Tutor)
Referencia: Fuente, 1919 (pp.: 104-119)

***Parophonus (Ophonomimus) hirsutulus* (Dejean, 1829)**
416. *Ophonus (Parophonus) hirsutulus* Dej., 1829 (Ardois!)
Referencia: Fuente, 1919 (pp.: 143-158)

***Percus (Pseudopercus) patruelis* (L. Dufour, 1820)**
600. *Abax (Pseudopereus) patruelis* Duf., 1820 (Tutor!)
Referencia: Fuente, 1920 (pp.: 34-49)

Zubía núm. 37-38 (2019-2020), pp. 69-128
ISSN 0213-4306

***Percus (Pseudopercus) stultus* (L. Dufour, 1820)**
597. *Abax (Pseudopereus) stultus* Duf., 1820 (Vicente, Tutor!)
Referencia: Fuente, 1920 (pp.: 34-49)

***Poecilus (Ancholeus) nitidus* (Dejean, 1828)**
617. *Poecilus (Aneholeus) nitidus* Dej. 1828 (Tutor!)
Referencia: Fuente, 1920 (pp.: 34-49)

***Poecilus (Poecilus) crenulatus* (Dejean, 1828)**
612. *Poecilus (Poecilus) crenulatus* Dej. 1828 (Champion)
Referencia: Fuente, 1920 (pp.: 34-49)
Comentario: La presencia de este carábido en La Rioja, en principio, debe ser descartada, puesto que en la península ibérica solo se conoce del tercio meridional y de la vertiente atlántica (Serrano, 2013).

***Poecilus (Poecilus) cupreus* (Linnaeus, 1758)**
607. *Poecilus (Poecilus) cupreus* L., 1758 (Ardóis!)
608. *Poecilus (Poecilus) caerulescens* L., 1758 (Champion)
Referencia: Fuente, 1920 (pp.: 34-49)

***Poecilus (Poecilus) kugelanni* (Panzer, 1796)**
603. *Poecilus (Poecilus) dimidiatus* Oliv., 1795 (Ardóis!)
Referencia: Fuente, 1920 (pp.: 34-49)

***Pterostichus (Argutor) vernalis* (Panzer, 1796)**
630. *Pterostichus (Lagarus) vernalis* Panz., 1796 (Tutor)
Referencia: Fuente, 1920 (pp.: 74-89)

***Pterostichus (Lianoe) dufourii* Dejean, 1828**
675. *Pterostichus (Lianoe) dufouri* Dej., 1828 (Tutor)
Referencia: Fuente, 1920 (pp.: 74-89)
Comentario: Esta especie es endémica de los Pirineos (Serrano, 2013), por lo que su presencia en La Rioja ha sido excluida. Tal como apunta Ortuño (1991), posiblemente sea *P. (L.) arribasi* Ortuño, 1991 la especie referida en el catálogo, endemismo de la Sierra de la Demanda y único representante del subgénero *Lianoe* Gozis, 1888 que habita en tierras riojanas.

***Pterostichus (Melanius) aterrimus* (Herbst, 1784)**
631. *Pterostichus (Lyperosomus) aterrimus* Herbst., 1784 (Tutor, Ardois!)
Referencia: Fuente, 1920 (pp.: 74-89)

***Pterostichus (Platysma) niger* (Schaller, 1783)**
635. *Pterostichus (Platysma) niger* Schall, 1783 (Tutor)
Referencia: Fuente, 1920 (pp.: 74-89)

Zubía | *núm. 37-38 (2019-2020), pp. 69-128*
ISSN 0213-4306

***Pterostichus (Pseudomaseus) nigrita* (Paykull, 1790)**
637. *Pterostichus (Pseudomaseus) nigrita* F., 1732 (Tutor)
Referencia: Fuente, 1920 (pp.: 74-89)

***Pterostichus (Steropus) madidus* (Fabricius, 1775)**
659. *Pterostichus (Steropus) madidus* F., 1775 (Tutor, Champion)
Referencia: Fuente, 1920 (pp.: 74-89)
Comentario: Zaballos y Jeanne (1994) y Serrano (2013) limitan la distribución de esta especie a los Pirineos, Cordillera Catalana septentrional y Montes Vascos, por lo que su presencia en La Rioja necesita confirmación.

***Scybalicus oblongiusculus* (Dejean, 1829)**
501. *Scybalicus oblongiusculus* Dej., 1829 (Tutor)
Referencia: Fuente, 1920 (pp.: 18-32)

***Stenolophus (Egadroma) marginatus* Dejean, 1829**
476. *Egadroma marginata* Dej., 1829 (Tutor)
Referencia: Fuente, 1919 (pp.: 199-214)

***Stenolophus (Stenolophus) skrimshiranus* Stephens, 1828**
472. *Stenolophus skrimshireanus* Steph., 1828 (Tutor)
Referencia: Fuente, 1919 (pp.: 199-214)

***Stomis (Stomis) pumicatus* (Panzer, 1796)**
590. *Stomis pumicatus* Panz., 1796 (Tutor)
Referencia: Fuente, 1920 (pp.: 34-49)

***Syntomus fuscomaculatus* (Motschulsky, 1844)**
756. *Metabletus exclamationis* Mén., 1849 (Tutor)
Referencia: Fuente, 1921 (pp.: 19-32)

***Zabrus (Iberozabrus) curtus neglectus* Schaum, 1864**
515. *Zabrus curtus* Serv., 1821 (Champion)
Referencia: Fuente, 1920 (pp.: 18-32)
Comentario: La subespecie *neglectus* es la única de *Z. (I.) curtus* (Audinet-Serville, 1821) que habita en el Sistema ibérico septentrional (Serrano, 2013), de donde procede esta cita que publica Champion (1904).

***Zabrus (Iberozabrus) notabilis* Martínez y Sáez, 1873**
520. *Zabrus notabilis* Mart., 1873 (C. Bolívar)
Referencia: Fuente, 1920 (pp.: 18-32)

***Zabrus (Iberozabrus) vasconicus* Uhagón, 1904**
518. *Zabrus vasconicus* Uhag., 1904 (Tutor!)
Referencia: Fuente, 1920 (pp.: 18-32)

Zubía | *núm. 37-38 (2019-2020), pp. 69-128*
ISSN 0213-4306

***Zabrus (Zabrus) tenebrioides* (Goeze, 1777)**
529. *Zabrus tenebrioides* Goeze., 1777 (Tutor!)
Referencia: Fuente, 1920 (pp.: 18-32)

***Zuphium olens* (P. Rossi, 1790)**
821. *Zuphium olens* Rossi, 1790 (Tutor)
Referencia: Fuente, 1921 (pp.: 34-43)

Subfamilia Nebriinae

***Leistus (Leistus) angusticollis* Dejean, 1826**
69. *Leistus (Oreobius) angusticollis* Dej., 1826 (col. von Heyden - Mus. de Madrid)
Referencia: Fuente, 1918 (pp.: 178-193)
Comentario: Esta referencia debe ser considerada como errónea, ya que la especie es endémica del Sistema Central (Serrano, 2013). Según comenta Perrault (1979), las claves de identificación de aquella época no permitían separar con exactitud las diferentes especies del grupo *angusticollis*.

***Leistus (Leistus) fulvibarbis* Dejean, 1826**
62. *Leistus (Leistophorus) fulvibarbis* Dej., 1826 (Tutor)
Referencia: Fuente, 1918 (pp.: 178-193)

***Leistus (Pogonophorus) spinibarbis* (Fabricius, 1775)**
59. *Leistus (Pogonophorus) spinibarbis* F. 1801 (P. Navás)
Referencia: Fuente, 1918 (pp.: 178-193)

***Nebria (Eunebria) picicornis* (Fabricius, 1801)**
72. *Nebria (Nebria) picicornis* F., 1801 (Tutor)
Referencia: Fuente, 1918 (pp.: 178-193)

***Notiophilus aquaticus* (Linnaeus, 1758)**
87. *Notiophilus aquaticus* L., 1758 (Champion)
Referencia: Fuente, 1918 (pp.: 178-193)
Comentario: Elemento citado de la Cordillera Cantábrica, Montes Vascos, Pirineos, sierra del Moncayo y Sistema Ibérico meridional (Serrano, 2013). Su presencia en La Rioja no está confirmada, aunque no es descartable dada su distribución conocida.

Subfamilia Omophroninae

***Omophron (Omophron) limbatum* (Fabricius, 1777)**
96. *Omophron limbatum* F., 1777 (Tutor)
Referencia: Fuente, 1918 (pp.: 178-193)

Zubía | *núm. 37-38 (2019-2020), pp. 69-128*
ISSN 0213-4306

***Omophron (Phrator) variegatum* Olivier, 1812**
97. *Omophron variegatum* Oliv., 1811 (Tutor)
Referencia: Fuente, 1918 (pp.: 178-193)
Comentario: Hay que desestimar la presencia de esta especie en La Rioja, ya que en la península ibérica solo se encuentra en el cuadrante suroeste (Serrano, 2013).

Subfamilia Scaritinae

***Clivina (Clivina) collaris* (Herbst, 1784)**
112. *Clivina collaris* Herbst., 1084 (Tutor)
Referencia: Fuente, 1918 (pp.: 178-193)

***Clivina (Clivina) fossor* (Linnaeus, 1758)**
111. *Clivina fossor* L. 1758 (Tutor)
Referencia: Fuente, 1918 (pp.: 178-193)

***Dyschirius (Dyschirius) globosus* (Herbst, 1784)**
137. *Dyschirius (Dyschirius) globosus* Herbst., 1784 (Tutor)
Referencia: Fuente, 1919 (pp.: 11-18)
Comentario: En la península ibérica solo se conoce con certeza su presencia de Cataluña, por lo que esta referencia de La Rioja necesita confirmación (Serrano, 2013).

Subfamilia Trechinae

***Asaphidion caraboides* (Schrank, 1781)**
145. *Asaphidion caraboides* Schrnk., 1781 (Tutor!)
Referencia: Fuente, 1919 (pp.: 11-18)

***Asaphidion flavipes* (Linnaeus, 1760)**
148. *Asaphidion flavipes* L., 1761 (Tutor)
Referencia: Fuente, 1919 (pp.: 11-18)
Comentario: La opinión de que esta especie no pertenece a la fauna de la Península es compartida por los principales especialistas en Carabidae ibéricos (Jeanne, 1978; Ortuño y Toribio, 2005; Serrano, 2013), quienes consideran que las citas publicadas se deben, probablemente, a una confusión con *A. curtum* (Heyden, 1870).

***Asaphidion rossi* (Schaum, 1857)**
146. *Asaphidion rossi* Schaum., 1857 (Tutor)
Referencia: Fuente, 1919 (pp.: 11-18)

***Bembidion (Bembidion) quadrimaculatum* (Linnaeus, 1760)**
208. *Bembidiom (Lopha) quadriguttatum* Oliv., 1795 (Tutor)
Referencia: Fuente, 1919 (pp.: 30-45)

Zubia núm. 37-38 (2019-2020), pp. 69-128
ISSN 0213-4306

***Bembidion (Bembidionetolitzkya) fasciolatum* (Duftschmid, 1812)**
169. *Bembidiom (Daniela) fasciolatum* Duft., 1812 (Tutor)
Referencia: Fuente, 1919 (pp.: 30-45)

***Bembidion (Emphanes) minimum* (Fabricius, 1792)**
202. Bembidiom (Emphanes) minimum F., 1792 (Tutor)
Referencia: Fuente, 1919 (pp.: 30-45)

***Bembidion (Euperyphus) eques* Sturm, 1825**
176. *Bembidiom (Peryphus) eques* Sturm., 1825 (Tutor)
Referencia: Fuente, 1919 (pp.: 30-45)

***Bembidion (Euperyphus) ripicola* L. Dufour, 1820**
177. *Bembidiom (Peryphus) ripicola* Duf., 1820 (Tutor)
Referencia: Fuente, 1919 (pp.: 30-45)

***Bembidion (Metallina) lampros* (Herbst, 1784)**
155. *Bembidiom (Metallina) lampros* Hbst., 1784 (Champion, Tutor)
Referencia: Fuente, 1919 (pp.: 11-18)

***Bembidion (Notaphus) varium* (Olivier, 1795)**
164. *Bembidiom (Notaphus) varium* Oliv., 1795 (Tutor)
Referencia: Fuente, 1919 (pp.: 30-45)

***Bembidion (Odontium) striatum* (Fabricius, 1792)**
150. *Bembidiom (Bracteon) striatum* F., 1792 (Tutor)
Referencia: Fuente, 1919 (pp.: 11-18)

***Bembidion (Omoperyphus) hypocrita* Dejean, 1831**
193. *Bembidiom (Peryphus) hypocrita* Dej., 1831 (Tutor)
Referencia: Fuente, 1919 (pp.: 30-45)

***Bembidion (Peryphanes) latinum* Netolitzky, 1911**
189. *Bembidiom (Peryphus) dalmatinum* Dej., 1831 (Champion)
Referencia: Fuente, 1919 (pp.: 30-45)

***Bembidion (Peryphus) cruciatum* Dejean, 1831**
180. *Bembidiom (Peryphus) andreae* F., 1787 (Tutor)
Referencia: Fuente, 1919 (pp.: 30-45)
Comentario: *B. (P.) andreae* (Fabricius, 1787) es una especie ajena a la Península y sus citas ibéricas deben ser atribuidas a *B. (P.) cruciatum* (Zaballos y Jeanne, 1994; Coulon, 2005; Ortuño y Toribio, 2005).

***Bembidion (Philochthus) lunulatum* (Geoffroy, 1785)**
228. *Bembidiom (Philoehthus) lunulatum* Fourc., 1785 (Tutor)
Referencia: Fuente, 1919 (pp.: 58-73)

***Pogonus (Pogonus) chalceus* (Marsham, 1802)**
316. *Pogonus (Pogonus) chalceus* Marsh., 1802 (Tutor)
Referencia: Fuente, 1919 (pp.: 104-119)

***Tachyta (Tachyta) nana* (Gyllenhal, 1810)**
245. *Tachyta nana* Gyll., 1810 (Champion)
Referencia: Fuente, 1919 (pp.: 58-73)

***Tachyura (Sphaerotachys) hoemorroidalis* (Ponza, 1805**
242. *Tachys (Tachyura) haemorrhoidalis* Dej., 1831 (Tutor)
Referencia: Fuente, 1919 (pp.: 58-73)

***Tachyura (Tachyura) sexstriata* (Duftschmid, 1812)**
240. *Tachys (Tachyura) sexstriatus* Duft., 1812 (Tutor)
Referencia: Fuente, 1919 (pp.: 58-73)

FAMILIA CERAMBYCIDAE

Subfamilia Lepturinae

***Rhagium (Megarhagium) sycophanta* (Schrank, 1781)**
5560. *Rhagium (Megarhagium) sycophanta* Schrank., 1781 (Vicente)
Referencia: Fuente, 1935 (pp.: 101-116)

***Rhagium (Rhagium) inquisitor* (Linnaeus, 1758)**
5563. *Rhagium (Hargium) inquisitor* L., 1758 (Champion)
Referencia: Fuente, 1935 (pp.: 101-116)

Subfamilia Prioninae

***Aegosoma scabricorne* (Scopoli, 1763)**
5551. *Aegosoma scabricorne* Scop., 1763 (Tutor)
Referencia: Fuente, 1935 (pp.: 101-116)

***Ergates faber* (Linnaeus, 1760)**
5549. *Ergates faber* L., 1767 (Vicente)
Referencia: Fuente, 1935 (pp.: 101-116)

Subfamilia Vesperinae

***Vesperus xatarti* Dufour, 1839**
5555. *Vesperus xatarti* Duf., 1839 (Tutor)
Referencia: Fuente, 1935 (pp.: 101-116)

FAMILIA CLERIDAE

Subfamilia Clerinae

***Thanasimus formicarius* Linnaeus, 1758**
4580. *Thanasimus formicarius* L., 1761 (Champion)
Referencia: Fuente, 1931 (pp.: 138-153)

***Trichodes alvearius* (Fabricius, 1792)**
4585. *Trichodes alvearius* F., 1792 (Vicente)
Referencia: Fuente, 1931 (pp.: 138-153)

***Trichodes ammios* (Fabricius, 1787)**
4588. *Trichodes ammios* F., 1787 (Champion)
Referencia: Fuente, 1931 (pp.: 138-153)

Subfamilia Korynetinae

***Necrobia violacea* (Linnaeus, 1758)**
4594. *Necrobia (Necrobia) violacea* L., 1758 (Tutor)
Referencia: Fuente, 1932 (pp.: 17-32)

***Tarsostenus univittatus* (P. Rossi, 1792)**
4574. *Tarsostenus univittatus* Rossi, 1792 (Tutor)
Referencia: Fuente, 1931 (pp.: 138-153)

Subfamilia Tillinae

***Tilloidea unifasciata* (Fabricius, 1787)**
4573. *Tillus unifasciatus* **F., 1787 (Tutor)**
Referencia: Fuente, 1931 (pp.: 138-153)

***Tillus elongatus* (Linnaeus, 1758)**
4571. *Tillus elongatus* L., 1758 (Champion)
Referencia: Fuente, 1931 (pp.: 138-153)

FAMILIA COCCINELLIDAE

Subfamilia Chilocorinae

***Exochomus quadripustulatus* (Linnaeus, 1758)**
3606. *Exochomus 4-pustulatus* L., 1758 (Tutor)
Referencia: Fuente, 1928 (pp.: 143-157)

Zubía | *núm. 37-38 (2019-2020), pp. 69-128*
ISSN 0213-4306

Subfamilia Coccinellinae

***Anatis ocellata* (Linnaeus, 1758)**
3595. *Anatis ocellata* L., 1758 (Tutor)
Referencia: Fuente, 1928 (pp.: 143-157)

***Calvia decemguttata* (Linnaeus, 1767)**
3600. *Calvia 14-guttata* L., 1758 (P. Navás!)
Referencia: Fuente, 1928 (pp.: 143-157)

***Henosepilachna argus* (Geoffroy, 1785)**
3566. *Epilachna argus* Geoff., 1785 (Tutor!)
Referencia: Fuente, 1928 (pp.: 105-120)

***Hippodamia (Semiadalia) undecimnotata* (D.H. Schneider, 1792)**
3574. *Semiadalia 11-notata* Schneid 1794 (Tutor)
Referencia: Fuente, 1928 (pp.: 105-120)
Comentario: Para esta especie se ha adoptado la nomenclatura utilizada por Eizaguirre (2015), por ser más actual que la usada en el catálogo de coleópteros paleárticos (Kovář, 2007).

***Hyperaspis (Hyperaspis) reppensis* (Herbst, 1783)**
3610. *Hyperaspis reppensis* Herbst. 1783 (Tutor)
Referencia: Fuente, 1929 (pp.: 21-32)
Comentario: Esta especie no está presente en la península ibérica (Eizaguirre, 2015), en consecuencia, hay que excluirla de la entomofauna riojana.

***Myrrha (Myrrha) octodecimguttata* (Linnaeus, 1758)**
3598. *Myrrha 18-guttata* L., 1758 (Champion)
Referencia: Fuente, 1928 (pp.: 143-157)

***Oenopia doublieri* (Mulsant, 1846)**
3588. *Harmonia doublieri* Muls., 1846 (P. Navás!)
Referencia: Fuente, 1928 (pp.: 143-157)

***Propylea quatuordecimpunctata* (Linnaeus, 1758)**
3584. *Coccinella 14-punctata* L., 1758 (Tutor)
Referencia: Fuente, 1928 (pp.: 143-157)

***Scymnus (Pullus) subvillosus* (Goeze, 1777)**
3616. *Pullus subvillosus* Goeze, 1777 (Tutor)
Referencia: Fuente, 1929 (pp.: 21-32)

***Scymnus (Scymnus) interruptus* (Goeze, 1777)**
3628. *Scymnus interruptus* Goeze, 1777 (Tutor)
Referencia: Fuente, 1929 (pp.: 21-32)

Zubía núm. 37-38 (2019-2020), pp. 69-128
ISSN 0213-4306

***Scymnus (Scymnus) rufipes* (Fabricius, 1798)**
3624. *Scymnus rufipes* F., 1798 (Tutor)
Referencia: Fuente, 1929 (pp.: 21-32)

***Subcoccinella vigintiquatuorpunctata* (Linnaeus, 1758)**
3568. *Subcoccinella 24-punctata* L., 1758 (Tutor)
Referencia: Fuente, 1928 (pp.: 105-120)

FAMILIA DERMESTIDAE

Subfamilia Dermestinae

***Dermestes (Dermestinus) frischii* Kugelann, 1792**
3647. Dermestes frischi Kug., 1792 (Champion)
Referencia: Fuente, 1929 (pp.: 44-58)

***Dermestes (Dermestinus) gyllenhalii* Laporte, 1840**
3652. *Dermestes atomarius* Er., 1846 (Tutor)
Referencia: Fuente, 1929 (pp.: 44-58)

***Dermestes (Dermestinus) maculatus* DeGeer, 1774**
3646. *Dermestes vulpinus* F., 1781 (Tutor)
Referencia: Fuente, 1929 (pp.: 44-58)

***Dermestes (Dermestinus) pardalis* Billberg, 1808**
3653. *Dermestes pardalis* Billb., 1806 (Tutor)
Referencia: Fuente, 1929 (pp.: 44-58)

***Dermestes (Dermestinus) undulatus* Brahm, 1790**
3651. *Dermestes undulatus* Brahm., 1790 (Tutor)
Referencia: Fuente, 1929 (pp.: 44-58)

***Dermestes (Montandonia) olivieri* Lepesme, 1939**
3659. *Dermester ater* Oliv., 1790 (Tutor)
Referencia: Fuente, 1929 (pp.: 44-58)

FAMILIA DRYOPIDAE

***Dryops lutulentus* (Erichson, 1847)**
3721. *Dryops lutulentus* Er., 1847 (Champion)
Referencia: Fuente, 1929 (pp.: 84-99)

Zubía | *núm. 37-38 (2019-2020), pp. 69-128*
ISSN 0213-4306

FAMILIA DYTISCIDAE

Subfamilia Dytiscinae

***Dytiscus marginalis* Linnaeus, 1758**
991. *Dytiscus marginalis* L., 1758 (Vicente)
Referencia: Fuente, 1921 (pp.: 106-121)

FAMILIA ELATERIDAE

Subfamilia Agrypninae

***Agrypnus murinus* (Linnaeus, 1758)**
3809. *Lacon murinus* L., 1758 (Tutor)
Referencia: Fuente, 1929 (pp.: 106-121)

Subfamilia Cardiophorinae

***Cardiophorus (Cardiophorus) biguttatus* (A.G. Olivier, 1790)**
3877. *Cardiophorus (Cardiophorus) biguttatus* Oliv., 1790 (Tutor)
Referencia: Fuente, 1930 (pp.: 22-37)

***Cardiophorus (Cardiophorus) signatus* (A.G. Olivier, 1790)**
3876. *Cardiophorus (Cardiophorus) signatus* Oliv., 1804 (Champion)
Referencia: Fuente, 1930 (pp.: 22-37)

***Dicronychus equiseti* (Herbst, 1784)**
3896. *Cardiophorus (Platynichus) equiseti* Herbst., 1784 (Champion)
Referencia: Fuente, 1930 (pp.: 44-75)

***Dicronychus rubripes* (Germar, 1824)**
3897. *Cardiophorus (Platynichus) rubripes* Germ., 1824 (Tutor)
Referencia: Fuente, 1930 (pp.: 44-75)

Subfamilia Dendrometrinae

***Athous (Orthathous) kruegeri* Reitter, 1905**
3979. *Athous (Orthathous) lateralis* Bris., 1866 (Champion)
Referencia: Fuente, 1930 (pp.: 44-75)
Comentario: En catálogo de coleópteros paleárticos aparece como *A. (O.) brisouti* Sánchez-Ruiz, 1996 (Cate, 2007), sin embargo, Platia (2007) establece la prioridad de *A. (O.) kruegeri* sobre *A. (O.) brisouti* para sustituir la homonimia *A. lateralis* Brisout de Barneville, 1866.

***Cidnopus pilosus* (Leske, 1785)**
3934. *Limonius pilosus* Leske, 1785 (Champion)
Referencia: Fuente, 1930 (pp.: 44-75)

***Dima dima* (Schaufuss, 1863)**
3810. *Dima dima* Schauf., 1863 (Piochard)
Referencia: Fuente, 1929 (pp.: 106-121)

***Hemicrepidius (Hemicrepidius) hirtus* (Herbst, 1784)**
3946. *Athous (Athous) hirtus* Herbst., 1784 (Tutor)
Referencia: Fuente, 1930 (pp.: 44-75)

***Prosternon tessellatum* (Linnaeus, 1758)**
3830. *Prosternon holosericeus* Oliv., 1790 (Champion)
Referencia: Fuente, 1929 (pp.: 106-121)

***Selatosomus (Selatosomus) pasticus* (Ménétries, 1832)**
3825. *Selatosomus (Selatosomus) latus* F., 1801 (Champion)
Referencia: Fuente, 1929 (pp.: 106-121)
Comentario: En el catálogo de coleópteros paleárticos, Cate (2007) utiliza el nombre *S. (S.) latus* Fabricius, 1801 para designar a esta especie, pero no es correcto al tratarse de una homonimia. Por ello, Zapata de la Vega y Sánchez-Ruiz (2012) restauran el nombre *S. (S.) pasticus* para su nominación.

Subfamilia Elaterinae

***Agriotes (Agriotes) lineatus* Linnaeus, 1767**
3847. Agriotes lineatus L., 1767 (Tutor)
Referencia: Fuente, 1930 (pp.: 22-37)

***Agriotes (Agriotes) sordidus* (Illiger, 1807)**
3845. *Agriotes sordidus* Illig., 1807 (Tutor!)
Referencia: Fuente, 1930 (pp.: 22-37)

***Ampedus (Ampedus) elongatulus* (Fabricus, 1787)**
3922. *Elater (Elater) elongatulus* F., 1787 (Champion)
Referencia: Fuente, 1930 (pp.: 44-75)

***Ampedus (Ampedus) pomorum* (Herbst, 1784)**
3921. *Elater (Elater) pomorum* Herbst., 1784 (Champion)
Referencia: Fuente, 1930 (pp.: 44-75)

***Idolus picipennis* (Bach, 1852)**
3907. *Idolus picipennis* Bach., 1852 (Champion)
Referencia: Fuente, 1930 (pp.: 44-75)

***Synaptus filiformis* (Fabricius, 1781)**
3850. *Synaptus filiformis* F., 1871 (Tutor)
Referencia: Fuente, 1930 (pp.: 22-37)

FAMILIA GEOTRUPIDAE

Subfamilia Geotrupinae

***Trypocopris (Trypocopris) vernalis* (Linnaeus, 1758)**
2982. *Geotrypes (Trypocopris) vernalis* L., 1758 (Champion)
Referencia: Fuente, 1926 (pp.: 158-173)

FAMILIA HETEROCERIDAE

Subfamilia Heterocerinae

***Heterocerus fenestratus* (Thunberg, 1784)**
3762. *Heterocerus fenestratus* Thunb., 1784 (Tutor)
Referencia: Fuente, 1929 (pp.: 106-121)

FAMILIA HISTERIDAE

Subfamilia Abraeinae

***Plegaderus (Plegaderus) sanatus* Truqui, 1852**
2623. *Plegaderus sanatus* Truqui., 1852 (Champion)
Referencia: Fuente, 1925 (pp.: 89-104)
Cometario: En la península ibérica solo se conoce una cita del Pirineo oscense (Yélamos, 1990) y esta antigua referencia riojana que aporta Champion (1904) de la localidad de Canales de la Sierra. Desde entonces no ha vuelto a ser capturada en La Rioja, por lo que su presencia requiere confirmación.

***Plegaderus (Plegaderus) saucius meridionalis* J. Müller, 1907**
2617. *Plegaderus saucius* Er., 1834 (Champion)
Referencia: Fuente, 1925 (pp.: 89-104)
Comentario: Se adjudica la subespecie *meridionalis* a esta referencia por ser la única de la especie que habita en la península ibérica (Yélamos, 2002).

Subfamilia Dendrophilinae

***Paromalus (Isolomalus) flavicornis* (Herbst, 1791)**
2566. *Paromalus flavicornis* Herbst. 1792 (Champion)
Referencia: Fuente, 1925 (pp.: 65-80)

***Paromalus (Isolomalus) parallelepipedus* (Herbst, 1791)**
2565. *Paromalus parallelepipedus* Herbst. 1792 (Champion)
Referencia: Fuente, 1925 (pp.: 65-80)

Zubía | *núm. 37-38 (2019-2020), pp. 69-128*
ISSN 0213-4306

Subfamilia Histerinae

***Atholus bimaculatus* (Linnaeus, 1758)**
2548. *Hister (Peranus) bimaculatus* L., 1858 (Tutor)
Referencia: Fuente, 1925 (pp.: 65-80)

***Eurosomides minor* (P. Rossi, 1792)**
2510. *Platysoma frontale* Payk., 1798 (Champion)
Referencia: Fuente, 1925 (pp.: 41-56)

***Hister quadrimaculatus* Linnaeus, 1758**
2521. *Hister (Hister) 4-maculatus* L., 1758 (Tutor!, Ardois!)
Referencia: Fuente, 1925 (pp.: 65-80)

***Hister bissexstriatus* Fabricius, 1801**
2546. *Hister (Hister) bissexstriatus* F., 1801 (Champion)
Referencia: Fuente, 1925 (pp.: 65-80)

***Hister thoracicus* Paykull, 1811**
2522. *Hister (Hister) thoracicus* Payk., 1811 (Tutor, Champion)
Referencia: Fuente, 1925 (pp.: 65-80)

***Hister unicolor* Linnaeus, 1758**
2525. *Hister (Hister) unicolor* L., 1758 (Tutor)
Referencia: Fuente, 1925 (pp.: 65-80)

***Margarinotus (Eucalohister) binotatus* (Erichson, 1834)**
2527. *Hister (Hister) binotatus* Er., 1834 (Tutor)
Referencia: Fuente, 1925 (pp.: 65-80)

***Margarinotus (Eucalohister) bipustulatus* (Schrank, 1781)**
2533. *Hister (Hister) bipustulatus* Schrank., 1781 (Champion)
Referencia: Fuente, 1925 (pp.: 65-80)
Comentario: Yélamos (2002) excluye a esta especie de la fauna ibérica y considera que posiblemente fue confundida con *M. (E.) binotatus* (Erichson, 1834).

***Pachylister (Pachylister) inaequalis* (Olivier, 1789)**
2519. *Hister (Heterognathus) inaequalis* Oliv., 1789 (Tutor)
Referencia: Fuente, 1925 (pp.: 65-80)

***Platysoma (Cylister) elongatum* (Thunberg, 1787)**
2513. *Cylistosoma oblongum* F., 1792 (Champion)
Referencia: Fuente, 1925 (pp.: 41-56)

Zubía | *núm. 37-38 (2019-2020), pp. 69-128*
ISSN 0213-4306

***Chalcionellus decemstriatus* (P. Rossi, 1792)**
2605. *Saprinus (Hypocaccus) conjungens* Payk., 1798 (Tutor)
Referencia: Fuente, 1925 (pp.: 89-104)

***Hypocaccus (Hypocaccus) rugifrons* (Paykull, 1798)**
2609. *Saprinus (Hypocaccus) rugifrons* Payk., 1798 (Tutor)
Referencia: Fuente, 1925 (pp.: 89-104)

***Saprinus (Saprinus) caerulescens* (Hoffmann, 1803)**
2580. *Saprinus (Saprinus) semipunctatus* F., 1792 (Tutor)
Referencia: Fuente, 1925 (pp.: 65-80)

***Saprinus (Saprinus) lautus* Erichson, 1839**
2592. *Saprinus (Saprinus) lautus* Er., 1839 (Champion)
Referencia: Fuente, 1925 (pp.: 65-80)

***Saprinus (Saprinus) maculatus* (P. Rossi, 1792)**
2579. *Saprinus (Saprinus) maculatus* Rossi, 1790 (Tutor)
Referencia: Fuente, 1925 (pp.: 65-80)

FAMILIA LATRIDIIDAE

Subfamilia Latridiinae

***Latridius minutus* (Linnaeus, 1767)**
3423. *Enicmus (Conithassa) minutus* L., 1767 (Tutor)
Referencia: Fuente, 1928 (pp.: 43-59)

FAMILIA LEIODIDAE

Subfamilia Cholevinae

***Speonemadus transversostriatus* (Murray, 1856)**
2384. *Anemadus transversostriatus* Murray, 1856 (Champion)
Referencia: Fuente, 1924 (pp.: 109-124)
Comentario: Según Fresneda y Salgado (2016), esta cita de La Rioja posiblemente se refiera a *S. clathratus* (Perris, 1864), ya que *S. transversostriatus* es un endemismo ibérico que solo se encuentra en la mitad septentrional de Portugal y en Galicia

Zubía núm. 37-38 (2019-2020), pp. 69-128
ISSN 0213-4306

FAMILIA LUCANIDAE

Subfamilia Lucaninae

***Lucanus barbarossa* Fabricius, 1801**
2800. *Lucanus (Pseudolucanus) barbarossa* F., 1801 (Tutor)
Referencia: Fuente, 1926 (pp.: 21-36)

***Lucanus cervus* (Linnaeus, 1758)**
2799. *Lucanus (Lucanus) cervus* L., 1758 (Tutor, Vicente)
Referencia: Fuente, 1925 (pp.: 127-142)

***Platycerus spinifer* Schaufuss, 1862**
2802. *Systenocerus (Platycerus) spinifer* Schauf. 1862 (Champion)
Referencia: Fuente, 1926 (pp.: 21-36)

Subfamilia Syndesinae

***Sinodendron cylindricum* (Linnaeus, 1758)**
2804. *Sinodendron cylindricum* L., 1758 (Champion)
Referencia: Fuente, 1926 (pp.: 21-36)

FAMILIA LYCIDAE

Subfamilia Lycinae

***Lygistopterus sanguineus* (Linnaeus, 1758)**
4196. *Lygistopterus sanguineus* L., 1758 (Tutor!)
Referencia: Fuente, 1931 (pp.: 21-38)

FAMILIA BOSTRICHIDAE

Subfamilia Lyctinae

***Lyctus (Xylotrogus) brunneus* (Stephens, 1830)**
3489. *Lyctus (Xylotrogus) brunneus* Steph., 1830 (Tutor
Referencia: Fuente, 1928 (pp.: 74-89)

FAMILIA MELOIDAE

Subfamilia Meloinae

***Hycleus polymorphus* (Pallas, 1771)**
4945. *Zonabris (Zonabris) floralis* Pall., 1781 (Champion)
Referencia: Fuente, 1933 (pp.: 17-32)

Zubía | *núm. 37-38 (2019-2020), pp. 69-128*
ISSN 0213-4306

***Meloe (Eurymeloe) brevicollis* Panzer, 1793**
4921. *Meloe (Eurymeloe) brevicollis* Panz., 1793 (Tutor, Champion)
Referencia: Fuente, 1933 (pp.: 17-32)

***Meloe (Lampromeloe) variegatus* Donovan, 1793**
4919. *Meloe (Lampromeloe) variegatus* Donov., 1793 (Ardois!)
Referencia: Fuente, 1933 (pp.: 17-32)

***Meloe (Meloe) proscarabaeus* Linnaeus, 1758**
4909. *Meloe (Proscarabaeus) proscarabaeus* L., 1758 (Tutor)
Referencia: Fuente, 1933 (pp.: 17-32)

***Meloe (Meloe) violaceus* Marsham, 1802**
4910. *Meloe (Proscarabaeus) violaceus* L., 1759 (Codina)
Referencia: Fuente, 1933 (pp.: 17-32)

***Meloe (Meloegonius) cicatricosus* Leach, 1815**
4916. *Meloe (Meloegonius) punctato-radiatus* Latr., 1804 (Ardois!)
Referencia: Fuente, 1933 (pp.: 17-32)
Comentarios: Aunque habitualmente se ha considerado que *M. (M.) punctatoradiatus* Latreille, 1804 es una sinonimia de *M. (M.) cicatricosus*, Bologna (1991 y 2008) considera dudosa esta atribución mientras los tipos de ambos taxones no sean revisados.

***Mylabris (Mesosulcata) hieracii* Graells, 1849**
4929. *Zonabris (Zonabris) hieracii* Graëlls, 1849 (Champion)
Referencia: Fuente, 1933 (pp.: 17-32)

***Mylabris (Micrabris) beauregardi* Górriz Muñoz, 1884**
4938. *Zonabris (Zonabris) geminata* F., 1798 (Tutor!)
Referencia: Fuente, 1933 (pp.: 17-32)
Comentario: Pardo Alcaide (1950) y Bologna (1991) consideraron que todas la citas ibéricas de *M. (M.) geminata* Fabricius, 1798 deben ser atribuidas a *M. (M.) pauper* (Escherich, 1899). Posteriormente, García-París y Ruiz (2008) establecieron la sinonimia de *M. (M.) pauper* con *M. (M.) beauregardi*.

***Mylabris (Micrabris) dejeani* Gyllenhal, 1817**
4941. *Zonabris (Zonabris) dejeani* Gyll., 1817 (Champion)
Referencia: Fuente, 1933 (pp.: 17-32)

***Mylabris (Mylabris) variabilis* (Pallas, 1781)**
4949. *Zonabris (Zonabris) variabilis* Pall., 1871 (Tutor!)
Referencia: Fuente, 1933 (pp.: 17-32)

***Oenas fusicornis* Abeille de Perrin, 1880**
4853. *Oenas afer* L., 1767 (Tutor)
Referencia: Fuente, 1933 (pp.: 17-32)

Zubía núm. 37-38 (2019-2020), pp. 69-128
ISSN 0213-4306

Comentario: Actualmente se considera que *O. afer* Linnaeus, 1767 es una especie ajena a la fauna ibérica y que todas las citas peninsulares de este meloido se corresponden, en realidad, con *O. fusicornis* (Pérez-Moreno *et al.*, 2003; García-París *et al.*, 2003; Bologna, 2008).

Subfamilia Nemognathinae

***Euzonitis sexmaculata* (A.G. Olivier, 1789)**
4959. *Euzonitis sexmaculata* Oliv., 1789 (Tutor)
Referencia: Fuente, 1933 (pp.: 45-60)

***Sitaris (Sitaris) muralis* (Förster, 1771)**
4968. *Sitaris muralis* Forst. 1771 (Tutor)
Referencia: Fuente, 1933 (pp.: 45-60)

FAMILIA MELYRIDAE

Subfamilia Dasytinae

***Danacea (Danacea) pallidipalpis* Abeille de Perrin, 1894**
4548. *Danacaea reyi* Proch. 1894 (Champion)
Referencia: Fuente, 1931 (pp.: 138-153)
Comentario: Según Mayor (2007) y Constantin (2008), esta especie no está presente en la península ibérica, por lo que la referencia de Champion (1904), que recoge J.M. de la Fuente en su catálogo, debe tratarse como una identificación errónea.

***Dasytes (Mesodasytes) plumbeus* (O.F. Müller, 1776)**
4490. *Dasytes (Mesodasytes) plumbeus* Müll., 1776 (Champion)
Referencia: Fuente, 1931 (pp.: 100-115)

***Dolichosoma lineare* (P. Rossi, 1794)**
4502. *Delichosoma lineare* Rossi, 1792 (Tutor, Champion)
Referencia: Fuente, 1931 (pp.: 100-115)

***Enicopus (Enicopus) pilosus* (Scopoli, 1763)**
4453. *Henicopus (Henicopus) pilosus* Scop., 1763 (Vicente, Tutor)
Referencia: Fuente, 1931 (pp.: 100-115)

Subfamilia Malachiinae

***Charopus concolor* (Fabricius, 1801)**
4348. *Charopus concolor* F., 1801 (Champion)
Referencia: Fuente, 1931 (pp.: 78-93)

Zubía | *núm. 37-38 (2019-2020), pp. 69-128*
ISSN 0213-4306

Comentario: Aunque la pertenencia de esta especie a la fauna ibérica ha sido cuestionada durante décadas (Uhagón, 1900; Plata Negrache y Santiago Hernández, 1990; Plata Negrache, 2010), registros recientes vendrían a confirmar su presencia en la Península (Novoa *et al*., 2014). No obstante, sería conveniente confirmar su presencia en La Rioja mediante nuevas capturas.

***Cordylepherus viridis* (Fabricius, 1787)**
4411. *Malachius viridis* F., 1787 (Champion)
Referencia: Fuente, 1931 (pp.: 78-93)

***Ebaeus (Ebaeus) mendax* Kiesenwetter, 1866**
4370. *Ebaeus mendax* Kiesw., 1866 (Viar)
Referencia: Fuente, 1931 (pp.: 78-93)

***Hypebaeus (Alloceps) alicianus* (Jacquelin du Val, 1859)**
4360. *Hypebaeus (Alloceps) alicianus* Duv., 1859 (Champion)
Referencia: Fuente, 1931 (pp.: 78-93)

FAMILIA MORDELLIDAE

Subfamilia Mordellinae

***Mordella aculeata* Linnaeus, 1758**
4989. *Mordella aculeata* L., 1758 (Champion)
Referencia: Fuente, 1933 (pp.: 45-60)

***Mordellistena (Mordellistena) brevicauda* (Bohemann, 1849)**
4996. *Mordellistena (Mordellistena) brevicauda* Boh., 1849 (Champion)
Referencia: Fuente, 1933 (pp.: 45-60)

***Mordellistena (Mordellistena) episternalis* Mulsant, 1856**
4995. *Mordellistena (Mordellistena) episternalis* Muls., 1856 (Tutor, Champion)
Referencia: Fuente, 1933 (pp.: 45-60)

***Variimorda (Variimorda) villosa* (Schrank von Paula, 1781)**
4988. *Mordella fasciata* F., 1775 (Tutor)
Referencia: Fuente, 1933 (pp.: 45-60)

FAMILIA MYCETOPHAGIDAE

Subfamilia Mycetophaginae

***Typhaea stercorea* (Linnaeus, 1758)**
3481. *Typhaea stercorea* L., 1758 (Tutor)
Referencia: Fuente, 1928 (pp.: 74-89)

Zubía núm. 37-38 (2019-2020), pp. 69-128
ISSN 0213-4306

FAMILIA NITIDULIDAE

Subfamilia Meligethinae

***Meligethes aeneus* (Fabricius, 1775)**
3184. *Meligethes (Meligethes) aeneus* F., 1775 (Tutor)
Referencia: Fuente, 1927b (pp.: 85-100)

***Meligethes tristis* Sturm, 1845**
3216. *Meligethes (Meligethes) tristis* Sturm., 1845 (Champion)
Referencia: Fuente, 1927b (pp.: 85-100)

Subfamilia Nitidulinae

***Nitidula carnaria* (Schaller, 1783)**
3175. *Nitidula carnaria* Schall, 1791 (Tutor)
Referencia: Fuente, 1927b (pp.: 85-100)

***Nitidula flavomaculata* P. Rossi, 1790**
3174. *Nitidula flavomaculata* Rossi, 1790 (Tutor)
Referencia: Fuente, 1927b (pp.: 85-100)

***Soronia grisea* (Linnaeus, 1758)**
3159. *Soronia grisea* L., 1758 (Tutor!)
Referencia: Fuente, 1927b (pp.: 61-76)

FAMILIA OEDEMERIDAE

Subfamilia Oedemerinae

***Anogcodes seladonius* (Fabricius, 1792)**
4747. *Nacerda (Anoneodina) dispar* Duf., 1841 (Tutor)
Referencia: Fuente, 1932 (pp.: 75-90)

***Chitona suturalis* (A.G. Olivier, 1811)**
4753. *Chitona suturalis* Oliv., 1811 (Tutor)
Referencia: Fuente, 1932 (pp.: 75-90)

***Ischnomera xanthoderes* (Mulsant, 1858)**
4755. *Ischnomera (Asciera) xanthoderes* Muls., 1858 (Tutor)
Referencia: Fuente, 1932 (pp.: 75-90)

***Oedemera (Oedemera) podagrariae* (Linnaeus, 1767)**
4771. *Oedemera (Oedemerastra) podagrariae* L., 1767 (Tutor)
Referencia: Fuente, 1932 (pp.: 75-90)

Zubía | *núm. 37-38 (2019-2020), pp. 69-128*
ISSN 0213-4306

***Oedemera (Oedemera) pthysica* (Scopoli, 1763)**
4775. *Oedemera (Oedemera) subulata* L., 1768 (Champion)
Referencia: Fuente, 1932 (pp.: 75-90)

FAMILIA PHALACRIDAE

Subfamilia Phalacrinae

***Olibrus bimaculatus* Küster, 1848**
3404. *Olibrus bimaculatus* Küst., 1848 (Champion)
Referencia: Fuente, 1928 (pp.: 43-58)

***Olibrus bisignatus* (Ménétriés, 1849)**
3398. *Olibrus bisignatus* Mén., 1849 (Champion)
Referencia: Fuente, 1928 (pp.: 21-36)

***Stilbus testaceus* (Panzer, 1797)**
3405. *Stilbus testaceus* Panz., 1797 (Tutor)
Referencia: Fuente, 1928 (pp.: 43-58)

FAMILIA PTINIDAE

Subfamilia Anobiinae

***Hemicoelus fulvicornis* (Sturm, 1837)**
4701. *Anobium (Hadrobregmus) fulvicorne* Sturm. 1837 (Tutor)
Referencia: Fuente, 1932 (pp.: 38-53)

Subfamilia Ptininae

***Ptinus (Cyphoderes) hirticornis* Kiesenwetter, 1867**
4657. *Ptinus (Cyphoderes) hirticornis* Kiesw., 1867 (P. Marcet, Tutor)
Referencia: Fuente, 1932 (pp.: 17-32)

***Ptinus (Ptinus) subpillosus* Sturm, 1837**
4645. *Ptinus (Ptinus) subpilosus* Sturm., 1837 (Tutor)
Referencia: Fuente, 1932 (pp.: 17-32)

Subfamilia Xyletininae

***Lasioderma bubalus* Fairmaire, 1860**
4720. *Lasioderma (Pseudochina) bubalus* Fairm., 1860 (Tutor!)
Referencia: Fuente, 1932 (pp.: 38-53)

***Lasioderma haemorrhoidale* (Illiger, 1807)**
4717. *Lasioderma (Pseudochina) haemorrhoidale* Illig., 1807 (Champion, Tutor!)
Referencia: Fuente, 1932 (pp.: 38-53)

***Xyletinus (Xyletinus) ater* (Creutzer, 1796)**
4712. *Xyletinus (Xyletinus) ater* Creutz., 1796 (Champion)
Referencia: Fuente, 1932 (pp.: 38-53)

***Xyletinus (Xyletinus) laticollis* (Duftschmid, 1825)**
4713. *Xyletinus (Xyletinus) laticollis* Duft., 1825 (Champion)
Referencia: Fuente, 1932 (pp.: 38-53)

FAMILIA RIPIPHORIDAE

Subfamilia Ptilophorinae

***Ptilophorus dufourii* (Latreille, 1817)**
4972. *Evaniocera dufouri* Latr., 1817 (Tutor)
Referencia: Fuente, 1933 (pp.: 45-60)

Subfamilia Ripiphorinae

***Macrosiagon bimaculata* (Fabricius, 1787)**
4976. *Macrosiagon tricuspidata* Lepech., 1774 (Tutor)
Referencia: Fuente, 1933 (pp.: 45-60)

***Macrosiagon praeusta* (Gebler, 1829)**
4978. *Macrosiagon praeusta* Gebl., 1775 (Tutor)
Referencia: Fuente, 1933 (pp.: 45-60)

***Ripiphorus subdipterus* Bosc, 1792**
4974. *Rhipiphorus subdipterus* Bosc., 1792 (Tutor)
Referencia: Fuente, 1933 (pp.: 45-60)

FAMILIA SCARABAEIDAE

Subfamilia Aphodiinae

***Acrossus carpetanus* (Graëlls, 1847)**
2944. *Aphodius (Acrossus) carpetanus* Graells, 1847 (Champion)
Referencia: Fuente, 1926 (pp.: 134-149)

Zubía | *núm. 37-38 (2019-2020), pp. 69-128*
ISSN 0213-4306

***Acrossus luridus* (Fabricius, 1775)**
2945. *Aphodius (Acrossus) luridus* F., 1775 (Tutor)
Referencia: Fuente, 1926 (pp.: 134-149)

***Alocoderus hydrochaeris* (Fabricius, 1798)**
2880. *Aphodius (Bolidus) hydrochoeris* F., 1801 (Tutor!)
Referencia: Fuente, 1926 (pp.: 83-96)

***Biralus satellitius* (Herbst, 1789)**
2942. *Aphodius (Birulus) satellitius* Herbst., 1789 (Tutor)
Referencia: Fuente, 1926 (pp.: 134-149)

***Bodiloides ictericus* (Laicharting, 1781)**
2885. *Aphodius (Bolidus) ictericus* Laicht., 1781 (Tutor)
Referencia: Fuente, 1926 (pp.: 83-96)

***Bodilopsis sordida* (Fabricius, 1775)**
2881. *Aphodius (Bolidus) sordidus* F., 1775 (Champion)
Referencia: Fuente, 1926 (pp.: 83-96)

***Bodilus longispina* (Küster, 1854)**
2883. *Aphodius (Bolidus) longispina* Küst., 1901 (Tutor)
Referencia: Fuente, 1926 (pp.: 83-96)

***Chilothorax distinctus* (O.F. Müller, 1776)**
2926. *Aphodius (Chilotorax) distinctus* Müller, 1776 (Tutor)
Referencia: Fuente, 1926 (pp.: 134-149)

***Chilothorax exclamationis* (Motschulsky, 1849)**
2928. *Aphodius (Chilotorax) exclamationis* Motsch., 1849 (Tutor)
Referencia: Fuente, 1926 (pp.: 134-149)
Comentario: La presencia de esta especie en La Rioja es, en principio, descartable, ya que en la península ibérica solo habita en el sur (Baraud, 1992).

***Chilothorax melanostictus* (W.L.E. Schmidt, 1840)**
2925. *Aphodius (Chilotorax) melanostictus* Schmidt, 1840 (Tutor)
Referencia: Fuente, 1926 (pp.: 134-149)

***Colobopterus erraticus* (Linnaeus, 1758)**
2865. *Aphodius (Colobopterus) erraticus* L., 1758 (Tutor, Champion)
Referencia: Fuente, 1926 (pp.: 83-96)

***Coprimorphus scrutator* (Herbst, 1789)**
2864. *Aphodius (Coprimorphus) scrutator* Herbst., 1789 (Tutor, Champion)
Referencia: Fuente, 1926 (pp.: 83-96)

Zubía núm. 37-38 (2019-2020), pp. 69-128
ISSN 0213-4306

***Melinopterus sphacelatus* (Panzer, 1798)**
2935. *Aphodius (Melinopterus) sphacelatus* Panz., 1798 (P. Navás!)
Referencia: Fuente, 1926 (pp.: 134-149)

***Nialus varians* (Duftschmid, 1805)**
2896. *Aphodius (Liothorax) varians* Duft., 1805 (Tutor)
Referencia: Fuente, 1926 (pp.: 83-96)

***Nimbus contaminatus* (Herbst, 1783)**
2933. *Aphodius (Nimbus) contaminatus* Herbst., 1783 (Tutor!)
Referencia: Fuente, 1926 (pp.: 134-149)

***Otophorus haemorrhoidalis* (Linnaeus, 1758)**
2868. *Aphodius (Otophorus) haemorrhoidalis* L., 1760 (Tutor, Champion)
Referencia: Fuente, 1926 (pp.: 83-96)

***Phalacronothus biguttatus* (Germar, 1824)**
2913. *Aphodius (Phalacronotus) sanguinolentus* Panz., 1797 (Champion)
Referencia: Fuente, 1926 (pp.: 83-96)

***Psammodius asper* (Fabricius, 1775)**
2960. *Psammobius sulcicollis* Illiger., 1802 (Tutor)
Referencia: Fuente, 1926 (pp.: 134-149)

***Sigorus porcus* (Fabricius, 1792)**
2920. *Aphodius (Amidorus) porcus* F., 1792 (Tutor)
Referencia: Fuente, 1926 (pp.: 134-149)

***Teuchestes fossor* (Linnaeus, 1758)**
2867. *Aphodius (Teuchestes) fossor* L., 1759 (Tutor)
Referencia: Fuente, 1926 (pp.: 83-96)

***Trichonotulus scrofa* (Fabricius, 1787)**
2905. *Aphodius (Trichonotulus) scrofa* Duft., 1887 (Tutor, Champion)
Referencia: Fuente, 1926 (pp.: 83-96)

Subfamilia Cetoniinae

***Protaetia (Potosia) cuprea brancoi* Baraud, 1992**
3123. *Cetonia (Potosia) cuprea* F., 1775 (Tutor, Champion)
Referencia: Fuente, 1927b (pp.: 61-76)

***Trichius fasciatus* (Linnaeus, 1758**
3113. *Trichius fasciatus* L., 1758 (Champion)
Referencia: Fuente, 1927b (pp.: 61-76)

Zubía | *núm. 37-38 (2019-2020), pp. 69-128*
ISSN 0213-4306

***Trichius gallicus* Dejean, 1821**
3114. *Trichius gallicus* Heer., 1841 (Tutor)
Referencia: Fuente, 1927b (pp.: 61-76)

***Valgus hemipterus* (Linnaeus, 1758)**
3109. *Valgus hemipterus* L., 1758 (Tutor)
Referencia: Fuente, 1927b (pp.: 34-49)

Subfamilia Dynastinae

***Oryctes (Oryctes) nasicornis* (Linnaeus, 1758)**
2994. *Oryctes nasicornis* L., 1758 (Tutor)
Referencia: Fuente, 1926 (pp.: 158-173)

Subfamilia Melolonthinae

***Amphimallon atrum* (Herbst, 1790)**
3034. *Amphimallus ater* Herbst., 1790 (Champion)
Referencia: Fuente, 1926 (pp.: 158-173)

***Amphimallon lusitanicum* (Gyllenhal, 1817)**
3031. *Amphimallus lusitanicus* Gyll., 1806 (Champion)
Referencia: Fuente, 1926 (pp.: 158-173)

***Amphimallon pini* (A.G. Olivier, 1789)**
3022. *Amphimallus pini* Oliv., 1789 (Tutor)
Referencia: Fuente, 1926 (pp.: 158-173)

***Amphimallon solstitiale* (Linnaeus, 1758)**
3025. *Amphimallus solstitialis* L., 1758 (Tutor
Referencia: Fuente, 1926 (pp.: 158-173)

***Chasmatopterus villosulus* (Illiger, 1803)**
3069. *Chasmatopterus villosulus* Illiger, 1803 (Tutor, Champion)
Referencia: Fuente, 1927b (pp.: 34-49)
Comentario: *Ch. villosulus* es una especie del cuadrante suroeste de la península ibérica (Baraud, 1992), por lo que hay que excluir su presencia en La Rioja. Probablemente sea una confusión con *Ch. illigeri* Perris, 1855, ya que la separación entre ambas especies es compleja.

***Hymenoplia chevrolati* Mulsant, 1842**
3062. *Hymenoplia chevrolati* Muls., 1843 (Tutor)
Referencia: Fuente, 1927b (pp.: 34-49)

Zubía núm. 37-38 (2019-2020), pp. 69-128
ISSN 0213-4306

***Hymenoplia rugulosa* Mulsant, 1842**
3060. *Hymenoplia rugulosa* Muls., 1842 (Champion)
Referencia: Fuente, 1927b (pp.: 34-49)

***Melolontha hybrida* Charpentier, 1825**
3040. *Hoplosternus papposa* Illiger, 1803 (Tutor)
Referencia: Fuente, 1926 (pp.: 158-173)
Comentario: *Melolontha paposa* Illiger, 1803 limita su distribución al sur de Portugal, Cáceres y Ávila, por lo que hay que excluir su presencia en La Rioja. Sin embargo, la cita riojana se atribuyó a la variedad *hybrida* Charpentier, 1825, taxón que recientemente se ha validado como buena especie y que presenta una amplia distribución ibérica (Hillert *et al.*, 2019).

***Rhizotrogus marginipes* Mulsant, 1842**
3001. *Rhizotrogus marginipes* Muls., 1842 (Champion)
Referencia: Fuente, 1926 (pp.: 158-173)

***Rhizotrogus pallidipennis* C.É. Blanchard, 1851**
3011. *Rhizotrogus lepidus* Schauf., 1869 (Tutor)
Referencia: Fuente, 1926 (pp.: 158-173)

***Triodontella aquila* (Laporte, 1840)**
3051. *Triodonta aquila* Lap., 1840 (Champion)
Referencia: Fuente, 1927b (pp.: 34-49)
Comentario: Según apuntan Sánchez-Ruiz *et al.* (1997), las citas ibéricas de este género anteriores a 1959-1962 hay que considerarlas dudosas, ya que en aquellas época existía un notable desconocimiento sobre la forma de abordar su estudio, pero además, algunas especies todavía no habían sido descritas. Esta cita de La Rioja podría tratarse tanto de *T. aquila* como de *T. castillana* (Baraud, 1961), especies que presentan una morfología externa muy similar (Pérez-López y Hernández-Ruiz, 1994).

Subfamila Rutelinae

***Anisoplia (Anisoplia) baetica* Erichson, 1847**
3100. *Anisoplia baetica* Er., 1848 (Champion)
Referencia: Fuente, 1927b (pp.: 34-49)

***Anomala dubia* (Scopoli, 1763)**
3092. *Anomala (Anomala) dubia* Scop., 1763 (Tutor)
Referencia: Fuente, 1927b (pp.: 34-49)

***Exomala (Neoblitopertha) campestris* (Latreille, 1804)**
3098. *Blitopertha campestris* Latr., 1804 (Tutor)
Referencia: Fuente, 1927b (pp.: 34-49)

Zubía | *núm. 37-38 (2019-2020), pp. 69-128*
ISSN 0213-4306

Subfamilia Scarabaeinae

***Bubas bison* (Linnaeus, 1767)**
2856. *Bubas bison* L., 1767 (Tutor)
Referencia: Fuente, 1926 (pp.: 21-36)

***Bubas bubalus* (A.G. Olivier, 1811)**
2857. *Bubas bubalus* Oliv., 1811 (Tutor)
Referencia: Fuente, 1926 (pp.: 21-36)

***Cheironitis ungaricus* (Herbst, 1789)**
2862. *Chironitis hungaricus* Herbst. 1789 (Tutor)
Referencia: Fuente, 1926 (pp.: 83-96)

***Copris (Copris) lunaris* (Linnaeus, 1758)**
2855. *Copris lunaris* L., 1758 (Tutor)
Referencia: Fuente, 1926 (pp.: 21-36)

***Onitis belial* Fabricius, 1798**
2859. *Onitis belial* F. 1798 (Tutor)
Referencia: Fuente, 1926 (pp.: 21-36)

***Onthophagus (Palaeonthophagus) lemur* (Fabricius, 1781)**
2850. *Onthophagus lemur* F. 1781 (Tutor, Champion)
Referencia: Fuente, 1926 (pp.: 21-36)

***Onthophagus (Palaeonthophagus) verticicornis* (Laicharting, 1781)**
2841. *Onthophagus verticicornis* Laicht., 1781 (Champion)
Referencia: Fuente, 1926 (pp.: 21-36)

***Onthophagus (Trichonthophagus) maki* (Illiger, 1803)**
2848. *Onthophagus maki* Illig. 1803 (Tutor)
Referencia: Fuente, 1926 (pp.: 21-36)

***Scarabaeus pius* (Illiger, 1803)**
2813. *Scarabaeus (Ateuchus) pius* Illig. 1803 (Tutor)
Referencia: Fuente, 1926 (pp.: 21-36)
Comentario: La presencia de esta especie en el tercio septentrional de la península ibérica es extremadamente dudosa (Báguena Corella, 1967; Martín-Piera y Veiga, 1985), por lo que se considera ausente en La Rioja. Posiblemente se debe a una confusión con *S. typhon* (Fischer von Waldheim, 1823), especie muy próxima.

FAMILIA SCRAPTIIDAE

Subfamilia Anaspidinae

331. *Anaspis (Anaspis) lurida* Stephens, 1832
5018. *Anaspis (Anaspis) subtestacea* Steph., 1832 (Champion)
Referencia: Fuente, 1933 (pp.: 45-60)

***Anaspis (Silaria) quadrimaculata* Gyllenhal, 1817**
5033. *Anaspis (Silaria) quadrimaculata* Gyll., 1817 (Champion)
Referencia: Fuente, 1933 (pp.: 96-111)

***Anaspis (Silaria) trifasciata* Chevrolat, 1860**
5032. *Anaspis (Silaria) trifasciata* Chevr., 1860 (Champion)
Referencia: Fuente, 1933 (pp.: 96-111)

***Pentaria badia* (Rosenhauer, 1847)**
5010. *Pentaria badia* Bosh., 1847 (Tutor)
Referencia: Fuente, 1933 (pp.: 45-60)

FAMILIA SILPHIDAE

Subfamilia Nicrophorinae

***Nicrophorus (Nicrophorus) vespillo* (Linnaeus, 1758)**
2407. *Necrophorus vespillo* L., 1758 (Tutor)
Referencia: Fuente, 1924 (pp.: 109-124)

***Nicrophorus (Nicrophorus) vestigator* Herschel, 1807**
2408. *Necrophorus vestigator* Hersch., 1807 (Tutor)
Referencia: Fuente, 1924 (pp.: 109-124)

Subfamilia Silphinae

***Ablattaria laevigata* (Fabricius, 1775)**
2422. *Ablattaria laevigata* F., 1775 (Ardois!, Tutor)
Referencia: Fuente, 1924 (pp.: 109-124)

***Aclypea undata* (O.F. Müller, 1776)**
2415. *Blitophaga (Aclypea) undata* Müll., 1776 (Tutor)
Referencia: Fuente, 1924 (pp.: 109-124)

***Silpha tristis* Illiger, 1798**
2419. *Silpha granulata* Thunb., 1794 (Ardois!)
Referencia: Fuente, 1924 (pp.: 109-124)

Zubía | *núm. 37-38 (2019-2020), pp. 69-128*
ISSN 0213-4306

***Silpha tyrolensis* Laicharting, 1781**
2420. *Silpha tyrolensis* Laicht., 1781 (Champion)
Referencia: Fuente, 1924 (pp.: 109-124)

***Thanatophilus rugosus* (Linnaeus, 1758)**
2411. *Thanatophilus rugosus* L., 1758 (Tutor)
Referencia: Fuente, 1924 (pp.: 109-124)

***Thanatophilus sinuatus* (Fabricius, 1775)**
2410. *Thanatophilus sinuatus* F., 1775 (Tutor)
Referencia: Fuente, 1924 (pp.: 109-124)

FAMILIA SILVANIDAE

Subfamilia Brontinae

***Uleiota planatus* (Linnaeus, 1761)**
3278. *Uleiota planata* L., 1761 (Champion)
Referencia: Fuente, 1927b (pp.: 102-117)

FAMILIA SPHINDIDAE

Subfamilia Sphindinae

***Sphindus dubius* (Gyllenhal, 1808)**
3484. *Sphindus dubius* Gyll., 1808 (Champion)
Referencia: Fuente, 1928 (pp.: 74-89)

FAMILIA STAPHYLINIDAE

Subfamilia Aleocharinae

***Aleochara (Heterochara) clavicornis* L. Redtenbacher, 1849**
2020. *Aleochara (Aleochara) clavicornis* Redtb., 1849 (Champion)
Referencia: Fuente, 1924 (pp.: 20-32)

***Aleochara (Xenochara) tristis* Gravenhorst, 1806**
2032. *Aleochara (Isochara) tristis* Grav., 1806 (Tutor)
Referencia: Fuente, 1924 (pp.: 35-50)

***Atheta (Tetropla) nigritula* (Gravenhorst, 1802)**
1846. *Atheta (Atheta) nigritula* Grav., 1802 (Champion)
Referencia: Fuente, 1923 (pp.: 87-102)

Zubia | *núm. 37-38 (2019-2020), pp. 69-128*
ISSN 0213-4306

***Cordalia obscura* (Gravenhorst, 1802)**
1765. *Cardiola (Cardiola) obscura* Grav., 1802 (Tutor)
Referencia: Fuente, 1923 (pp.: 62-77)

***Drusilla (Drusilla) canaliculata* (Fabricius, 1787)**
1934. *Astilbus canaliculatus* F., 1787 (Tutor)
Referencia: Fuente, 1923 (pp.: 118-133)

***Falagria sulcatula* (Gravenhorst, 1806)**
1760. *Falagria (Falagria) sulcatula* Grav., 1806 (Tutor)
Referencia: Fuente, 1923 (pp.: 62-77)

***Ischnopoda umbratica* (Erichson, 1837)**
1771. *Tachyusa (Ischnopoda) umbratica* Er., 1839 (Champion)
Referencia: Fuente, 1923 (pp.: 62-77)

***Nehemitropia lividipennis* (Mannerheim, 1830)**
1887. *Atheta (Coprothassa) sordida* Marsch., 1802 (Tutor)
Referencia: Fuente, 1923 (pp.: 118-133)

***Placusa (Placusa) complanata* Erichson, 1839**
1727. *Placusa (Placusa) complanata* Er. 1840 (Champion)
Referencia: Fuente, 1923 (pp.: 62-77)

Subfamilia Omaliinae

***Eusphalerum hispanicum* (C.N.F. Brisout de Barneville, 1866)**
1049. *Anthobium (Eusphalerum) hispanicum* Bris., 1866 (Champion)
Referencia: Fuente, 1921 (pp.: 106-121)

***Eusphalerum torquatum* (Marsham, 1802)**
1051. *Anthobium (Eusphalerum) torquatum* Marsh., 1802 (Champion)
Referencia: Fuente, 1921 (pp.: 106-121)

Subfamilia Paederinae

***Luzea nigritula* (Erichson, 1840)**
1364. *Medon (Medon) nigritulus* Er., 1840 (Tutor)
Referencia: Fuente, 1922 (pp.: 70-85)

***Medon ripicola* (Kraatz, 1854)**
1362. *Medon (Medon) ripicola* Kr., 1854 (Tutor)
Referencia: Fuente, 1922 (pp.: 70-85)

Zubía | *núm. 37-38 (2019-2020), pp. 69-128*
ISSN 0213-4306

***Paederus (Heteropaederus) fuscipes* Curtis, 1826**
1333. *Paederus (Paederus) fuscipes* Curt., 1826 (Tutor)
Referencia: Fuente, 1922 (pp.: 70-85)

***Paederus (Poederomorphus) littoralis* Gravenhorst, 1802**
1335. *Paederus (Paederus) litoralis* Grav., 1802 (Tutor)
Referencia: Fuente, 1922 (pp.: 70-85)

Subfamilia Pselaphinae

***Brachygluta (Brachygluta) fossulata* (Reichenbach, 1816)**
2103. *Brachygluta fossulata* Reichb., 1816 (Tutor)
Referencia: Fuente, 1924 (pp.: 35-50)

Subfamilia Scaphidiinae

***Scaphidium quadrimaculatum* Olivier, 1790**
2505. *Scaphidium 4-maculatus* Oliv. 1790 (Champion)
Referencia: Fuente, 1925 (pp.: 41-56)

***Scaphisoma agaricinum* (Linnaeus, 1758)**
2507. *Scaphosoma agaricinum* L., 1758 (Champion)
Referencia: Fuente, 1925 (pp.: 41-56)

Subfamilia Scydmaeninae

***Palaeostigus prolongatus* (Gory, 1839)**
2276. *Mastigus prolongatus* Gory., 1839 (Tutor)
Referencia: Fuente, 1924 (pp.: 88-103)

Subfamilia Staphylininae

***Gabrius splendidulus* (Gravenhorst, 1802)**
1516. *Philonthus (Gabrius) splendidulus* Grav., 1802 (Champion)
Referencia: Fuente, 1922 (pp.: 126-141)

***Ocypus (Pseudocypus) aeneocephalus* (De Geer, 1774)**
1538. *Staphylinus (Pseudocypus) aeneocephalus* Deg., 1774 (Tutor)
Referencia: Fuente, 1922 (pp.: 126-141)

***Ocypus (Pseudocypus) picipennis* (Fabricius, 1792)**
1537. *Staphylinus (Pseudocypus) picipennis* F., 1792 (Tutor)
Referencia: Fuente, 1922 (pp.: 126-141)

***Ontholestes murinus* (Linnaeus, 1758)**
1549. *Ontholestes murinus* L. 1758 (Champion)
Referencia: Fuente, 1923 (pp.: 21-36)

***Philonthus (Philonthus) concinnus* (Gravenhorst, 1802)**
1464. *Philonthus (Philonthus) concinnus* Grav., 1802 (Tutor)
Referencia: Fuente, 1922 (pp.: 91-106)

***Philonthus (Philonthus) fenestratus* Fauvel, 1872**
1476. *Philonthus (Gefyrobius) fenestratus* Fauv., 1869 (Tutor)
Referencia: Fuente, 1922 (pp.: 126-141)

***Philonthus (Philonthus) intermedius* (Lacordaire, 1835)**
1450. *Philonthus (Philonthus) intermedius* Lac., 1835 (Tutor)
Referencia: Fuente, 1922 (pp.: 91-106)

***Philonthus (Philonthus) rufipes* (Stephens, 1832)**
1466. *Philonthus (Philonthus) immundus* Gyll., 1819 (Tutor)
Referencia: Fuente, 1922 (pp.: 91-106)

***Philonthus (Philonthus) splendens* (Fabricius, 1792)**
1449. *Philonthus (Philonthus) splendens* F., 1792 (Tutor)
Referencia: Fuente, 1922 (pp.: 91-106)

***Philonthus (Philonthus) varians* (Paykull, 1789)**
1478. *Philonthus (Gefyrobius) varians* Payk., 1789 (Tutor)
Referencia: Fuente, 1922 (pp.: 126-141)

***Philonthus (Philonthus) ventralis* (Gravenhorst, 1802)**
1487. *Philonthus (Gefyrobius) ventralis* Grav., 1802 (Tutor)
Referencia: Fuente, 1922 (pp.: 126-141)

***Quedius (Microsaurus) mesomelinus* (Marsham, 1802)**
1562. *Quedius (Microsaurus) mesomelinus* Marsh., 1802 (Champion)
Referencia: Fuente, 1923 (pp.: 21-36)

***Quedius (Quedius) fuliginosus* (Gravenhorst, 1802)**
1571. *Quedius (Quedius) fuliginosus* Grav., 1802 (Champion)
Referencia: Fuente, 1923 (pp.: 21-36)

***Quedius (Raphirus) ochropterus* Erichson, 1840**
1576. *Quedius (Sauridus) ochropterus* Er., 1858 (Tutor)
Referencia: Fuente, 1923 (pp.: 21-36)

Zubía | *núm. 37-38 (2019-2020), pp. 69-128*
ISSN 0213-4306

***Staphylinus caesareus* Cederhjelm, 1798**
1526. *Staphylinus (Staphylinus) caesareus* Cederh., 1798 (Tutor)
Referencia: Fuente, 1922 (pp.: 126-141)

***Xantholinus (Purrolinus) tricolor* (Fabricius, 1787)**
1417. *Xantholinus (Xantholinus) tricolor* F., 1787 (Tutor)
Referencia: Fuente, 1922 (pp.: 91-106)

Subfamilia Steninae

***Stenus (Stenus) biguttatus* (Linnaeus, 1758)**
1226. *Stenus (Stenus) biguttatus* L., 1758 (Tutor)
Referencia: Fuente, 1922 (pp.: 21-36)

***Stenus (Stenus) humilis* Erichson, 1839**
1261. *Stenus (Nestus) humilis* Er., 1839 (Tutor)
Referencia: Fuente, 1922 (pp.: 38-53)

Subfamilia Tachyporinae

***Cilea silphoides* (Linnaeus, 1767)**
1683. *Leucoparyphus silphoides* L., 1767 (Tutor)
Referencia: Fuente, 1923 (pp.: 40-55)

***Mycetoporus lepidus* (Gravenhorst, 1806)**
1618. *Mycetoporus (Mycetoporus) brunneus* Marsh., 1802 (Champion)
Referencia: Fuente, 1923 (pp.: 21-36)

***Tachyporus (Tachyporus) hypnorum* (Fabricius, 1775)**
1664. *Tachyporus hypnorum* F., 1775 (Tutor)
Referencia: Fuente, 1923 (pp.: 40-55)

FAMILIA TENEBRIONIDAE

Subfamilia Alleculinae

***Gonodera luperus* (Herbst, 1783)**
5067. *Gonodera luperus* Herbst., 1783 (Champion)
Referencia: Fuente, 1933 (pp.: 96-111)

***Hymenalia (Hymenalia) rufipes* (Fabricius, 1792)**
5065. *Hymenalia rufipes* F., 1792 (Tutor)
Referencia: Fuente, 1933 (pp.: 96-111)

Zubia núm. 37-38 (2019-2020), pp. 69-128
ISSN 0213-4306

***Isomira (Heteromira) antennata* (Panzer, 1798)**
5068. *Isomira antennata* Panz., 1798 (Tutor, Champion)
Referencia: Fuente, 1933 (pp.: 96-111)

***Omophlus (Odontomophlus) lepturoides* (Fabricius, 1787)**
5089. *Omophlus (Odontomophlus) lepturoides* F., 1792 (Tutor, Vicente)
Referencia: Fuente, 1934 (pp.: 17-32)

***Omophlus (Paromophlus) picipes* (Fabricius, 1792)**
5092. *Omophlus (Omophlus) picipes* F., 1792 (Champion)
Referencia: Fuente, 1934 (pp.: 17-32)

Subfamilia Diaperinae

***Corticeus (Corticeus) pini* (Panzer, 1799)**
5452. *Hypophloeus (Paraphloeus) pini* Panz., 1799 (Champion)
Referencia: Fuente, 1935 (pp.: 53-68)

***Crypticus (Crypticus) quisquilius* (Linnaeus, 1760)**
5432. *Crypticus (Crypticus) quisquilius* L., 1761 (Tutor)
Referencia: Fuente, 1935 (pp.: 53-68)

***Lamprocrypticus zophosioides* (Heyden, 1870)**
5431. *Crypticus (Crypticus) zophosioides* Heyd., 1870 (Champion)
Referencia: Fuente, 1935 (pp.: 53-68)

Subfamilia Lagriinae

***Centorus (Centorus) procerus* (Mulsant, 1854)**
5482. *Centorus procerus* Muls., 1854 (Tutor)
Referencia: Fuente, 1935 (pp.: 53-68)

***Lagria (Lagria) grenieri* C. Brisout de Barneville, 1867**
5058. *Lagria (Lagria) grenieri* Bris., 1867 (Champion)
Referencia: Fuente, 1933 (pp.: 96-111)

***Lagria (Lagria) hirta* (Linnaeus, 1758)**
5060. *Lagria (Lagria) hirta* L., 1758 (Tutor)
Referencia: Fuente, 1933 (pp.: 96-111)

Subfamilia Pimeliinae

***Akis elegans* Charpentier, 1825**
5291. *Akis elegans* Charp., 1825 (Tutor, Champion)
Referencia: Fuente, 1934 (pp.: 99-114)

Zubía | *núm. 37-38 (2019-2020), pp. 69-128*
ISSN 0213-4306

***Akis granulifera* C.R. Sahlberg, 1823**
5288. *Akis granulifera* C.R.Sahlb., 1823 (Tutor)
Referencia: Fuente, 1934 (pp.: 99-114)
Comentario: Especie endémica del suroeste de la península ibérica (Ferrer *et al*., 2008) y, por tanto, se descarta su presencia en La Rioja. Posiblemente sea una confusión con *A. genei* Solier, 1837, especie próxima y de amplia distribución peninsular.

***Alphasida (Glabrasida) castellana* (Graells, 1858)**
5247. *Asida (Glabrasida) castellana* Graells., 1858 (Tutor!)
Referencia: Fuente, 1934 (pp.: 61-76)
Comentario: Se trata de una especie endémica de la Sistema Central (Pérez-Vera y Ávila Sánchez-Jofré, 2016), por lo que su presencia en La Rioja debe ser descartada.

***Alphasida (Glabrasida) goudoti* (Solier, 1836)**
5243. *Asida (Glabrasida) goudoti* Sol., 1836 (Champion)
Referencia: Fuente, 1934 (pp.: 61-76)

***Asida (Planasida) pygmaea* Rosenhauer, 1856**
5164. *Asida (Asida) pygmaea* Rosch., 1856 (Tutor!)
Referencia: Fuente, 1934 (pp.: 61-76)
Comentario: Endemismo del sureste de la península ibérica (Viñolas y Cartagena, 2005), por lo que esta cita se debería a un error de identificación.

***Asida (Polasida) sericea* (A.G. Olivier, 1795)**
5196. *Asida (Globasida) sericea* Oliv., 1795 (Tutor, Champion)
Referencia: Fuente, 1934 (pp.: 61-76)

***Pimelia (Pimelia) modesta* Herbst, 1799**
5312. *Pimelia (Pimelia) incerta* Sol., 1836 (Tutor!)
Referencia: Fuente, 1934 (pp.: 99-114)
Comentario: Castro Tovar y Ferrer (2012) confirman la sinonimia de *P. (P.) incerta* Solier, 1836 con *P. (P.) modesta*. Este coleóptero es endémico del suroeste de Andalucía, por lo que su cita de La Rioja se debería a un error de indentificación.

***Pimelia (Pimelia) ingrata* Castro Tovar y Ferrer, 2012**
5317. *Pimelia (Pimelia) punctata* Sol., 1836 (Tutor)
Referencia: Fuente, 1934 (pp.: 99-114)
Comentario: Esta especie aparece en el catálogo de coleópteros paleárticos como *P. (P.) punctata* Solier 1836 (Šlipinski *et al*., 2008), sin embargo, Castro Tovar y Ferrer (2012) designan el nombre *P. (P.) ingrata* para sustituirlo al no estar disponible por tratarse de una homonimia. Se descarta su presencia en La Rioja, puesto que es un endemismo del sureste de la Península.

Subfamilia Stenochiinae

***Coelometopus clypeatus* (Germar, 1813)**
5485. *Coelometopus clypeatus* Germ., 1813 (Tutor, Champion)
Referencia: Fuente, 1935 (pp.: 53-68)

Subfamilia Tenebrioninae

***Blaps (Blaps) nitens brachyura* Küster, 1848**
5328. *Blaps brachyura* Küst., 1848 (Tutor)
Referencia: Fuente, 1934 (pp.: 99-114)
Comentario: Hay que desestimar la pertenencia de este elemento a la fauna riojana, ya que su distribución se limita al sureste de la península ibérica (Español, 1961b; Martínez *et al*., 2011).

***Dendarus (Dendarus) castilianus* Piochard de la Brûlerie, 1869**
5340. *Dendarus (Pandarinus) castilianus* Pioch., 1869 (Tutor)
Referencia: Fuente, 1934 (pp.: 99-114)

***Heliopates (Heliopates) luctuosus* (Le Peletier & Audinet-Serville, 1825)**
5381. Heliophilus (Heliophilus) luctuosus Serv., 1825 (Tutor!)
Referencia: Fuente, 1935 (pp.: 17-32)
Comentario: Según señalan Ferrer e Iwan (2012) esta especie no está presente en la península ibérica y sus citas deben atribuirse a *H. (H.) rupestris* Mulsant y Rey, 1854, si bien sus poblaciones parecen limitarse a Cataluña, existiendo una cita aislada del Pirineo navarro que ponen en duda. En cualquier caso, se excluye la posibilidad de que cualquiera de estas especies pertenezca a la fauna riojana.

***Euboeus (Pelorinus) foveolatus* (Seidlitz, 1896)**
5497. *Helops (Helops) foveolatus* Seidl., 1894 (Ardois!)
Referencia: Fuente, 1935 (pp.: 101-116)
Comentario: En el catálogo de coleópteros paleárticos (Nabozhenko y Löbl, 2008), esta especie aparece nombrada como *Probaticus (P.) foveolatus*, pero actualmente el género *Probaticus* Seidlitz, 1896 se considera una sinonimia del género *Euboeus* Boieldieu, 1865 (Nabozhenko *et al*., 2017). La cita riojana que aporta J.M. de la Fuente ya fue considerada muy dudosa por Español (1956) y actualmente sería descartable, ya que no se conoce la presencia de esta especie fuera del sureste ibérico.

***Euboeus (Pelorinus) laticollis* (Küster, 1850)**
5498. *Helops (Helops) laticollis* Küst., 1850 (Tutor!)
Referencia: Fuente, 1935 (pp.: 101-116)

***Stenomax (Asyrmatus) meridianus* Mulsant, 1854**
5512. *Helops (Stenomax) meridianus* Muls., 1854 (Tutor)

Zubía | *núm. 37-38 (2019-2020), pp. 69-128*
ISSN 0213-4306

Referencia: Fuente, 1935 (pp.: 101-116)
Comentario: Según Español (1961a), las citas peninsulares de esta especie son debidas a errores, por lo que queda al margen de la fauna ibérica mientras no sea confirmada su presencia.

***Tenebrio molitor* Linnaeus, 1758**
5478. *Tenebrio molitor* L., 1758 (Tutor)
Referencia: Fuente, 1935 (pp.: 53-68)

FAMILIA TROGOSSITIDAE

Subfamilia Peltinae

***Thymalus limbatus* (Fabricius, 1787)**
3135. *Thymalus limbatus* F., 1787 (Champion)
Referencia: Fuente, 1927b (pp.: 61-76)

FAMILIA ZOPHERIDAE

Subfamilia Colydiinae

***Bitoma crenata* (Fabricius, 1775)**
3524. *Ditoma crenata* F., 1775 (Tutor)
Referencia: Fuente, 1928 (pp.: 74-89)

3. DISCUSIÓN

El catálogo de coleópteros publicado por J.M. de la Fuente fue el primero de su tipo que se elaboró a nivel ibérico, marcando uno de los hitos de la entomología española. Actualmente, existe una base de datos que centraliza el conocimiento de la fauna ibérica y que incluye, de forma más completa y actualizada, la relación de especies del orden Coleoptera, registrando un total de 10 066 especies de este grupo de insectos (Iberfauna, 2014), si bien es cierto que no aporta datos de distribución. En el conjunto del catálogo, J.M. de la Fuente cita de La Rioja 414 especies, que se incluyen en 39 de las familias establecidas por Bouchard *et al.* (2011). Como ya se ha comentado en la introducción, estos registros tienen su origen en las citas bibliográficas publicadas por otros autores y, principalmente, en las listas de especies o en los especímenes que le fueron proporcionados por diversos naturalistas de la época. En la mayoría de los casos, cada cita procede de uno solo de estos estudiosos, aunque ocasionalmente llegan a coincidir dos de ellos.

De entre estos personajes destaca el médico calagurritano D. Vicente Tutor, quien al parecer fue un activo recolector de escarabajos, ya que es la fuente de la que emana el 68% de los registros riojanos, aunque no siempre en solitario. Por las listas de socios, existe constancia de que este riojano fue

Zubía | *núm. 37-38 (2019-2020), pp. 69-128*
ISSN 0213-4306

miembro de la Real Academia Española de Historia Natural y de la Sociedad Aragonesa de Ciencias, pero parece que nunca llegó a publicar ningún trabajo entomológico (Martín Albaladejo, 1994). El segundo en importancia es Mr. George Charles Champion, entomólogo inglés especializado en el estudio de los escarabajos que a principios del siglo XX realizó varios viajes por España con el objeto de recolectar ejemplares. Así, en 1903 se desplazó desde la zona burgalesa de la Sierra de la Demanda hasta el Moncayo, pasando por la localidad riojana de Canales de la Sierra, en el Alto Najerilla, donde recogió un buen número de coleópteros. Los datos obtenidos en este viaje fueron publicados por Champion (1904) y posteriormente integrados por J.M. de la Fuente en su catálogo, representando el 30% de las referencias riojanas. Menos considerable fue la aportación realizada por otros estudiosos de los insectos, como el Padre Jesuita Longinos Navás Ferrer, entomólogo reconocido internacionalmente por sus trabajos sobre los insectos neurópteros, que realizó numerosas excursiones por toda la Península; D. Juan Ardois, madrileño que recorrió la geografía española recolectando coleópteros y cuya colección se encuentra depositada en el Museo Nacional de Ciencias Naturales de Madrid; o D. Melchor Vicente Gómez, naturalista que ejerció de maestro en la localidad riojana de Ortigosa de Cameros durante los primeros años del siglo XX.

No todas las referencias publicadas en el catálogo pueden ser consideradas correctas actualmente. Hay que tener en cuenta que en aquella época existía cierto desconocimiento y/o confusión taxonómica con respecto a determinados grupos de coleópteros, que posteriormente han sido revisados y clarificados. Además, es sabido que la identificación precisa de los ejemplares de algunas familias, subfamilias y géneros de coleópteros exige un buen grado de especialización debido a su complejidad taxonómica (por ejemplo, determinados taxones de las familias Carabidae, Histeridae o Tenebrionidae) y resulta difícil que un mismo coleopterólogo alcance un buen dominio de todos los grupos. Por otra parte, el acceso a la bibliografía entomológica a principios del siglo XX no era tan factible como en la actualidad, por lo que la información taxonómica manejada por los estudiosos de los insectos podía no ser la más adecuada.

Todos estos factores tuvieron que confluir, sin duda, facilitando la comisión de errores en la identificación de algunas de las especies catalogadas por J.M. de la Fuente. En este sentido, se han detectado varios tipos de incorrecciones relacionados con los registros riojanos. Así, una de las especies citadas, *Poecilus caerulescens*, constituye una sinonimia menor de otra de ellas, *P. cupreus*. Además, la cita de *Triodontella aquila* podría referirse también a *T. castillana*, especie que se describió décadas más tarde y de morfología muy similar (Pérez-López y Hernández-Ruiz, 1994), por lo que hay que descartar este registro de forma irremediable. Asimismo, se ha aplicado el criterio establecido por diferentes autores quienes consideran que algunos de los taxones deben ser atribuidos a otra especie distinta, al tratarse de una confusión aparecida a nivel ibérico y ya resuelta: la cita de *Bembidiom andreae* se corresponde en realidad con *B. cruciatum* (Zaballos

Zubía | *núm. 37-38 (2019-2020), pp. 69-128*
ISSN 0213-4306

y Jeanne, 1994; Coulon, 2005; Ortuño y Toribio, 2005); la cita de *Mylabris geminata* con *M. beauregardi* (Pardo Alcaide, 1950; Bologna, 1991); y la cita de *Oenas afer* con *O. fusicornis* (Pérez-Moreno *et al*., 2003; García-París *et al*., 2003; Bologna, 2008). Por otra parte, 10 de las especies catalogodas se consideran ajenas a la fauna ibérica (*Meliboeus parvulus*, *Rhagonycha femoralis*, *Anisodactylus poeciloides*, *Harpalus picipennis*, *Asaphidion flavipes*, *Hyperaspis reppensis*, *Margarinotus bipustulatus*, *Danacea pallidipalpis*, *Heliopates luctuosus* y *Stenomax meridianus*); y hay un grupo más numeroso, formado por 18 especies, que no pertenecen a la fauna riojana por presentar un rango de distribución ibérica claramente no compatible con su presencia en La Rioja (en su mayoría se trata de especies que solo habitan en diferentes áreas del sur de la Península). Por último, en el catálogo se nombran 4 especies de la familia Carabidae (*Carabus auratus*, *Ophonus diffinis*, *Pterostichus madidus* y *Notiophilus aquaticus*) cuya presencia en La Rioja parece muy dudosa, aunque no es descartable. Se trata de una familia bien estudiada a nivel ibérico y estas especies presentan un área de distribución confirmada que alcanza territorios próximos a La Rioja (por ejemplo, los Montes Vascos o la Sierra del Moncayo) o solo se conocen algunas citas dispersas por la mitad septentrional de la Península (Serrano, 2013), por lo que su existencia en La Rioja no debería parecer insólita.

Obviando los taxones cuya presencia en La Rioja ha sido descartada de forma definitiva a la luz de los conocimientos actuales, el número total de especies de coleópteros catalogadas por J.M. de la Fuente que se pueden considerar parte de la entomofauna riojana es de 384. Es preciso tener en cuenta que algunas de estas especies no han vuelto a ser citadas desde entonces en La Rioja y que, por lo tanto, su presencia precisa ser confirmada mediante la captura de nuevos ejemplares. Este número de especies representa, evidentemente, una pequeña parte del censo total de los coleópteros que habitan en La Rioja. De hecho, familias importantes como Cerambycidae, Curculionidae, Dytiscidae, Hydraenidae, Leiodidae, etc., o bien no se nombran o están infrarepresentadas. Una recopilación de las citas riojanas publicadas a partir la segunda mitad del siglo XX arroja una cifra en torno a las 1320 especies de coleópteros (Pérez-Moreno, datos propios), pero esta cifra todavía estaría muy lejos de la previsiblemente real. Aunque cada vez es mayor el número de estudios relacionados con la coleopterofauna riojana (por ejemplo: Pérez-Moreno, 1996, 2001, 2010 y 2013; Pérez Moreno y Cabrero Sañudo, 2001; Pérez Moreno y Moreno Grijalba, 2007 y 2009; Pérez-Moreno *et al*., 2004, 2018a, 2018b, 2019 y 2020), es necesario seguir realizando un intenso esfuerzo prospectivo que proporcione un conocimiento cada vez más profundo de esta importante parte de la biodiversidad de cualquier ecosistema terrestre.

Zubía | *núm. 37-38 (2019-2020), pp. 69-128*
ISSN 0213-4306

BIBLIOGRAFÍA

Alonso-Zarazaga, M.A. (2010). *Gompelia*, a replacement name for *Olotelus* Mulsant y Rey, 1866 (Coleoptera, Aderidae). *Graellsia*, 66 (2), 299-301.

Alonso-Zarazaga, M.A. (2013). Case 3624. A proposal for the rejection of 38 names in Anthicidae (Coleoptera). *Bulletin of Zoological Nomenclature*, 70 (3), 171-184.

Bach, C. y Compte, A. (1997). La Entomología moderna en España. Su desarrollo: de los orígenes a 1960. *Boletín de la Sociedad Entomológica Aragonesa*, 20, 367-392.

Báguena Corella, L. (1967). *Los Scarabaeoidea de la fauna ibero-balear y pirenaica*. Instituto Español de Entomología, CSIC, Madrid.

Baraud, J. (1992). *Coléoptères Scarabaeoidea d'Europe. Faune de France, 78. France et régions limitrophes*. Fédération française des Sociétés de Sciences naturelles et Société linnéenne de Lyon.

Bologna, M.A. (1991). *Fauna de Italia. XXVIII. Coleoptera Meloidae*. Calderini. Bologna.

Bologna, M.A. (2008). Family Meloidae Gyllenhal, 1810. En: *Catalogue of Palaearctic Coleoptera. Volume 5. Tenebrionoidea.* (Löbl, I. y Smetana, A., eds.). Apollo Books, Stenstrup, 45-49 y 370-412.

Bouchard, P., Bousquet, Y., Davies, A.E., Alonso-Zarazaga, M.A., Lawrence, J.F., Lyal, C.H.C, Newton, A.F., Reid, C.A.M., Schmitt, M., Ślipiński, S.A. y Smith, A.B.T. (2011). Family-group names in Coleoptera (Insecta). *ZooKeys*, 88, 1-972.

Březina, B., Huber, C. y Marggi, W. (2017). Subtribe Carabina Latreille, 1802. En: *Catalogue of Palaearctic Coleoptera. Volume 1. Arxhostenata - Myxophaga - Adephaga. Revised and updated edition* (Löbl, I. y Löbl, D., eds.). Brill, Leiden, Boston, 70-207.

Caballero Klink, S. (1987). *José María de la Fuente, el Cura de los Bichos*. Biblioteca de Autores y Temas Manchegos, nº 40. Excelentísima Diputación Provincial de Ciudad Real. Área de Cultura.

Castro Tovar, A. y Ferrer, J. (2012). Nuevas especies y claves de las *Pimelia* franco-ibéricas (Coleoptera, Tenebrionidae) y notas sobre *Pimelia (Amblyptera)* de Marruecos. *Boletín de la Sociedad Entomológica Aragonesa*, 50, 219-253.

Cate, P.C. (2007). Family Elateridae Leach, 1815 (excepto Cebrioninae, Lissominae y Subprotelaterinae). En: *Catalogue of Palaearctic Coleoptera. Volume 4. Elateroidea - Derodontoidea - Bostrichoidea - Lymexyloidea - Cleroidea – Cucujoidea* (Löbl, I. y Smetana, A., eds.). Apollo Books, Stenstrup, 94-207.

Champion, G.C. (1904). An entomological excursion to Moncayo, N. Spain. *Transactions of the Entomological Society of London*, 1904, 81-99.

Chandler, D.S., Uhmann, G., Nardi, G. y Telnov, D. (2008). Family Anthicidae Latreille, 1819. En: *Catalogue of Palaearctic Coleoptera. Volume 5. Tenebrionoidea* (Löbl, I. y Smetana, A., eds.). Apollo Books, Stenstrup, 421-455.

Cobos, A. (1986). *Fauna ibérica de coleópteros Buprestidae*. Consejo Superior de Investigaciones Científicas, Madrid.

Constantin, R. (2008). Révision des *Danacea* Laporte de Castelnau, 1836, de France continentale et de la péninsule Ibérique avec description de deux espèces nouvelles. Les espèces à soies prothoraciques antéversées (Coleoptera, Dasytidae). *Bulletin de la Société entomologique de France*, 113(2), 207-225.

Coulon, J. (2005). Révision des taxons d'Europe et du bassin méditerranéen occidental rattachés à *Bembidion (Peryphus) cruciatum* Dejean (Coleoptera, Carabidae, Bembidiini). *Nouvelle Revue d'Entomologie (N.S.)*, 22, 327-350.

Dahlgren, G. (1975). Zur taxonomie der Gattungen *Rhagonycha*, *Pseudocratosilis* und *Cratosilis* (Col. Cantharidae). *Entomologische Blätter*, 71 (2), 100-112.

Eizaguirre, S. (2015). *Coleoptera Coccinellidae*. En: *Fauna Ibérica, vol. 40* (Ramos, M.A. *et al.*, eds.). Museo Nacional de Ciencias Naturales, CSIC, Madrid.

Español, F. (1932). El Rev. Josep M.ª de la Fuente. *Bulletí de la Institució Catalana d'Història Natura*l, XXXII (7), 1-2.

Español, F. (1956). Los *Probaticus* de España (Col. Tenebrionidae). *Eos: revista española de entomología*, 32 (1-4), 83-123.

Español, F. (1961a). Los Cylindronotini de la Península ibérica (Col. Tenebrionidae). *Eos: revista española de entomología*, 37, 135-160.

Español, F. (1961b). Los *Blaps* de la Península Ibérica (Col. Tenebrionidae). *Eos: revista española de entomología*, 37, 399-414.

Fernández-Carrillo, J.L. y Fernández-Carrillo, E. (2005). José María de La Fuente: 150 años del nacimiento del "cura de los bichos". *Boletín de la Sociedad Entomológica Aragonesa*, 37, 373-379.

Ferrer, F. e Iwan, D. (2012). Revisión del género *Heliopates* Dejean, 1834 (Coleoptera, Tenebrionidae). I: Las especies de la Península Ibérica, Baleares y Sicilia. *Boletín Sociedad Entomológica Aragonesa*, 50, 115-147.

Ferrer, J., Martínez Fernández, J.C. y Castro Tovar, A. (2008). Aportación al conocimiento del género *Akis* Herbst, 1799 (Coleoptera, Tenebrionidae, Pimeliinae). *Boletín Sociedad Entomológica Aragonesa*, 43, 153–172.

Fresneda, J. y Salgado, J.M. (2016). *Catálogo de los Coleópteros Leiodidae Cholevinae Kirby, 1837 de la península Ibérica e islas Baleares*. Monografies del Museu de Ciències Naturals, nº 7. Museu de Ciències Naturals de Barcelona.

Fuente, J.M. de la (1918). Catálogo sistemático-geográfico de los Coleópteros observados en la península ibérica, Pirineos propiamente dichos y Baleares. *Boletín de la Sociedad Entomológica de España*, 1, 16-27, 36-43, 71-78, 91-98, 178-193.

Fuente, J.M. de la (1919). Catálogo sistemático-geográfico de los Coleópteros observados en la península ibérica, Pirineos propiamente dichos y Baleares (continuación). *Boletín de la Sociedad Entomológica de España*, 2, 11-18, 30-45, 58-73, 104-119, 143-158, 199-214.

Fuente, J.M. de la (1920). Catálogo sistemático-geográfico de los Coleópteros observados en la península ibérica, Pirineos propiamente dichos y Baleares (continuación). *Boletín de la Sociedad Entomológica de España*, 3, 18-32, 34-49, 74-89, 131-146.

Fuente, J.M. de la (1921). Catálogo sistemático-geográfico de los Coleópteros observados en la península ibérica, Pirineos propiamente dichos y Baleares (continuación). *Boletín de la Sociedad Entomológica de España*, 4, 19-32, 34-43, 53-68, 74-89, 106-121, 138-153.

Fuente, J.M. de la (1922). Catálogo sistemático-geográfico de los Coleópteros observados en la península ibérica, Pirineos propiamente dichos y Baleares (continuación). *Boletín de la Sociedad Entomológica de España*, 5, 21-36, 38-53, 70-85, 91-106, 126-141.

Fuente, J.M. de la (1923). Catálogo sistemático-geográfico de los Coleópteros observados en la península ibérica, Pirineos propiamente dichos y Baleares (continuación). *Boletín de la Sociedad Entomológica de España*, 6, 21-36, 40-55, 62-77, 87-102, 118-133.

Fuente, J.M. de la (1924). Catálogo sistemático-geográfico de los coleópteros observados en la península ibérica, Pirineos propiamente dichos y Baleares (continuación). *Boletín de la Sociedad Entomológica de España*, 7, 20-32, 35-50, 67-82, 88-103, 109-124.

Fuente, J.M. de la (1925). Catálogo sistemático-geográfico de los Coleópteros observados en la península ibérica, Pirineos propiamente dichos y Baleares (continuación). *Boletín de la Sociedad Entomológica de España*, 8, 22-25, 41-56, 65-80, 89-104, 106-121, 127-142.

Fuente, J.M. de la (1926). Catálogo sistemático-geográfico de los Coleópteros observados en la península ibérica, Pirineos propiamente dichos y Baleares (continuación). *Boletín de la Sociedad Entomológica de España*, 9, 21-36, 83-96, 134-149, 158-173.

Fuente, J.M. de la (1927a). *Tablas analíticas para la clasificación de los Coleópteros de la Península Ibérica. Adephaga: I. Cicindelidae.- II. Carabidae*. Imprenta Altés, Barcelona.

Fuente, J.M. de la (1927b). Catálogo sistemático-geográfico de los Coleópteros observados en la península ibérica, Pirineos propiamente dichos y Baleares (continuación). *Boletín de la Sociedad Entomológica de España*, 10, 34-49, 61-76, 85-100, 102-117.

Fuente, J.M. de la (1928). Catálogo sistemático-geográfico de los Coleópteros observados en la península ibérica, Pirineos propiamente dichos y Baleares (continuación). *Boletín de la Sociedad Entomológica de España*, 11, 21-36, 43-58, 74-89, 105-120, 143-157.

Fuente, J.M. de la (1929). Catálogo sistemático-geográfico de los Coleópteros observados en la península ibérica, Pirineos propiamente dichos y Baleares (continuación). *Boletín de la Sociedad Entomológica de España*, 12, 21-32, 44-58, 84-99, 106-121.

Fuente, J.M. de la (1930). Catálogo sistemático-geográfico de los Coleópteros observados en la península ibérica, Pirineos propiamente dichos y Baleares (continuación). *Boletín de la Sociedad Entomológica de España*, 13, 22-37, 44-75, 108-123, 138-153.

Fuente, J.M. de la (1931). Catálogo sistemático-geográfico de los Coleópteros observados en la península ibérica, Pirineos propiamente dichos y Baleares (continuación). *Boletín de la Sociedad Entomológica de España*, 14, 21-38, 49-66, 78-93, 100-115, 138-153.

Fuente, J.M. de la (1932). Catálogo sistemático-geográfico de los Coleópteros observados en la península ibérica, Pirineos propiamente dichos y Baleares (continuación). *Boletín de la Sociedad Entomológica de España*, 15, 17-32, 38-53, 75-90, 104-119.

Fuente, J.M. de la (1933). Catálogo sistemático-geográfico de los Coleópteros observados en la península ibérica, Pirineos propiamente dichos y Baleares (continuación). *Boletín de la Sociedad Entomológica de España*, 16, 17-32, 45-60, 96-111.

Fuente, J.M. de la (1934). Catálogo sistemático-geográfico de los Coleópteros observados en la península ibérica, Pirineos propiamente dichos y Baleares (continuación). *Boletín de la Sociedad Entomológica de España*, 17, 17-32, 61-76, 99-114.

Fuente, J.M. de la (1935). Catálogo sistemático-geográfico de los Coleópteros observados en la península ibérica, Pirineos propiamente dichos y Baleares (continuación). *Boletín de la Sociedad Entomológica de España*, 18, 17-32, 53-68, 101-116.

García-París, M. y Ruiz, J.L. (2008). Taxonomía y distribución de *Mylabris (Micrabris) maculosopunctata* Graells, 1858 y *M. (M.) beauregardi* Górriz Muñoz, 1884 con estudio del material tipo de *Zonabris rosinae* Escherich, 1899 y Z. pauper Escherich, 1899 (Coleoptera, Meloidae, Mylabrini). *Graellsia*, 64 (1), 87-105.

García-París, M., Ruiz, J. L. y París, M. (2003). Los representantes ibéricos de la tribu Lyttini (Coleoptera, Meloidae). *Graellsia*, 59(2-3), 69-90.

Hillert, O., Rößner, E., Navarro, J. y Urbano, J.M. (2019). Revision of the *Melolontha papposa*-complex from the Iberian Peninsula with description of three new species (Scarabaeidae: Melolonthinae: Melolonthini). *Mitteilungen der Münchner Entomologischen Gesellschaft*, 109, 5-33.

Iberfauna (2014). Ordo Coleoptera. En: IBERFAUNA. El Banco de Datos de la Fauna Ibérica. Museo Nacional de Ciencias Naturales (CSIC). Recurso disponible en línea en: http://iberfauna.mncn.csic.es/showficha.aspx?rank=Jyidtax=579 (Fecha de acceso: 18/06/2020).

Jeanne, C. (1978). Carabiques de la Péninsule Ibérique (3è supplement). *Bulletin de la Société linnéenne de Bordeaux*, 8, 21-47.

Kataev, B.M. y Wrase, D.W. (2017a). Subtribe Anisodactylina Lacordaire, 1854. En: *Catalogue of Palaearctic Coleoptera. Volume 1. Arxhostenata - Myxophaga - Adephaga. Revised and updated edition* (Löbl, I y Löbl, D., eds.). Brill, Leiden, Boston, 503-509.

Kataev, B.M. y Wrase, D.W. (2017b). Subtribe Harpalina Bonelli 1810. En: *Catalogue of Palaearctic Coleoptera. Volume 1. Arxhostenata - Myxophaga - Adephaga. Revised and updated edition* (Löbl, I y Löbl, D., eds.). Brill, Leiden, Boston, 515-562.

Kazantsev, S. y Brancucci, M. (2007). Family Cantharidae Imhoff, 1856. En: *Catalogue of Palaearctic Coleoptera. Volume 4. Elateroidea - Derodontoidea - Bostrichoidea - Lymexyloidea - Cleroidea – Cucujoidea* (Löbl, I. y Smetana, A., eds.). Apollo Books, Stenstrup, 234-298.

Kovář, I. (2007). Family Coccinellidae Latreille, 1807. En: *Catalogue of Palaearctic Coleoptera. Volume 4. Elateroidea - Derodontoidea - Bostrichoidea - Lymexyloidea - Cleroidea – Cucujoidea* (Löbl, I. y Smetana, A., eds.). Apollo Books, Stenstrup, 568-631.

Kubář, V. (2016). Subfamilia Agrilinae Laporte, 1835. En: *Catalogue of Palaearctic Coleoptera. Volume 3. Scarabaeoidea - Scirtoidea - Dascilloidea - Buprestoidea - Byrrhoidea. Revised and updated edition* (Löbl, I y Löbl, D., eds.). Brill, Leiden, Boston, 524-574.

Lobl, I. y Lobl, D., eds. (2015). *Catalogue of Palaearctic Coleoptera. Volume 2. Hydrophiloidea - Staphylinoidea. Revised and updated edition*. Brill, Leiden, Boston.

Lobl, I. y Lobl, D., eds. (2016). *Catalogue of Palaearctic Coleoptera. Volume 3. Scarabaeoidea - Scirtoidea - Dascilloidea - Buprestoidea - Byrrhoidea. Revised and updated edition*. Brill, Leiden, Boston.

Lobl, I. y Lobl, D., eds. (2017). *Catalogue of Palaearctic Coleoptera. Volume 1. Arxhostenata - Myxophaga - Adephaga. Revised and updated edition*. Brill, Leiden, Boston.

Lobl, I. y Smetana, A., eds. (2007). *Catalogue of Palaearctic Coleoptera. Volume 4. Elateroidea - Derodontoidea - Bostrichoidea - Lymexyloidea - Cleroidea - Cucujoidea*. Apollo Books, Stenstrup.

Lobl, I. y Smetana, A., eds. (2008). *Catalogue of Palaearctic Coleoptera. Volume 5. Tenebrionoidea*. Apollo Books, Stenstrup.

Lobl, I. y Smetana, A., eds. (2010). *Catalogue of Palaearctic Coleoptera. Volume 6. Chrysomeloidea*. Apollo Books, Stenstrup.

Martín Albaladejo, C. (1994). *Bibliografía entomológica de autores españoles (1758-1990). Documentos Fauna Ibérica l.* Ramos, M.A. (ed.). Museo Nacional de Ciencias Naturales, CSIC, Madrid.

Martín-Piera, F. y Veiga, C.M. (1985). Sobre dos especies mal conocidas de Scarabaeoidea (Col.) de la Península Ibérica: *Scarabaeus pius* (ILLIGER, 1803) y *Onthophagus (Palaeonthophagus) marginalis andalusicus* WALT, 1835. *Eos: revista española de entomología*, 61, 207-2013.

Martínez, J.C., López-Pérez, J.J. y González De La Vega J.P. (2011). Corología de los *Blaps* Fabricius, 1775 (Coleoptera, Tenebrionidae, Tenebrioninae) de Andalucía. *Boletín de la Sociedad Andaluza de Entomología*, 17, 43-54.

Mayor A. (2007). Family Dasytidae Laporte, 1840. En: *Catalogue of Palearctic Coleoptera. Volume 4. Elateroidea - Derodontoidea - Bostrichoidea - Lymexyloidea - Cleroidea - Cucujoidea* (Löbl, I y Smetana, A., eds.). Apollo Books, Stenstrup, 388-415.

Nabozhenko, M. y Löbl, I. (2008). Tribe Helopini Latreille, 1802. En: *Catalogue of Palaearctic Coleoptera. Volume 5. Tenebrionoidea* (Löbl, I. y Smetana, A., eds.). Apollo Books, Stenstrup, 241-257.

Nabozhenko, M.V., Nikitsky, N.B. y Keskin, B. (2017). Taxonomic review of the genus *Euboeus s. str.* Boieldieu, 1865 (= *Probaticus s. str.* Seidlitz, 1896, syn. n.) (Coleoptera, Tenebrionidae). *Zootaxa*, 4358(3), 494-506.

Nardi, G. (2008). Family Aderidae Winkler, 1827. En: *Catalogue of Palaearctic Coleoptera. Volume 5. Tenebrionoidea* (Löbl, I. y Smetana, A., eds.). Apollo Books, Stenstrup, 455-458.

Novoa, F., Gañán, I., Campos, A., Fernández, A.B., Santiago, M., González, J. y Baselga. A. (2014). Coleópteros (Coleoptera) del Parque Natural Serra da Enciña da Lastra (Galicia, noroeste de la Península Ibérica). *Boletín de la Asociación española de Entomología*, 38 (1-2), 91-130.

Ortuño, V. (1991). Descripción de una nueva especie de *Pterostichus (Lianoe)* de la Sierra de la Demanda (Coleopera, Caraboidea, Pterostichidae). *Boletín de la Real Sociedad Española de Historia Natural (Sección Biológica)*, 87 (1-4), 133-141.

Ortuño, V. M. y Toribio, M. (2005). *Carabidae de la Península Ibérica y Baleares. Vol. I. Trechinae, Bembidiini*. Argania editio, Barcelona.

Pardo Alcaide, A. (1950). Estudios sobre Meloidae II. Los Mylabrini de la Península Ibérica. *Boletín de Patología Vegetal y Entomología Agrícola*, 17 [1949], 61-82.

Pérez-López, F.J. y Hernández-Ruiz, J.A. (1994). *Triodonta ruizi* sp.n. del sur de España (Coleoptera: Scarabaeoidea: Melolonthidae: Sericinae). *Elytron*, 8, 73-78.

Pérez Moreno, I. (1996). Estudio faunístico de los coleópteros cerambícidos de La Rioja (Coleoptera: Cerambycidae). *ZAPATERI Revista aragonesa de entomología*, 6, 127-140.

Pérez Moreno, I. (2001). Nuevas o interesantes capturas de cerambícidos en La Rioja (Coleoptera, Cerambycidae*). Boletín de la Sociedad Entomológica Aragonesa*, 28, 59-60.

Pérez Moreno, I. (2010). Nuevas aportaciones al conocimiento de la fauna de coleópteros saproxílicos (Coleoptera) del Sistema Ibérico Septentrional, I: Robledales del Valle Medio del Iregua (Sierra de Cameros, La Rioja, España). *Boletín de la Sociedad Entomológica Aragonesa*, 46, 321-334.

Pérez Moreno, I. (2013). Primeros datos sobre los coleópteros saproxílicos (Coleoptera) de los bosques de ribera de La Rioja (Península Ibérica): Reserva Natural de los Sotos de Alfaro. *Boletín de la Sociedad Entomológica Aragonesa*, 52, 195-202.

Pérez Moreno, I. y Cabrero Sañudo, F.J. (2001). Datos para el catálogo de coleópteros de La Rioja (Insecta, Coleoptera). *ZUBÍA Monográfico*, 11 (1999), 93-126.

Pérez Moreno, I. y Moreno Grijalba, F. (2007). Seis nuevos coleópteros (Coleoptera) para la fauna de la Península Ibérica. *Boletín de la Sociedad Entomológica Aragonesa*, 41, 335-336.

Pérez Moreno, I. y Moreno Grijalba, F. (2009). *Los coleópteros saproxílicos del Parque Natural Sierra de Cebollera (La Rioja)*. Ciencias de la tierra, 28. Instituto de Estudios Riojanos. Logroño.

Pérez-Moreno, I., San Martín Moreno, A.F. y Recalde Irurzun, J.I. (2003). Aportaciones corológicas y faunísticas sobre meloidos ibéricos (Coleoptera: Meloidae). *Boletín de la Sociedad Entomológica Aragonesa*, 33, 195-217.

Pérez Moreno, I., Moreno Grijalba, F. y Rodríguez Saldaña, P.C. (2004). Nuevos datos sobre cerambícidos de La Rioja (España) (Coleoptera, Cerambycidae). *Boletín de la Sociedad Entomológica Aragonesa*, 35, 295-296.

Pérez-Moreno, I., Outerelo, R., Gamarra, P., San Martín, A.F y Recalde, J.I. (2018a). Nuevas aportaciones sobre la fauna de estafilínidos asociada a bosques del norte de la Península Ibérica (Coleoptera: Staphylinidae). *Heteropterus Revista de Entomología*, 18 (1), 33-64.

Pérez-Moreno, I., Gamarra, P., Outerelo, R., San Martín, A.F. y Recalde, J.I. (2018b). Nuevos elementos para el conocimiento de los estafilínidos (Coleoptera, Staphylinidae) de los bosques de La Rioja (Norte de España). *Boletín de la Sociedad Entomológica Aragonesa*, 63, 86-94.

Pérez-Moreno, I., Outerelo, R., Gamarra, P., San Martín, A.F. y Recalde, J.I. (2019). Aportación al conocimiento de la comunidad de estafilínidos (Coleoptera: Staphylinidae) de un añoso encinar del Sistema Ibérico septentrional: el Carrascal de Villarroya (La Rioja, España). *Boletín de la Sociedad Entomológica Aragonesa*, 64, 62-70.

Pérez-Moreno, I., Gamarra, P., Outerelo, R. y San Martín, A.F. (2020). Nuevos datos sobre la fauna de estafilínidos (Coleoptera, Staphylinidae) asociada a robledales de La Rioja (Norte de España). *Arquivos Entomolóxicos*, 22, 231-253.

Pérez-Vera, F. y Ávila Sánchez-Jofré, J.M. (2016). Revisión del complejo supra-específico *Alphasida (Glabrasida) castellana* (Graells, 1858) (Coleoptera, Tenebrionidae). *Graellsia*, 72 (1), e038 [18 pp].

Perrault G.G. (1979). Le genre *Leistus* (Froehlig) (Coleoptera - Carabidae). I. Le groupe de *Leistus angusticollis* (Dejean). *Bulletin mensuel de la Société linnéenne de Lyon*, 48 (1), 53-64.

Plata Negrache, P. y Santiago Hernández, C.T. (1990). *Revisión de la Familia Malachiidae Erichson (Insecta: Coleoptera) en la Península Ibérica e Islas Baleares*. Goecke y Evers, Krefeld.

Plata Negrache, P. (2010). Estudio de la familia Malachiidae Fleming, 1821 (Coleoptera: Cleroidea) en la Comunidad Autónoma de Galicia (N.W. de la Península Ibérica). *Arquivos Entomolóxicos*, 3, 3-80.

Platia, G. (2007). Nota di rettifica (Coleoptera, Elateridae, Dendrometrinae: Dendrometrini). *Boletín de la Sociedad Entomológica Aragonesa*, 40, 568.

Sánchez-Ruiz, A., Sánchez-Ruiz, M. y López-Colón, J.I. (1997). Nuevo sericino para la Península Ibérica: *Triodonta aquila* (Castelnau, 1840) (Coleoptera, Scarabaeidae, Melolonthinae). *Boletín de la Sociedad Entomológica Aragonesa*, 18, 3-5.

Serrano, J. (2013). *Nuevo catálogo de la familia Carabidae de la Península Ibérica (Coleoptera)*. Universidad de Murcia.

Šlipinski, S.A., Schuh, R., Löbl, I., Merkl, O., Ando, K., Bouchard, P., Lillig, M., Masomuto, K. y Schawaller, W. (2008). Tribu Pimeliini Latreille, 1802. En: *Catalogue of Palaearctic Coleoptera. Volume 5. Tenebrionoidea* (Löbl, I. y Smetana, A., eds.). Apollo Books, Stenstrup, 150-172.

Uhagón, S. (1900). Ensayo sobre los maláquidos de España. *Anales de la Real Sociedad española de Historia Natural*, 29, 5-63, 291-361.

Verdugo, A. y Niehuis, M. (2016). Sobre la presencia de *Meliboeus (Meliboeoides) granulatus* (Gory y Laporte, 1839) en la Península Ibérica (Coleoptera: Buprestidae: Coraebini). *Revista gaditana de Entomología*, VII (1), 533-537.

Viñolas, A. y Cartagena, M.C. (2005). *Tenebrionidae de la Península Ibérica y Baleares. Vol. 1. Lagriinae y Pimeliinae*. Argania editio, Barcelona.

Yélamos, T. (1990). Nuevos datos sobre los histéridos de la Península Ibérica (Coleoptera: Histeridae). *Sessió Conjunta d'Entomologia ICHN - SCL*, VI (1989), 37-43.

Yélamos, T. (2002). *Coleoptera, Histeridae*. En: *Fauna* Ibérica, vol. 17 (Ramos, M.A. *et al*., eds.). Museo Nacional de Ciencias Naturales. CSIC, Madrid.

Zaballos, J.P. y Jeanne, C. (1994). *Nuevo catálogo de los carábidos (Coleoptera) de la Península Ibérica*. Monografías S.E.A., 1. Zaragoza.

Zapata de la Vega, J.L. y Sánchez-Ruiz, A. (2012). Catálogo actualizado de los Elatéridos de la Península Ibérica e Islas Baleares (Coleoptera: Elateridae). *Arquivos Entomolóxicos*, 6, 115-271.

Zubía 37-38 129-148 Logroño 2020-2021

TEOREMAS DE REORDENAMIENTO DE SERIES*

MANUEL BELLO HERNÁNDEZ[1*]
ALEJANDRO MAHILLO CAZORLA[2]

RESUMEN

La suma de una cantidad infinita de números reales puede depender del orden en el que se sumen los números. En este trabajo hacemos un recorrido por varios resultados que involucran reordenamiento de los términos de una serie, desde series en $\mathbb{R}$ hasta en espacios de Banach pasando por los euclidianos ($\mathbb{R}^n$). No incluimos demostraciones de los teoremas, solo las ideas básicas de éstas.

Primero vemos el caso de las series de números reales, donde presentamos el teorema de reordenamiento de Riemann junto con otros resultados. Continuaremos con el teorema de Lévy-Steinitz, un resultado análogo al de Riemann para series de vectores en $\mathbb{R}^n$. En particular, consideraremos la serie de Eisenstein, definida en los complejos, que tiene la propiedad de que al reordenar sus términos obtenemos un cambio en el valor de su suma; esta serie es útil al estudiar formas modulares. Por último, presentamos el teorema de Pechersky sobre reordenamiento de series en espacios de Hilbert, un resultado útil para probar la universalidad de la función ζ de Riemann.

Palabras clave: sucesiones, series, reordenamiento de series, convergencia absoluta, convergencia condicional, convergencia incondicional, sumabilidad, espacio de Banach, espacio de Hilbert.

* Registrado el 12 de febrero de 2020. Aprobado el 19 de enero de 2021.

1. Dpto. de Matemáticas y Computación, Universidad de La Rioja, C/ Madre de Dios, 53, Edicio CCT, 26006 Logroño. * E-mail: mbello@unirioja.es

2. Universidad de La Rioja, C/Madre de Dios, 53, Edicio CCT, 26006 Logroño. E-mail: alejandro.mahillo@alum.unirioja.es

La investigación del primer autor ha sido subvencionada parcialmente por el 'Ministerio de Economía y Competitividad', Proyecto MTM2014-54043-P.

The sum of an infinite number of real numbers can depend on the arranging of these numbers. In this paper we will take you through several results about rearranging the terms of series; from series of real numbers to series in $\mathbb{R}^n$; even results about series in Banach spaces. We do not include proofs of theorems but only their main ideas.

First, we study the real numbers series case, in which we see the Riemann rearrangement theorem together with other results. We will continue with the Lévy-Steinitz theorem, an analogous result of Riemman's theorem for vector series in $\mathbb{R}^n$. In particular, we will consider the Eisenstein series defined in the complex field. Also, this series has the property that rearrangement in the order of summations results in a predictable change in the value of the series. This series is useful in the study of modular form. Finally, we show Pechershy's theorem on rearrangement of series in Hilbert spaces.

Key words: *sequences, series, rearrangements of series, absolutely convergence, conditional convergence, unconditional convergence, summability, Banach space, Hilbert space.*

1. INTRODUCCIÓN

La suma de números reales es conmutativa, pero esto no es válido, en general, cuando sumamos una cantidad infinita de números reales. Este hecho paradójico es el teorema de reodenamiento de Riemann que veremos en este trabajo y muestra el difícil tránsito a lo infinito del conocimiento matemático. Se debe tener en cuenta que el estudio del movimiento u otros procesos infinitos, ha llevado a cuestiones paradójicas desde los tiempos de los griegos, como atestiguan, por ejemplo, las paradojas de Zenón. Los resultados sobre reordenamiento de series permiten hacer un repaso por la evolución de las matemáticas.

Este trabajo está dedicado a presentar resultados sobre reodenamiento de series, tanto de números reales, como de vectores en espacios euclidianos de dimensión finita y en espacios de Hilbert y de Banach. No incluimos demostraciones, solo las ideas fundamentales de éstas. Buena parte del contenido de este artículo aparece en el Trabajo de fin de grado de su segundo autor (Mahillo Cazorla 2019), realizado bajo la dirección del primer autor. Recomendamos que aquel lector que quiera profundizar en el tema tratado aquí consulte dicho trabajo.

Al estudiar la convergencia de series hay que precisar el concepto de convergencia o límite, es decir, en qué consiste el proceso de sumar una cantidad infinita de números. A continuación recordamos algunos conceptos sobre series y con-

vergencia en un espacio normado.[1]

Definición. *Sea* (a_n) *sucesión en un espacio normado* $(X, \|\cdot\|)$. *Ella es una* ***sucesión convergente*** *a un valor* $l \in X$ *cuando,*

$$\lim_{n\to\infty} \|a_n - l\| = 0.$$

En tal caso escribimos $\lim_{n\to\infty} a_n = l$ *o* $a_n \underset{n\to\infty}{\longrightarrow} 0$ *y diremos que* l *es el* ***límite*** *de* (a_n). *Si consideramos ahora una función* $\varphi\colon \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ *estrictamente creciente, diremos que la sucesión* $(a_{\varphi(n)})$ *es una* ***subsucesión*** *de* (a_n). *La sucesión* (a_n) *es de* ***sucesión de Cauchy*** *si para todo* $\varepsilon > 0$ *existe* $N \in \mathbb{N}$ *tal que para todo* $n, m \geq N$ *se cumple* $\|a_n - a_m\| < \varepsilon$.

También para series en espacios normados consideramos los conceptos:

Definición. *Sea* (a_n) *una sucesión en un espacio normado* $(X, \|\cdot\|)$. *La* ***serie*** *cuyo* ***término general*** *es* a_n *se denota* $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$; *esta expresión representa también el límite, cuando existe, de la sucesión de sus* ***sumas parciales*** (S_N), *es decir,*

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \lim_{N\to\infty} S_N = \lim_{N\to\infty} \sum_{n=1}^{N} a_n.$$

Si la sucesión (S_N) *converge a* S, *entonces diremos que la serie es* ***convergente*** *y su* ***suma*** *es* S. *Si la sucesión* (S_N) *no converge, diremos que es* ***divergente***. *Diremos que la serie* $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ *es* ***absolutamente convergente*** *si* $\sum_{n=1}^{\infty} \|a_n\|$ *converge. Dada una biyección cualquiera de los naturales* $\sigma\colon \mathbb{N} \to \mathbb{N}$, *diremos que la serie* $\sum_{n=1}^{\infty} a_{\sigma(n)}$ *es un* ***reordenamiento*** *de la serie* $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$. *Una serie es* ***condicionalmente convergente*** *si converge pero no es absolutamente convergente. Una serie es* ***incondicionalmente convergente*** *si todos sus reordenamientos convergen al mismo valor. Una* ***sub-serie*** *es aquella cuyo término general es de la forma* a_{λ_n}, *donde* (λ_n) *es una sucesión de números naturales estrictamente creciente.*

Toda sucesión convergente en un espacio normado es de Cauchy. Notemos que si una serie es absolutamente convergente en un espacio de Banach[2], entonces es convergente, ya que las sumas parciales de $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tienen norma menor

1. Un ***espacio normado*** es un par $(X, \|\cdot\|)$ formado por un espacio vectorial X con cuerpo $\mathbb{R}$ o $\mathbb{C}$ y una función positiva $\|\cdot\|$, llamada ***norma***, definida en X, que cumple las tres propiedades siguientes: la ***desigualdad triangular***, o sea, $\|x + y\| \leq \|x\| + \|y\|$ para todo $x, y \in X$; es ***homogénea***, $\|\lambda x\| = |\lambda|\,\|x\|$ para todo λ en el cuerpo asociado a X y $x \in X$; y $\|x\| = 0$ entonces $x = 0$.

2. Un ***espacio de Banach*** es un espacio normado en el que toda sucesión de Cauchy es convergente.

Zubía | núm. 37-38 (2019-2020), pp. 129-148
ISSN 0213-4306

que las sumas parciales de la serie $\sum_{n=1}^{\infty} \|a_n\|$ por la desigualdad triangular. También podría suceder que una serie convergiese, pero que no fuese absolutamente convergente. Estos casos son los que nos interesan y es donde tendrá vital importancia el orden en el que se sume, es decir, el reordenamiento que se escoja.

En la siguiente sección presentamos el teorema de reordenamiento de Riemann para series de números reales y hacemos un recorrido histórico por diferentes resultados sobre reodenamiento de series de números reales. En la sección 3 incluimos resultados sobre reordenamiento de series de vectores en espacios euclidianos, en particular enunciamos el teorema de Lévy-Steinitz. La sección 4 contiene resultados sobre la serie de Eisenstein G_2 y un teorema de Romik-Scherer que se refiere a los efectos de reordenamientos en la serie de Eisenstein. La última sección está dedicada a series en espacios de Hilbert y de Banach. En este contexto se sitúa el teorema de Dvoretzky-Rogers de dicha sección, que conecta las características algebraicas de un espacio de Banach (su dimensión) con la convergencia incondicional de las serie en dicho espacio. En esa última sección también estudiamos el teorema de Pechersky sobre convergencia condicional de series en espacios de Hilbert.

2. TEOREMA DE REORDENAMIENTO DE RIEMANN

En esta sección consideramos series de números reales, $\mathbb{R}$. En 1833 Augustin Louis Cauchy observó (Cauchy 1833) que una serie convergente de números reales cuyos términos no son todos positivos podía contener una subserie divergente. En 1837 Johann Peter Gustav Lejeune Dirichlet presentó (Dirichlet 1837) las siguientes series

$$\frac{1}{1} - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} + \dots$$

y

$$\frac{1}{1} + \frac{1}{3} - \frac{1}{2} + \frac{1}{5} + \frac{1}{7} - \frac{1}{4} + \dots,$$

el primer caso corresponde a la serie armónica alternada $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n}$ y la segunda contiene los mismos términos, pero primero se suman 2 positivos y luego uno negativo, es decir, la segunda es un reordenamiento de la primera. Además, el valor al que convergen ambas series es distinto, el valor de la primera serie es $\log 2$, mientras que el valor de la segunda es $\frac{3}{2} \log 2$. Para calcular la primera serie presentamos un argumento que no hace uso del desarrollo de MacLaurin de $\log(1 + x)$.

Zubía | núm. 37-38 (2019-2020), pp. 129-148
ISSN 0213-4306

Por inducción, es fácil probar la primera de las siguientes identidades

$$\frac{1}{1}-\frac{1}{2}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+\cdots+\frac{1}{2n-1}-\frac{1}{2n}=\frac{1}{n+1}+\frac{1}{n+2}+\cdots+\frac{1}{2n}$$
$$=\frac{1}{n}\left(\frac{1}{1+\frac{1}{n}}+\frac{1}{1+\frac{2}{n}}+\cdots+\frac{1}{1+\frac{n}{n}}\right)\underset{n\to\infty}{\longrightarrow}\log 2,$$

mientras que la tercera expresión es una suma de Riemann[3] de la integral elemental $\int_0^1 \frac{1}{1+x}\,dx = \log 2$.

Para sumar la segunda serie calculamos sus sumas parciales S_n. La suma parcial S_{3m} tiene $2m$ valores positivos y m negativos y viene dada por la siguiente expresión,

$$S_{3m}=\sum_{k=1}^{2m}\frac{1}{2k-1}-\sum_{k=1}^{m}\frac{1}{2k}=\left(\sum_{k=1}^{4m}\frac{1}{k}-\sum_{k=1}^{2m}\frac{1}{2k}\right)-\sum_{k=1}^{m}\frac{1}{2k}.$$

Si en cada una de las tres últimas sumas utilizamos la siguiente relación

$$\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{k}=\log n+\gamma+o(1)\text{ cuando }n\to\infty,$$

donde γ representa la constante de Euler,[4] obtenemos $\lim_{m\to\infty} S_{3m} = \frac{3}{2}\log 2$. Como además $S_{3m+1} = S_{3m} + \frac{1}{4m+1}$ y $S_{3m-1} = S_{3m} - \frac{1}{2m}$, tenemos que S_{3m+1} y S_{3m-1} tienen el mismo límite que S_{3m} cuando $m \to \infty$. Por tanto, concluimos que el valor de nuestra serie es $\frac{3}{2}\log 2$. Para ver más detalles consultar (Apostol 1967) y para otra demostración (Cowen *et al.* 1980).

Dirichlet además probó que si una serie es absolutamente convergente, entonces cualquier reordenamiento de ésta converge al mismo valor.

En 1854 Georg Friedrich Bernhard Riemann demostró que la suma de las series de números reales condicionalmente convergentes depende del orden en el que se sumen sus términos (Riemann 1854)[5]. Más precisamente:

3. Si $f : [a, b] \to \mathbb{C}$ es una función y $x_{0,n} < x_{1,n} < \ldots < x_{n,n}$ es una partición del intervalo $[a, b]$; es decir, $x_{0,n} = a$ y $x_{n,n} = b$, si para cada $j = 1, 2, \ldots, n$ elegimos $\zeta_{j,n} \in [x_{j-1,n}, x_{j,n}]$, entonces $\sum_{j=1}^{n} f(\zeta_{j,n})(x_{j,n} - x_{j-1,n})$ es una suma de Riemann correspondiente a la integral $\int_a^b f(x)\,dx$. Se sabe que f es Riemann-integrable en $[a, b]$ si el límite de las sumas de Riemann convergen cuando la norma de la partición converge a cero, esto es, $\text{máx}\{|x_{j,n} - x_{j-1,n}| : 1 \le j \le n\} \underset{n\to\infty}{\longrightarrow} 0$.

4. No confundir con el número de Euler, e. La sucesión $(\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k} - \log n)$ es monótona decreciente y acotada inferiormente; su límite define a la constante de Euler, γ. No se sabe si este número es racional o irracional.

Zubía | *núm. 37-38 (2019-2020), pp. 129-148*
ISSN 0213-4306

TEOREMA (Riemann). *Sea $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ una serie de números reales condicionalmente convergente.*

i) *Dado un número real c, hay un reordenamiento de $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ cuya suma es c.*

ii) *Existen reordenamientos tales que $\sum_{n=1}^{\infty} a_{\sigma(n)} = \infty$ y $\sum_{n=1}^{\infty} a_{\beta(n)} = -\infty$.*

La demostración de este resultado depende del hecho que si la serie $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ converge condicionalmente, entonces sus correspondientes series de términos positivos y negativos divergen; de modo que tomando alternativamente grupos de sumandos de una y de otra podemos ir superando o quedándonos por debajo de un valor previamente fijado. Otra forma alternativa de presentar el teorema de reordenamiento de series de Riemann es la siguiente: *el conjunto de las sumas de todos los reordenamientos convergentes de una serie de números reales es el conjunto vacío, un único punto o toda la recta real*. En (Apostol 1974, p. 197) se puede ver una demostración detallada de este teorema.

Hay varios trabajos clásicos que se desarrollaron alrededor del teorema de reordenamiento de series de Riemann. Ohm y Schlömilch estudiaron el efecto de los reordenamientos en la serie armónica (2) cuando p términos positivos están seguidos por q negativos en el reordenamiento (Ohm 1839, Schlömilch 1873). Pringsheim estudió esta situación para series condicionalmente convergentes generales (Pringsheim 1883). Él probó el siguiente resultado:

TEOREMA (Pringsheim). *Sea (a_n) una sucesión de números reales decreciente con límite cero tal que*

$$\lim_{n\to\infty} na_n = g > 0. \tag{1}$$

Sea $\sum_{n=1}^{\infty} b_{\sigma(n)}$ un reordenamiento de la serie $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}a_n$ tal que en los primeros n términos del reordenamiento hay p_n términos positivos y m_n términos negativos. Supongamos, además, que $v_n = p_n - m_n \geq 0$, $\lim_{n\to\infty} m_n = \infty$ y existe

$$\lim_{n\to\infty} \frac{p_n}{m_n} =: k,$$

entonces

$$\sum_{n=1}^{\infty} b_{\sigma(n)} = \sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}a_n + \frac{g}{2}\log k.$$

5. Este resultado aparece publicado por primera vez en la tesis de habilitación de Riemann para ser profesor auxiliar, defendida en Leipzig en 1854. En ella estudiaba las condiciones para que una función pudiera ser representada mediante su serie de Fourier.

Zubía | núm. 37-38 (2019-2020), pp. 129-148
ISSN 0213-4306

Las ideas centrales en la prueba de este resultado son las siguientes. Se tiene la identidad

$$\sum_{j=1}^{n} b_{\sigma(j)} = \sum_{j=1}^{2m_n} (-1)^{j-1} a_j + a_{2m_n+1} + a_{2m_n+3} + \ldots + a_{2p_n-1}.$$

Dado $\varepsilon > 0$, existe $N(\varepsilon) \in \mathbb{N}$ tal que para $n \geq N(\varepsilon)$

$$\frac{g-\varepsilon}{n} \leq a_n \leq \frac{g+\varepsilon}{n}$$

y $\frac{1}{2m_n+1} + \frac{1}{2m_n+3} + \ldots + \frac{1}{2p_n-1}$ es equivalente[6] a $\int_{m_n}^{p_n} \frac{dx}{2x} = \frac{1}{2} \log \frac{p_n}{m_n}$ cuando n tiende a infinito. De donde se deduce que al hacer el reordenamiento la suma se altera una cantidad contenida entre los valores $(g \pm \varepsilon) \log k$. En el mismo artículo Pringsheim estudió los casos cuando el límite en (1) es cero o infinito.

Posteriormente, Wacław Franciszek Sierpiński probó (Sierpiński 1911) que si $s' < s$, siendo s la suma de una serie condicionalmente convergente, entonces es posible reordenar los términos positivos de dicha serie, manteniendo en su posición a los términos negativos de modo que la serie reordenada sume s'. Cuando $s'' > s$, reordenando los términos negativos, se obtiene s''. La idea fundamental para la prueba de este resultado es que una serie de términos positivos que diverge, cuyo término general converge a cero se puede reordenar de modo que sus sumas parciales no sean más rápidas que cualquier sucesión estrictamente monótona creciente de términos positivos fijada.

En los años 50, Bagemihl y Erdős estudiaron (Bagemihl y Erdős 1954) los efectos de los reodenamientos de series en la sumabilidad Cesàro. Recientemente, Dybskiy y Slutsky (2011) consideran este tipo de problema con otras formas de convergencia.

3. SERIES DE VECTORES

La extensión del teorema de Riemann a series de números complejos la realizó Paul Lévy en 1905 (Lévy 1905). En ese mismo trabajo aparece un intento de demostración en espacios euclidianos de dimensión mayor, pero en 1913, Ernst Steinitz observó (Steinitz 1913) que la demostración de Lévy estaba incompleta en los casos de dimensión mayor o igual que 3 y presentó una demostración correcta con un enfoque completamente distinto.

6. El límite del cociente de estas sucesiones es 1.

Zubía | núm. 37-38 (2019-2020), pp. 129-148
ISSN 0213-4306

Teorema (Lévy-Steinitz). *El conjunto de sumas de los reordenamientos convergentes de una serie de vectores en un espacio euclídeo real de dimensión finita es, o bien el vacío, o bien el trasladado de un subespacio.*[7]

La demostración de Steinitz fue modificada por Wilhelm Groß (Groß 1917). La prueba de Groß es muy técnica. A continuación presentamos los tres pasos básicos de una demostración más transparente de Peter Rosenthal (Rosenthal 1987).

A lo largo de esta sección vamos a considerar la norma euclidiana. Se sabe que en un espacio euclidiano de dimensión finita todas las normas son equivalentes y las topologías asociadas a dichas normas coinciden.

Primero, se prueba el "teorema de confinamiento poligonal" de Groß (Groß 1917), que afirma que una familia arbitraria finita de vectores con longitud menor o igual que 1, que suman 0, puede ser reordenada de tal forma que la norma de las sumas parciales sea menor que cierta constante que solo depende de la dimensión del espacio; es decir,

Teorema (confinamiento poligonal). *Sea* $\{v_i : i = 1, ..., m\}$ *una familia finita de vectores en* $\mathbb{R}^n$ *cuya suma es 0 y* $\|v_i\| \leq 1$ *para todo* $i = 1, ..., m$. *Entonces, existen una constante* C_n, *que depende sólo de n, y una permutación P de* $\{2, ..., m\}$ *con la propiedad de que*

$$\left\| v_1 + \sum_{i=2}^{j} v_{P(i)} \right\| \leq C_n$$

para todo j. Además, podemos tomar $C_1 = 1$ *y* $C_n \leq \sqrt{4C_{n-1}^2 + 1}$ *para cada* $n > 1$.

La prueba de este teorema de confinamiento se hace por inducción en la dimensión del espacio, para reducir el caso de dimensión n al de dimensión $n-1$, se considera el vector L no nulo que tiene norma máxima dentro de todos los vectores que se obtienen sumando al vector v_1 otros vectores de la familia $\mathcal{U} := \{v_i : i = 2, ..., m\}$; el espacio

$$L^{\perp} = \{v \in \mathbb{R}^n : \langle v, L \rangle = 0\},$$

tiene dimensión $n - 1$. Los vectores de la familia $\mathcal{U}$ se dividen en dos grupos, los (u_j) que forman con L un ángulo menor de 90° (que sumados a v_1 dan L) y los

7. Es decir, conjuntos de la forma $v + M$, donde v es un vector y M es un subespacio lineal del espacio euclidiano considerado.

Zubía | núm. 37-38 (2019-2020), pp. 129-148
ISSN 0213-4306

(w_j) que forman un ángulo mayor o igual que 90° con L. Denotemos por v' la proyección del vector v en $L^{\perp}$, en otras palabras,

$$v' = v - \frac{\langle v, L\rangle}{\|L\|^2} L \qquad \text{y} \qquad \|v'\|^2 + |\langle v, L\rangle|^2 = \|v\|^2.$$

Es fácil observar que las proyecciones (u'_j) y (w'_j) cumplen las hipótesis para aplicar la inducción, en particular, la norma de dichas proyecciones tienen módulo ≤ 1. La figura 1 tiene una ilustración de la idea central de la demostración descrita anteriormente.

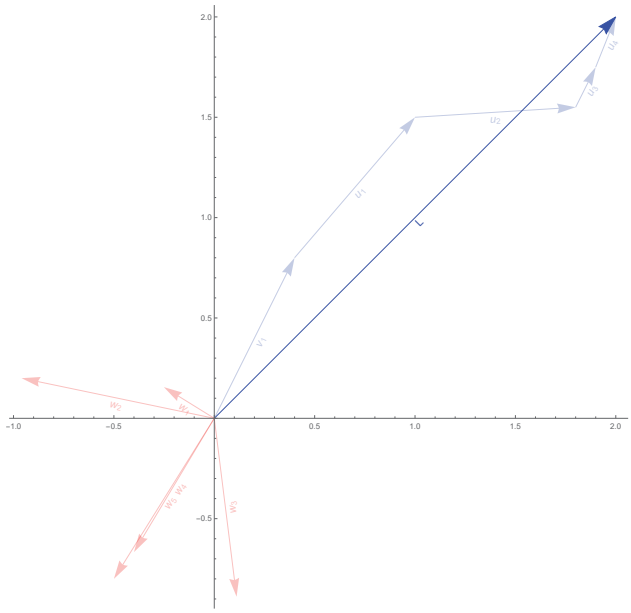


Figura 1: En azul oscuro tendríamos el vector L. En azul más claro tenemos los vectores $\{u_i\}$ dispuestos uno tras otro y en rojo más claro tenemos los vectores $\{w_i\}$.

El segundo paso en la prueba del teorema de Lévy-Steinitz es la prueba del "teorema de reordenamiento":

Teorema (reordenamiento). *Si una subsucesión de una sucesión de sumas parciales de una serie de vectores en $\mathbb{R}^n$ converge a S, y el término general de la serie converge a 0, entonces existe un reordenamiento de ella cuya suma es S.*

Si (v_k) es una sucesión de vectores en $\mathbb{R}^n$ que converge al vector nulo y $S_m = \sum_{k=1}^{m} v_k$ es la suma parcial de orden m, entonces de las hipótesis del teorema existe una subsucesión (S_{m_k}) tal que $\lim_{k\to\infty} S_{m_k} = S$. La idea fundamental para

Zubía | núm. 37-38 (2019-2020), pp. 129-148
ISSN 0213-4306

la prueba del teorema de reordenamiento es reordenar las "lagunas" de vectores $(v_{m_k+1}, ..., v_{m_{k+1}-1})$ que quedan entre dos sumas parciales convergentes a S, que no son muy grandes en norma por la convergencia a cero de los vectores, utilizando el teorema de confinamiento poligonal.

El tercer paso de la prueba del teorema de Lévy-Steinitz es probar que el conjunto de las sumas es una variedad afín. Denotemos por $\mathcal{S}$ el conjunto de todas las sumas de reordenamientos convergentes de la serie considerada. Se considera la situación no trivial $\mathcal{S} \neq \emptyset$ y también que $0 \in \mathcal{S}$ porque el caso general $(0 \notin \mathcal{S})$ se reduce trivialmente al anterior. El guión que se sigue para probar que si 0, s_1 y s_2 están en $\mathcal{S}$, entonces $s_1 + s_2 \in \mathcal{S}$ es el siguiente. Se toma una sucesión (ε_m) de números positivos que converge a 0. Se selecciona una suma parcial de $\sum_{k=1}^{\infty} v_k$, en cierto orden, para que esté a una distancia ε_1 de s_1. Después construimos una suma parcial que contenga todos los vectores ya usados (siempre las sumas parciales seleccionadas incluirán a los términos ya utilizados) y que esté a una distancia ε_1 de 0 y después otra suma parcial con los vectores ya usados cuyo valor esté a una distancia ε_1 de s_2. Después formamos otra suma parcial que esté a distancia ε_2 de s_1, otra que esté a una distancia ε_2 de 0 y otra a una distancia ε_2 de s_2 y así sucesivamente. Los vectores usados entre una suma cercana al 0 y la siguiente suma cercana a s_2 sumarán aproximadamente s_2. Adicionándolos con los vectores cuya suma estaba cercana a s_1 y cercana a 0 tendremos sumas parciales cercanas a $s_1 + s_2$. Utilizando el teorema de reordenamiento se finaliza la prueba.

Para probar que si $s \in \mathcal{S}$, entonces $ts \in \mathcal{S}$ para todo $t \in \mathbb{R}$, se reduce la prueba al caso $t \in (0, 1), t = -1$ y después se utiliza el teorema de confinamiento poligonal para completar la prueba.

4. SERIE DE EISENSTEIN G_2

Por lo general, los ejemplos para ver el efecto del reordenamiento en series que no son absolutamente convergentes parecen casos muy concretos, que no nos encontraríamos en la práctica matemática. Aquí estudiaremos la serie de Eisenstein G_2 que aparece en el estudio de formas modulares (Apostol 2012). La función G_2 es la función holomorfa en el semiplano superior $\mathbb{H} = \{\tau \in \mathbb{C} : \mathrm{Im}(\tau) > 0\}$ definida de la siguiente forma:

$$G_2(\tau) := \sum_{m\in\mathbb{Z}}{}' \left(\sum_{n\in\mathbb{Z}} \frac{1}{(n + m\tau)^2} \right), \tag{2}$$

Zubía | núm. 37-38 (2019-2020), pp. 129-148
ISSN 0213-4306

con $(m, n) \in \mathbb{Z}$, excepto para $(m, n) = (0, 0)$. Esta serie se debe entender de la siguiente forma,

$$G_2(\tau) := 2\zeta(2) + \lim_{M\to\infty} \lim_{N\to\infty} \sum_{0<|m|\leq M} \sum_{|n|\leq N} \frac{1}{(n+m\tau)^2}, \tag{3}$$

donde $\zeta(2) = \frac{\pi^2}{6}$ representa el valor de la función zeta de Riemann en 2. La serie (2) no converge absolutamente ya que la integral

$$\int_1^\infty \int_1^\infty \frac{1}{(x+ys)^2 + (yt)^2}\, dx\, dy$$

diverge para cualquiera sean $t > 0$ y $s \in \mathbb{R}$.

Al cambiar el orden de sumación en (2) se tiene el siguiente resultado.

Lema. *Se cumple que,*

$$\sum_{n\in\mathbb{Z}}{}' \left(\sum_{m\in\mathbb{Z}} \frac{1}{(n+m\tau)^2} \right) = \sum_{m\in\mathbb{Z}}{}' \left(\sum_{n\in\mathbb{Z}} \frac{1}{(n+m\tau)^2} \right) - \frac{2\pi i}{\tau}, \tag{4}$$

donde en ambas series se excluye el término $(m, n) = (0, 0)$*, donde* $\sum'$ *significa que la suma se hace para valores distintos de cero en el índice.*

Esto es, el cambio en el orden de sumación (2) da lugar a un cambio en el valor de la serie dado por el "término residual" $-\frac{2\pi i}{\tau}$. La identidad (4) aparece de forma natural cuando uno considera la serie de Eisenstein bajo la transformación $\tau \mapsto -\frac{1}{\tau}$ ya que ella es equivalente a

$$\tau^{-2} G_2\left(-\frac{1}{\tau}\right) = G_2(\tau) - \frac{2\pi i}{\tau}.$$

Para la prueba de (4) se utilizan las siguientes fórmulas de descomposición en fracciones simples de $\cot(\cdot)$ y $\frac{1}{\operatorname{sen}(\cdot)}$,

$$\frac{1}{u} + \sum_{k\in\mathbb{Z}^*} \left(\frac{1}{u+k} - \frac{1}{k} \right) = \pi \cot(\pi u), \quad \sum_{k\in\mathbb{Z}} \frac{1}{(u+k)^2} = \frac{\pi^2}{\operatorname{sen}^2(\pi u)},$$

conocidas de los cursos básicos de Análisis complejo, que se obtienen con técnicas de teoría de residuos, o del Análisis real y funcional, donde se utilizan desarrollos de Fourier. Estas fórmulas son válidas para $u \in \mathbb{H}$ y permiten obtener

$$\begin{aligned}\varphi(z,\tau) &:= \frac{1}{z} + \sum_{m,n\in\mathbb{Z}} \left(\frac{1}{z+m\tau+n} - \frac{1}{m\tau+n} + \frac{z}{(m\tau+n)^2} \right) \\ &= \frac{z\pi^2}{3} + \pi\cot(\pi z) + \sum_{\substack{m\in\mathbb{Z} \\ m\neq 0}} \left(\pi\cot(\pi(m\tau+z)) - \pi\cot(\pi m\tau) + \frac{\pi^2 z}{\operatorname{sen}^2(\pi m\tau)} \right),\end{aligned}$$

Zubía | núm. 37-38 (2019-2020), pp. 129-148
ISSN 0213-4306

donde $\tau \in \mathbb{H}$ y $z \in \mathbb{C}\backslash\Lambda$, con $\Lambda := \mathbb{Z} + \tau\mathbb{Z}$. Es fácil deducir que

$$\varphi_1(\tau) := \frac{i}{2\pi}\varphi\left(\frac{1}{2}, \tau\right) = \frac{\pi i}{12} + \frac{\pi i}{2}\sum_{m=1}^{\infty}\frac{1}{\operatorname{sen}^2(\pi m\tau)},$$

y

$$\frac{1}{\tau^2}\varphi_1\left(\frac{-1}{\tau}\right) = \varphi_1(\tau) + \frac{1}{2\tau},$$

que equivale a (4).

Si nos fijamos en (3), para hallar G_2 sumamos considerando los (m, n) contenidos en un rectángulo centrado en el 0 y de lados M y N, de alto infinito y ancho "cero", que después se va "ensanchando". ¿Podríamos sumar pensando en los pares contenidos dentro de un círculo? ¿Y dentro de cualquier figura?

Denotemos por $\mathcal{K}$ la clase de conjuntos compactos $K \subset \mathbb{R}^2$ que son convexos, con interior distinto del vacío y simétricos respecto a x e y. Comenzamos dando varias definiciones clave. Para cada $K \in \mathcal{K}$, definimos h_K como la función real cuya gráfica es el contorno superior del conjunto K; es decir, h_K es

$$h_K : [-A, A] \to \mathbb{R}, \quad h_K(x) := \max\{y \in \mathbb{R} : (x, y) \in K\},$$

donde $A = \max\{x \in \mathbb{R} : \exists y \in \mathbb{R},\ (x, y) \in K\}$. Notemos, además, que h_K es de soporte compacto $[-A, A]$; es par, por ser K simétrico respecto al eje y y su reflexión $-h_K$ es el contorno inferior de K, ya que K es simétrico respecto al eje x. La siguiente definición generaliza la de serie de Eisenstein G_2.

Definición. *Si $K \in \mathcal{K}$, denotamos por $G_2(K, \tau)$ la K-suma de la serie de Eisenstein de orden 2, es decir,*

$$G_2(K, \tau) := \lim_{\lambda\to\infty}{\sum_{(m,n)\in((\lambda K)\cap\mathbb{Z}^2)}}' \frac{1}{(m\tau + n)^2}, \quad \tau \in \mathbb{H}, \tag{5}$$

asumiendo que el límite existe.

Para escribir menos, escribimos $\sum_K a_{m,n}$ para una serie en dos índices que se suma según el método seguido en (5). En (Romik y Scherer *preprint*) se obtiene el siguiente resultado que generaliza (4).

Teorema (Romik-Scherer). *Dado $\tau \in \mathbb{H}$ y $K \in \mathcal{K}$, se tiene que $G_2(K, \tau)$ existe. Además,*

$$G_2(K, \tau) - G_2(\tau) = 4\int_0^A \frac{h_K(x)}{\tau^2x^2 - h_K^2(x)}\,dx, \tag{6}$$

donde, como antes, A denota el número para el cual h_K está soportado en $[-A, A]$.

Zubía | núm. 37-38 (2019-2020), pp. 129-148
ISSN 0213-4306

Para dar las ideas básicas de la prueba del resultado anterior, sea

$$E(K,\tau) := G_2(K,\tau) - G_2(\tau),$$

la *función residual* asociada a K. Observar que si consideramos el caso más sencillo, es decir, cuando K es el rectángulo $[-c,c]\times[-1,1]$ con $c>0$, entonces h_K es la función indicadora $h_K(x)=\chi_{[-c,c]}(x)$. Evaluando la integral de (6) obtenemos que,

$$\begin{aligned} E(K,\tau) &= 4\int_0^c \frac{\chi_{[-c,c]}(x)}{\tau^2x^2-(\chi_{[-c,c]}(x))^2}\,dx = 4\int_0^c \frac{1}{\tau^2x^2-1}\,dx \\ &= \frac{4}{\tau^2}\int_0^c \frac{1}{x^2-\frac{1}{\tau^2}}\,dx = \frac{2}{\tau}\log\left(\frac{1-\tau c}{1+\tau c}\right), \end{aligned}$$

donde $\log\left(\frac{1-\tau c}{1+\tau c}\right)$ representa la rama analítica del logaritmo tal que $\log\left(\frac{1-i}{1+i}\right) = -i\frac{\pi}{2}$.

En particular, notemos que podemos interpretar el caso límite $c\to 0$ como una suma respecto a un rectángulo infinitamente alto y estrecho (ver figuras 2 y 3), lo que significa, sumar primero respecto a n y después respecto a m como en la definición original (2) de $G_2(\tau)$. En este caso, tiene sentido pensar que la función residual sea igual a 0, de hecho $\lim_{c\to 0}\frac{2}{\tau}\log\left(\frac{1-\tau c}{1+\tau c}\right)=0$. También podemos considerar cuando $c\to\infty$, que se puede interpretar que sumamos en un rectángulo infinitamente ancho y bajo (ver figuras 4 y 5), es decir, primero sumar en m y a continuación sumar en n. En este caso tenemos que $\lim_{c\to\infty}\frac{2}{\tau}\log\left(\frac{1-\tau c}{1+\tau c}\right) = -\frac{2\pi i}{\tau}$ y de hecho es coherente con la relación (4).

La fórmula (6) sigue de la relación

$$\sum_K\left(\frac{1}{m\tau+n}-\frac{1}{m\tau+n+1}\right) = 4\int_0^A \frac{h_K(x)}{\tau^2x^2-h_K^2(x)}dx,$$

donde, en la suma de la izquierda, excluimos los sumandos tal que $m=0$. Esta igualdad se obtiene con la siguiente interpretación en términos de una suma de Riemann

$$\begin{aligned} &\sum_K\left(\frac{1}{m\tau+n}-\frac{1}{m\tau+n+1}\right) \\ &\quad= \lim_{\lambda\to\infty}\sum_{\substack{-\lambda A\le m\le\lambda A\\ m\neq 0}}\ \sum_{-\lambda h_K(m/\lambda)\le n\le\lambda h_K(m/\lambda)}\left(\frac{1}{m\tau+n}-\frac{1}{m\tau+n+1}\right) \\ &\quad= 4\lim_{\lambda\to\infty}\frac{1}{\lambda}\sum_{1\le m\le\lambda A}\left(\frac{\lambda^{-1}\left\lfloor\lambda h_K\left(\frac{m}{\lambda}\right)\right\rfloor}{\lambda^{-2}m^2\tau^2-\lambda^{-2}\left\lfloor\lambda h_K\left(\frac{m}{\lambda}\right)\right\rfloor^2}\right). \end{aligned}$$

Zubía | *núm. 37-38 (2019-2020), pp. 129-148*
ISSN 0213-4306

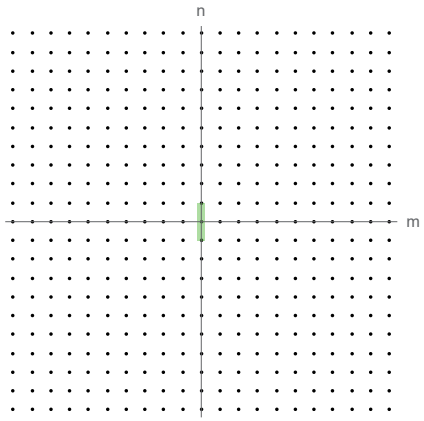


Figura 2. Primer paso, $c \to 0$.

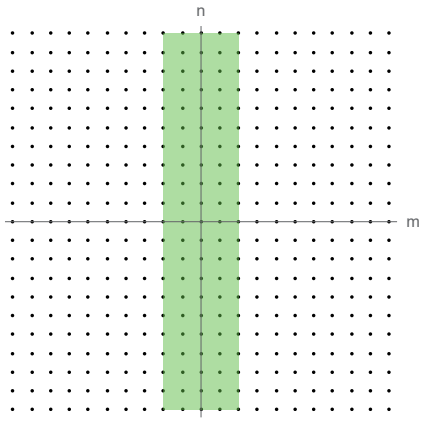


Figura 3. Siguiente paso, $\lambda \to \infty$.

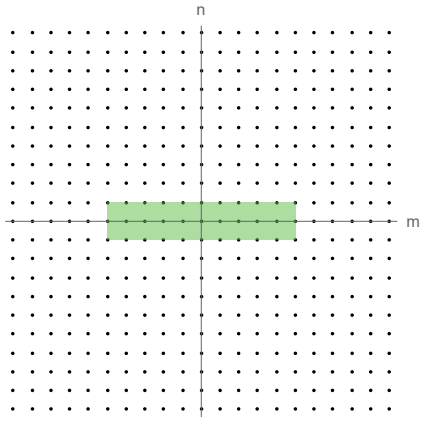


Figura 4. Primer paso, $c \to \infty$.

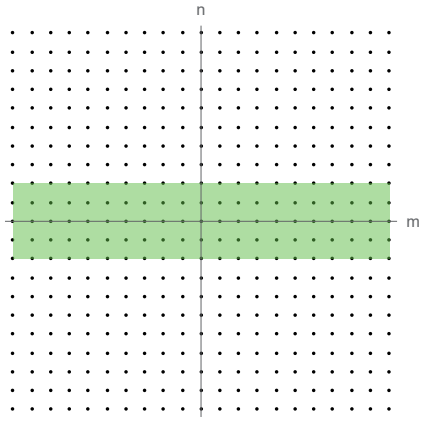


Figura 5. Siguiente paso, $\lambda \to \infty$.

5. REORDENAMIENTOS EN ESPACIOS DE HILBERT

En está sección consideramos el reordenamiento de series en espacios de Hilbert.[8] En el famoso *Cuaderno escocés* (Mauldin 1981) se formula la cuestión: ¿exis-

8. Sea $\mathcal{H}$ un espacio vectorial sobre el cuerpo $\mathbb{K}$ (que es $\mathbb{R}$ o $\mathbb{C}$). Un ***producto escalar*** en $\mathcal{H}$ es una función de $\mathcal{H} \times \mathcal{H}$ en el cuerpo que a cada $(x, y) \in \mathcal{H} \times \mathcal{H}$ le asigna el valor $\langle x, y\rangle \in \mathbb{K}$ que tiene las propiedades:
   1. $\langle y, x\rangle = \overline{\langle x, y\rangle}$, $\forall x, y \in \mathcal{H}$.
   2. $\langle x + y, z\rangle = \langle x, z\rangle + \langle y, z\rangle$, $\forall x, y, z \in \mathcal{H}$.
   3. $\langle \alpha x, y\rangle = \alpha\langle x, y\rangle$, $\forall x, y \in \mathcal{H}$, $\forall \alpha \in \mathbb{K}$.
   4. $\langle x, x\rangle \geq 0$, $\forall x \in \mathcal{H}$, y la igualdad se tiene si y sólo si $x = 0$.

te algún análogo al teorema de Lévy-Steinitz en espacios de Banach de dimensión infinita? Este documento tiene mucho valor histórico, fue fruto de las reuniones que algunos de los más prometedores estudiantes de matemáticas polacos mantenían en el *Café escocés* en Lwów. Entre ellos se encontraban: Ulam, Banach, Kac, Mazur, Saks o Steinhaus. Como curiosidad, este problema, el número 106, fue propuesto por Banach y como premio regalaba una botella de vino. Fue resuelto negativamente por Józef Marcinkiewicz mediante el siguiente contraejemplo en $L^2[0,1]$.[9]

Consideremos las siguientes funciones en $L^2[0,1]$

$$f_{i,k} = \chi_{[\frac{k}{2^i}, \frac{k+1}{2^i}]} \text{ y } g_{i,k} = -f_{i,k},$$

con $0 \leq i < +\infty$ y $0 \leq k < 2^i$ enteros y donde $\chi_{[\frac{k}{2^i}, \frac{k+1}{2^i}]}$ representa la función que es igual a 1 en el intervalo $[\frac{k}{2^i}, \frac{k+1}{2^i}]$ y vale 0 en $[0,1]\backslash[\frac{k}{2^i}, \frac{k+1}{2^i}]$. Podemos ver una representación de algunas de estas funciones en las figuras 6-9. Por un lado, uno tiene,

$$(f_{0,0} + g_{0,0}) + (f_{1,0} + g_{1,0}) + (f_{1,1} + g_{1,1}) + (f_{2,0} + g_{2,0}) + \cdots = 0.$$

Por otro lado, si reordenamos como sigue, tenemos,

$$f_{0,0} + (f_{1,0} + f_{1,1} + g_{0,0}) + (f_{2,0} + f_{2,1} + g_{1,0}) + (f_{2,2} + f_{2,3} + g_{1,1}) + \cdots = 1.$$

Pero ahora, notemos que reordenando los términos siempre obtendremos funciones con valores enteros, por lo que es imposible que un reordenamiento de las $f_{i,k}$ y las $g_{i,k}$ nos dé como resultado, por ejemplo, la función $\frac{1}{2} \in L^2[0,1]$. Es decir, el conjunto de las sumas de los reordenamientos de las $f_{i,k}$ y $g_{i,k}$ no es un subespacio afín de $L^2[0,1]$.

El ejemplo anterior muestra que en los espacios de dimensión infinita son más complicados de tratar que los de dimensión finita, como corrobora el siguiente resultado (Dvoretzky y Rogers 1950).

En tal caso decimos que $\mathcal{H}$ es un ***espacio con producto escalar***; se tiene que $\|x\| = \langle x, x\rangle$ es una norma. Si $\mathcal{H}$ es un espacio con producto escalar tal que con la norma asociada es un espacio de Banach, entonces decimos que es un ***espacio de Hilbert***.

9. $L^2[0,1]$ es el espacio vectorial normado formado por las funciones f Lebesgue-medibles definidas en $[0,1]$ con valores en $\mathbb{C}$ tales que $\int_0^1 |f(x)|^2\, dx < \infty$, con la norma,

$$\|f\| = \left(\int_0^1 |f(x)|^2\, dx\right)^{1/2}, \quad f \in L^2[0,1].$$

Zubía | *núm. 37-38 (2019-2020), pp. 129-148*
ISSN 0213-4306

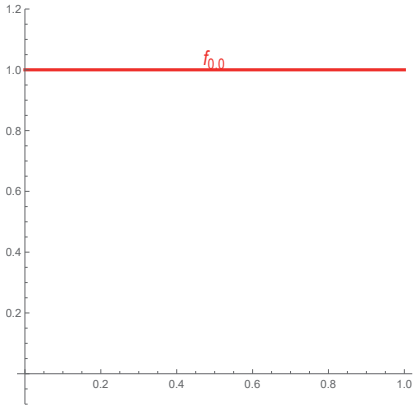


Figura 6. $f_{0,0}$ de Marcinkiewicz

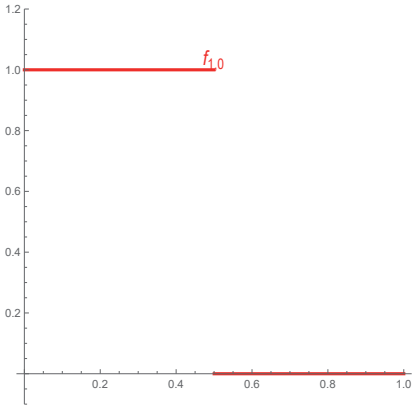


Figura 7. $f_{1,0}$ de Marcinkiewicz

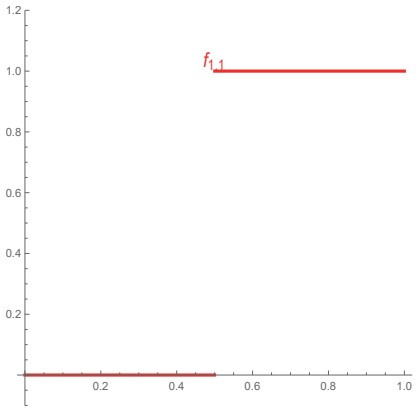


Figura 8. $f_{0,1}$ de Marcinkiewicz

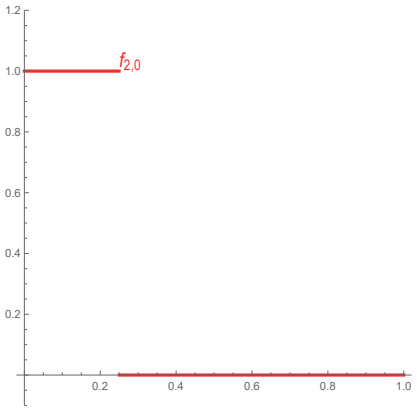


Figura 9. $f_{2,0}$ de Marcinkiewicz

Teorema (Dvoretzky-Rogers). *Las siguientes afirmaciones son equivalentes en un espacio de Banach X:*

1. *Las series incondicionalmente convergentes en X convergen absolutamente.*
2. *X tiene dimensión finita.*

Este resultado está relacionado con los espacios nucleares. En (Pietsch 1972) se puede encontrar una demostración del teorema de Dvoretzky-Rogers.

En 1973, D. V. Pechersky da una versión del teorema de reordenamiento de Lévy-Steinitz en espacios de Hilbert.

Teorema (Pechersky). *Sea $\mathcal{H}$ un espacio de Hilbert real y $(u_n)_{n\geq 1}$ una sucesión*

de vectores tal que

$$\sum_{n=1}^{\infty} \|u_n\|^2 < \infty,$$

y que para todo vector unitario $e \in \mathcal{H}$, la serie $\sum_{n\geq 1} \langle u_n, e\rangle$ converge condicionalmente. Entonces, para todo $v \in \mathcal{H}$ existe una permutación σ de $\mathbb{N}$ tal que

$$\sum_{n=1}^{\infty} u_{\sigma(n)} = v.$$

La prueba de este resultado tiene cuatro pasos. Primero se prueba que las combinaciones lineales con coeficientes iguales a 0 o 1 de los vectores (u_j) son densos en $\mathcal{H}$. Para demostrar este hecho se usa una versión del teorema de separación de Hahn-Banach bien conocidos de Análisis funcional, que se obtiene fácilmente del teorema de la norma mínima.

Teorema (Elemento de norma mínima). *Sea $\mathcal{H}$ un espacio de Hilbert y $E \subset \mathcal{H}$ un conjunto convexo, cerrado y no vacío. Entonces para todo vector $f \in \mathcal{H}$ existe $x_0 \in E$ único tal que*

$$\|f - x_0\| = \min\{\|f - x\| : x \in E\}.$$

Este elemento se caracteriza por la condición

$$\Re(\langle f - x_0, x - x_0\rangle) \leq 0, \quad \forall x \in E.$$

Corolario. *Sean $\mathcal{H}$ un espacio de Hilbert real, un subconjunto $E \subset \mathcal{H}$ no vacío, convexo y cerrado y $f \in \mathcal{H} \setminus E$. Existe un vector unitario $g \in \mathcal{H}$ tal que para todo $x \in E$ se cumple*

$$\langle g, x\rangle \leq \langle g, f\rangle.$$

Una vez probada la densidad de las combinaciones con coeficientes iguales a 0 o 1 de los vectores (u_j), en el segundo paso se prueba que, a partir de la conclusión anterior, se tiene que dado un vector $v \in \mathcal{H}$ existe una permutación $\sigma(k)$ de los naturales tal que alguna subsucesión de las sumas parciales de $\sum_{k=1}^{\infty} u_{\sigma(k)}$ converge a v. En el tercer paso se demuestra, por inducción en la cantidad de vectores, que dado $N \in \mathbb{N}$, existe una permutación σ del conjunto $\{1, \ldots, N\}$ de modo que

$$\max_{1\leq m\leq N} \left\| \sum_{n=1}^{m} u_{\sigma(n)} \right\| \leq \left(\sum_{n=1}^{N} \|u_n\|^2 \right)^{1/2} + 2 \left\| \sum_{n=1}^{N} u_n \right\|.$$

Zubía | núm. 37-38 (2019-2020), pp. 129-148
ISSN 0213-4306

En el cuarto y último paso, se utiliza el segundo para probar la convergencia de subsucesiones de reordenaciones y el paso tercero para estimar las lagunas de las sumas parciales que quedan entre las sumas parciales de las subsucesiones convergentes de reordenaciones.

El teorema de Pechersky es útil en la prueba de la universalidad de la función ζ de Riemann (ver, por ejemplo, Steuding 2005 y Voronin 1975) en la franja del plano complejo $\frac{1}{2} < \Re(s) < 1$.

BIBLIOGRAFÍA

Apostol, T. M. (1967) *Calculus, Vol. I: One-Variable Calculus, with an Introduction to Linear Algebra*, 2nd ed. Blaisdell.

Apostol, T. M. (1974) *Mathematical Analysis*, 2nd ed. Reading, MA: Addison-Wesley.

Apostol, T. M. (2012) *Modular functions and Dirichlet series in number theory*. Graduate Texts in Mathematics 41, Springer.

Bagemihl, F. y Erdős, P. (1954) Rearrangements of C_1-summable series. *Acta Math.* 92, 35–53.

Cauchy, A. L. (1833) *Oeuvres* (2) 10, 68–70.

Cowen, C. C., Davidson, K. R. y Kaufman, R. P. (1980) Rearranging the alternating harmonic series. *The Amer. Math. Monthly* 87, 817–819.

Dirichlet, P. G. L. (1837) Beweis des Satzes, dass jede unbegrenzte arithmetische Progression, deren erstes Glied und Differenz ganze Zahlen ohne gemeinschlaftichen Factor sind, unendliche viele Primzahlen enthalt. *Abhand. Ak. Wiss. Berlin* 1837, 45–81. En *Obras completas*, Abhandlungen der Königlich Preussischen Akademie der Wissenschaften, I, 315–342.

Dvoretzky, A. y Rogers, C. A. (1950) Absolute and unconditional convergence in normed linear spaces. *Proc. Nat. Acad. Sci. USA* 36, 192–197.

Dybskiy, Y y Slutsky, K. (2011) Riemann Rearrangement theorem for other types of convergence. *J. Mat. Anal. Appl.* 373, 605–613.

Groß, W. (1917) Bedingt konvergente Reihen. *Monatsh. Math. Phys.* 28, 221–237.

Lévy, P. (1905) Sur les séries semi-convergentes. *Nouvelles annales de mathématiques: Journal des candidats aux écoles polytechnique et normale* 5, 506–511

Mahillo Cazorla, A. (2019) Sobre un teorema de reordenamiento de series de Lévy-Steinitz. *Trabajo fin de grado*, Universidad de La Rioja. https://investigacion.unirioja.es/documentos/5eda31d0299952715635a7ef

Mauldin, R. D. (ed.) (1981) *The Scottish book: mathematics from the Scottish Café*. Birkhauser.

Ohm, M. (1839) De nonnullis seriebus infinitis summandis. *Antritts-Programm zür Ubernahme der ordentlichen Professur*, Berlin.

Pietsch, A. (1972) *Nuclear locally convex spaces*, 2nd ed. Springer-Verlag.

Pringsheim, A. (1883) Ueber die Werthveranderungen bedingt convergenter Reihen und Producte. *Math. Ann.* 22, 455–503.

Riemann, B. (1854) Über die Darstellbarkeit einer Function durch eine trigonometrische Reihe. *Gesammelte Mathematische Werke*, 213–253 . Publicada por Richard Dedekind póstumamente en *Abhandlungen der Königlichen Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen* 13, 1867.

Romik, D. y Scherer, R. (preprint) Alternative summation orders for the Eisenstein series G_2 and Weierstrass -function. Aparecerá en *Rocky Mountain J. Math.* arXiv:1811.01523.

Rosenthal, P. (1987) The remarkable theorem of Lévy and Steinitz. *The Amer. Math. Monthly* 94, 342–351.

Schlömilch, O. X. (1873) Beweis des Satzes, dass jede unbegrenzte arithmetische Progression, deren erstes Glied und Differenz ganze Zahlen ohne gemeinschlaftichen Factor sind, unendliche viele Primzahlen enthalt. *Zeitschr. f. Math. u. Phys.* 18, 520.

Sierpiński, W. F. (1911) Sur une propriété des séries qui ne sont pas absolument convergentes. *Bull. Intern. Acad. Sci. Cracovie* A, 149–158.

Steinitz, E. (1913) Bedingt konvergente Reihen und konvexe Systeme. *J. Reine. Angew. Math.* 143, 128–176.

Steuding, J. (2005) Universality of *L*-functions. Mathematisches Institut, Georg-August-Universität Göttingen: *Seminars Winter Term* 2004/2005, Universitätsdrucke Göttingen, Göttingen, 81–92.

Voronin, S. M. (1975) Theorem on the "universality" of the Riemann zeta-function. *Math. USSR Izvestija* 9, No. 3, 443-453.

Zubía 37-38 149-176 Logroño 2020-2021

LA CONJETURA DE ERDŐS-STRAUS*

MANUEL BELLO HERNÁNDEZ[1*]
MANUEL BENITO MUÑOZ[2]
EMILIO FERNÁNDEZ MORAL[3]

RESUMEN

A finales de la década de 1940, Paul Erdős y Ernst G. Straus establecieron la siguiente conjetura (CES): *Dado un número natural* $n \geq 2$*, siempre existen números naturales x, y, z que cumplen*

$$\frac{4}{n} = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}.$$

La conjetura hoy día sigue estando abierta. En este artículo presentamos un algoritmo sencillo que en caso de parada descompone la fracción $4/n$ ($n \geq 2$ entero) como suma de tres fracciones de numerador 1 (egipcias o unitarias), llegamos a formular varias conjeturas que ofrecen condiciones suficientes para la validez de la CES y demostramos, por ejemplo, que CES se cumple en particular para todos los valores n que están en la imagen del polinomio

$$p(a, b, c) = (a + 1)(4b + 3)(4c + 3) - (a + 1) - (4b + 3)$$

cuando las variables a, b y c toman valores enteros no negativos. Según comprobaciones asistidas por ordenador (nosotros lo hemos hecho para $n \leq 12 \times 10^{15}$),

* Registrado el 14 de abril de 2020. Aprobado el 19 de enero de 2021.

1. Dpto. de Matemáticas y Computación, Universidad de La Rioja, C/ Madre de Dios, 53, Edicio CCT, 26006 Logroño. * E-mail: mbello@unirioja.es

2. Catedrático de Matemáticas jubilado. Instituto Práxedes Mateo Sagasta, Logroño. E-mail: mbenit8@palmera.pntic.mec.es

3. Profesor jubilado. Dpto. de Matemáticas y Computación, Universidad de La Rioja, C/ Madre de Dios, 53, Edicio CCT, 26006 Logroño. E-mail: emilio.fernandez@unirioja.es

La investigación del primer autor ha sido subvencionada parcialmente por el 'Ministerio de Economía y Competitividad', Proyecto MTM2014-54043-P.

dichos valores n podrían incluir todos los números primos de la forma $4q + 1$ ($q \geq 1$). Y aunque, por un lado, probamos que los cuadrados no están en el conjunto imagen de $(\mathbb{N} \cup \{0\})^3$ por la función polinómica $p(a, b, c)$, por otro lado y con ayuda de esa función, hemos podido dar una demostración constructiva de que hay un conjunto tan grande como se quiera de números consecutivos para los que CES es cierta.

Palabras clave: Conjetura de Erdős-Straus; ecuaciones diofánticas; fracciones egipcias.

Paul Erdős and Ernst G. Straus conjectured in the late 1940s: Given a natural number $n \geq 2$ there are natural numbers x, y, z such that

$$\frac{4}{n} = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}.$$

This conjecture (ESC) is open today. Among other results, in this paper we study ESC, we establish some conjectures that offer sufficient conditions for the validity of ESC, we give an algorithm which, if it stops, breaks down the fraction 4/n as a sum of three Egyptian fractions, and, for example, we show that ESC holds for all the values of n in the range of the polynomial

$$p(a, b, c) = (a + 1)(4b + 3)(4c + 3) - (a + 1) - (4b + 3),$$

when the variables a, b, c take nonnegative integer values. We conjecture that the values n of this polynomial include all the prime numbers of the form $4q+1$ ($q \geq 1$), and we have done a computer-assisted verification of this fact for $n \leq 12 \times 10^{15}$. On the one hand we prove that the perfect squares do not belong to the image set of $(\mathbb{N} \cup \{0\})^3$ by the mapping p but, on the other, with the help of that polynomial we have been able to give a constructive demonstration that there are arbitrarily long sequences of consecutive numbers for which ESC is true.

Key words: *Erdős-Straus' conjecture; Diophantine equations; Egyptian fractions.*

1. INTRODUCCIÓN

Las ecuaciones diofánticas plantean problemas de teoría de números que conectan esta rama de la matemática con el álgebra, la geometría, la topología y el análisis. Se trata a veces de problemas de enunciado muy sencillo, cuya formulación puede ser comprendida por un público bastante amplio, pero que en cambio

son muy difíciles de resolver. El ejemplo más señalado podría darlo el denominado «último teorema de Fermat», famosísimo resultado acerca de la imposibilidad de resolver la ecuación $x^n + y^n = z^n$ para $n > 2$ y x, y, z enteros no nulos, problema que quedó planteado en el siglo XVII y cuya solución definitiva, debida a Andrew Wiles en colaboración con Richard Taylor, no se obtuvo hasta mediada la década de 1990. Las técnicas empleadas o desarrolladas para la solución de este problema son hoy parte fundamental de la teoría algebraica de números.

Puede ser también el caso de la conjetura que estudiamos aquí. A finales de la década de 1940, Paul Erdős y Ernst Straus[1] conjeturaron (Bernstein 1962, p.1; Erdős 1950, p. 210; Guy 1994, p. 158–166): *Dado un número natural $n \geq 2$, siempre existen números naturales x, y, z para los que se cumple la ecuación*

$$\frac{4}{n} = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}. \tag{1}$$

Dicho de otra manera, toda fracción racional $4/n$ con $n \geq 2$ se puede escribir, o descomponer, como suma de tres *fracciones unitarias* (fracciones de numerador 1, denominadas también *fracciones egipcias*). Erdős hizo pública esta conjetura, que Straus había comprobado ya hasta $n = 5000$, el año 1961 en una conferencia en la Universidad de Århus. La conjetura de Erdős-Straus, que abreviaremos como CES, combina propiedades aditivas y multiplicativas de los números naturales, y a fecha de hoy está comprobada para $n \leq 10^{17}$ pero su veracidad es aún un problema abierto.

Existen muchos artículos y resultados sobre esta conjetura. Para conocer la evolución en el tiempo de CES y su estado actual se pueden mirar, por ejemplo, las referencias (Elsholtz y Tao 2013), (Guy 1994) y (Mordell 1969). En este último libro, L. Mordell califica CES como «extremadamente interesante» y prueba que se cumple para todos los números naturales n excepto posiblemente para los que pertenecen a alguna de las clases de restos

$$1,\ 121,\ 169,\ 289,\ 361 \text{ o } 529 \pmod{840}.$$

Es inmediato ver que, si (1) tiene soluciones para un $n \geq 2$ dado, entonces también las tiene para todos los enteros positivos divisibles por n; por otra parte, $\frac{4}{4q+3} = \frac{1}{q+1} + \frac{1}{(q+1)(4q+3)}$, así que CES necesita ser comprobada, en realidad, sólo

1. Paul Erdős (1913-1996) es un matemático muy reconocido (Babai 1996), (Nešetřil 2000), con más de 1400 artículos publicados con más de 500 colaboradores científicos. Ernst Gabor Straus (1922-1983) fue el asistente de Albert Einstein en Princeton entre los años 1944 y 1948 (Cantor *et al.* 1985).

Zubía | *núm. 37-38 (2019-2020), pp. 149-176*
ISSN 0213-4306

para los números n que sean primos de la forma $4q + 1$ ($q \geq 1$). En nuestro artículo damos condiciones suficientes para la validez de CES y proponemos una conjetura (que llamamos *Conjetura q*) más fuerte. Otro de nuestros resultados originales es (Teorema 3.4) que no es posible generar de cierta manera natural un sistema finito de clases de congruencia para cuyos elementos se cumpla la conjetura de Erdős-Straus y cuya unión contenga a todos los números primos de la forma $4q + 1$. Por otra parte, hemos encontrado un polinomio en tres variables

$$p(a, b, c) := (a + 1)(4b + 3)(4c + 3) - (a + 1) - (4b + 3) \qquad (2)$$

tal que, si se denota

$$\mathcal{N}_1 := \{n \in \mathbb{Z} : (a, b, c) \in (\mathbb{N} \cup \{0\})^3 \text{ y } p(a, b, c) = n\},$$

se cumple que para todo $n \in \mathcal{N}_1$ la ecuación (1) tiene solución. Como se verá en la sección 3, el polinomio (2) proporciona una parametrización representativa de los números n tales que la descomposición de la fracción $4/n$ como suma de tres fracciones egipcias es *de tipo I*, es decir, una descomposición en la que solamente uno de los tres denominadores es múltiplo de n. Con ayuda del polinomio (2) hemos podido dar una demostración constructiva de que hay secuencias arbitrariamente largas de números naturales consecutivos n para los cuales la conjetura CES es cierta.

Por otra parte, hemos diseñado un algoritmo para hallar soluciones de (1) dado $n \geq 2$, que llamamos *greedy*, o de tipo *greedy*[2], porque en uno de sus pasos encuentra la fracción unitaria más próxima a cierta fracción intermedia obtenida. Según los experimentos numéricos que hemos realizado, nuestro algoritmo de tipo *greedy* se detiene para todos los primos $n < 12 \times 10^{15}$ y para clases generales de números cuya unión podría contener a todos los números primos de la forma $4q + 1$, aunque esto no lo hemos podido probar.

La organización del resto del artículo, que reexpone (Bello-Hernández *et al.* 2012) de forma abreviada, es como sigue. En la sección 2 estudiamos la descomposición de una fracción racional como suma de dos fracciones unitarias, y determinamos (Teorema 2.4) el número de descomposiciones de una fracción unitaria como suma de dos del mismo tipo. Completamos la sección proporcionando (Proposición 2.10) una condición necesaria sobre n para que la fracción $\frac{a}{n}$ admita alguna descomposición como suma de dos fracciones unitarias, cuando $a = p^\gamma$, $\gamma \geq 1$ y p es un número primo impar. En la sección 3 estudiamos la conjetura CES; mostramos cómo aparece, a través de distintas parametrizaciones, la expresión del polinomio (2) (subsección 3.1), y probamos que hay tantos números

2. En español está bastante extendido decir algoritmo *voraz*, o algoritmo *del avaro*, para denominar a este tipo de algoritmos. En nuestro artículo seguiremos usando la expresión inglesa.

Zubía | núm. 37-38 (2019-2020), pp. 149-176
ISSN 0213-4306

consecutivos como se quiera para los que CES es cierta. Con ayuda del mismo polinomio (2) planteamos nuestra *Conjetura q*, suficiente para la validez de CES, que está relacionada a su vez (Proposición 3.8) con la posible *universalidad* de cierto sistema de polinomios en tres variables. En la subsección 3.2 vemos que en la imagen de $(\mathbb{N} \cup \{0\})^3$ por el polinomio (2) no hay ningún cuadrado perfecto (Proposición 3.10). Dedicamos la última sección al estudio del algoritmo *greedy* que, en caso de parada, obtiene una descomposición de la fracción $4/n$ como suma de tres fracciones unitarias; demostramos que acaba por detenerse para una amplia clase de números, y de hecho llegamos a caracterizar el conjunto de números para los que se detiene (Proposición 4.3). Terminamos el artículo probando (Proposición 4.4) la existencia de números que requieren de tantos pasos como se desee antes de la parada del algoritmo.

2. SOBRE SUMAS DE DOS FRACCIONES UNITARIAS

En esta sección estudiamos algunas cosas relacionadas con la descomposición de una fracción racional $\frac{m}{n}$ como suma de dos fracciones unitarias. Todos los resultados que vamos a presentar, salvo quizá el Teorema 2.4, son bien conocidos (ver Croot III *et al.* 2000), y los incluimos aquí solamente en favor de una lectura autocontenida. Destacamos especialmente la Proposición 2.10, referida al caso en que el numerador m es potencia de un número primo (ver Huang y Vaughan 2011).

En general, basta considerar una descomposición $n = abc$ del número n en tres factores (una *trifactorización*) para tener de forma inmediata una descomposición de la fracción $\frac{1}{n}$ como suma de otras dos fracciones unitarias, de la siguiente forma:

$$\frac{1}{n} = \frac{1}{a(a+b)c} + \frac{1}{b(a+b)c}. \tag{3}$$

Vamos a empezar probando que el número $R(n)$ de descomposiciones diferentes de la fracción $\frac{1}{n}$ como suma de otras dos fracciones unitarias es igual al número de trifactorizaciones de n de cierta forma especial. Anteponemos una definición sencilla.

Definición 2.1. *Sea* $n \in \mathbb{N}$. *Supongamos que* $n = abc$ *con* $a, b, c \in \mathbb{N}$. *Si*[3] $(a, b) = 1$, *entonces decimos que* $a \cdot b \cdot c$ *es una trifactorización admisible de* n, *y entendemos, en ese caso, que* $b \cdot a \cdot c$ *es la misma trifactorización admisible de* n.

Así, si $a \cdot b \cdot c$ es una trifactorización admisible de n, $b \neq c$ y $(a, c) = 1$, entonces $a \cdot c \cdot b$ es otra trifactorización admisible de n que es distinta de la primera. Por

3. Con la notación (a, b) se representa el *máximo común divisor* de los números a y b.

Zubía | *núm. 37-38 (2019-2020), pp. 149-176*
ISSN 0213-4306

ejemplo, si $n = p$ primo, caben dos trifactorizaciones admisibles de n, a saber, $n = 1 \cdot 1 \cdot p$ y $n = p \cdot 1 \cdot 1$. Si $n = pq$ con $p \neq q$ primos, caben estas cinco: $n = p \cdot q \cdot 1$, $n = p \cdot 1 \cdot q$, $n = q \cdot 1 \cdot p$, $n = (pq) \cdot 1 \cdot 1$ y $n = 1 \cdot 1 \cdot (pq)$.

Dado $n \in \mathbb{N}$, queda definida una aplicación $\Phi_n : a \cdot b \cdot c \mapsto \{x, y\}$ del conjunto de las trifactorizaciones admisibles de n en el conjunto de las descomposiciones de $\frac{1}{n}$ como suma de dos fracciones unitarias dada simplemente, de acuerdo con (3), por $x = a(a + b)c$, $y = b(a + b)c$. Vamos a probar, de hecho, que Φ_n es una biyección, de donde se deduce que los dos conjuntos anteriores tienen el mismo número de elementos. Comenzamos probando en el siguiente lema que Φ_n es sobreyectiva.

Lema 2.2. *Sea $n \in \mathbb{N}$ fijo. Si $\frac{1}{n} = \frac{1}{x} + \frac{1}{y}$ con $x, y \in \mathbb{N}$, existe una trifactorización admisible de n de la forma $n = a \cdot b \cdot c$, con $(a, b) = 1$, siendo $x = a(a + b)c$ e $y = b(a + b)c$.*

Demostración. Por hipótesis es $xy = (x + y)n$; sea $(x, y) = d$, de modo que $x = da$, $y = db$ con $(a, b) = 1$, y sustituyendo y dividiendo por d se obtiene $abd = (a + b)n$, de donde se deduce que $a|n$, $b|n$ y $(a + b)|d$. Por lo tanto, para $a = \frac{x}{d}$, $b = \frac{y}{d}$, $c = \frac{d}{a+b}$, se tiene $n = abc$, $x = a(a + b)c$, $y = b(a + b)c$, $(a, b) = 1$ y se verifica (3). □

Proposición 2.3. *Sea $n \in \mathbb{N}$. El número $R(n)$ de descomposiciones diferentes de la fracción unitaria $\frac{1}{n}$ como suma de dos fracciones unitarias es igual al número de trifactorizaciones admisibles de n.*

Demostración. Sólo queda ver que Φ_n es inyectiva. Supongamos que las trifactorizaciones $a_1 \cdot b_1 \cdot c_1$ y $a_2 \cdot b_2 \cdot c_2$ de n, siendo $(a_1, b_1) = 1$ y $(a_2, b_2) = 1$, generan la misma descomposición de $\frac{1}{n}$ como suma de dos fracciones unitarias según (3), es decir, que

$$\frac{1}{a_1(a_1 + b_1)c_1} + \frac{1}{b_1(a_1 + b_1)c_1} = \frac{1}{a_2(a_2 + b_2)c_2} + \frac{1}{b_2(a_2 + b_2)c_2}.$$

Entonces, o bien

$$a_1(a_1 + b_1)c_1 = a_2(a_2 + b_2)c_2 \quad \text{y} \quad b_1(a_1 + b_1)c_1 = b_2(a_2 + b_2)c_2$$

o bien

$$a_1(a_1 + b_1)c_1 = b_2(a_2 + b_2)c_2 \quad \text{y} \quad b_1(a_1 + b_1)c_1 = a_2(a_2 + b_2)c_2.$$

Si $a_1(a_1+b_1)c_1 = a_2(a_2+b_2)c_2$, entonces $a_1^2c_1 = a_2^2c_2$. Multiplicando esta igualdad por b_1b_2, nos queda $a_1b_2 = a_2b_1$. Como $(a_1, b_1) = 1$ y $(a_2, b_2) = 1$, la anterior

Zubía | núm. 37-38 (2019-2020), pp. 149-176
ISSN 0213-4306

relación es equivalente a que $a_1 = a_2$ y $b_1 = b_2$. En el otro caso se procede de forma análoga y resulta que $a_1 = b_2$ y $a_2 = b_1$. □

Teorema 2.4. *Sea $n \in \mathbb{N}$ y $R(n)$ el número de descomposiciones diferentes de la fracción unitaria $\frac{1}{n}$ como suma de dos fracciones unitarias. Se cumple que $R(1) = 1$ y, si $n = \prod_{j=1}^{m} p_j^{\alpha_j}$ $(\alpha_j \geq 1)$ es la descomposición del número natural $n > 1$ en factores primos, se tiene*

$$R(n) = \frac{1}{2}\Big(\prod_{j=1}^{m}(2\alpha_j + 1) + 1\Big).$$

Demostración. Usaremos la Proposición 2.3. En primer lugar es obvio que $R(1) = 1$, pues la única descomposición de $\frac{1}{1}$ como suma de dos fracciones unitarias es $\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$.

Cuando $n = p$, con p primo, se tiene $R(p) = 2$ como ya hemos indicado antes. Sea $n = p^\alpha$, $\alpha \geq 2$, y supongamos, por inducción en α, que $R(p^{\alpha-1}) = \alpha$. Las trifactorizaciones admisibles de n son $1 \cdot p^\alpha \cdot 1$ y las de la forma $a \cdot b \cdot (pc)$ obtenidas a partir de una trifactorización admisible $a \cdot b \cdot c$ de $p^{\alpha-1}$. Luego $R(p^\alpha) = 1 + R(p^{\alpha-1}) = \alpha + 1$.

El caso general lo probamos por inducción sobre el número de factores primos de n. Sea $n = \prod_{j=1}^{m} p_j^{\alpha_j}$ con $m \geq 2$ la descomposición en factores primos de un entero positivo n, y supongamos que $R(\prod_{j=2}^{m} p_j^{\alpha_j}) = \frac{1}{2}(\prod_{j=2}^{m}(2\alpha_j + 1) + 1)$. Observemos que si $a_1 \cdot b_1 \cdot c_1$ y $a_2 \cdot b_2 \cdot c_2$ son trifactorizaciones admisibles de $\prod_{j=2}^{m} p_j^{\alpha_j}$ y de $p_1^{\alpha_1}$ respectivamente, entonces $(a_1 a_2) \cdot (b_1 b_2) \cdot (c_1 c_2)$ es una trifactorización admisible de $\prod_{j=1}^{m} p_j^{\alpha_j}$. Además, si $(a_1, b_1, c_1) \neq (1, 1, \prod_{j=2}^{m} p_j^{\alpha_j})$ y $(a_2, b_2, c_2) \neq (1, 1, p_1^{\alpha_1})$, se tiene que $(a_1 b_2) \cdot (b_1 a_2) \cdot (c_1 c_2)$ es también una trifactorización admisible de $\prod_{j=1}^{m} p_j^{\alpha_j}$. De uno u otro modo resultan todas las posibles trifactorizaciones admisibles de n; por lo tanto

$$\begin{aligned} R\Big(\prod_{j=1}^{m} p_j^{\alpha_j}\Big) &= 2\big(R(p_1^{\alpha_1}) - 1\big)\Big(R\Big(\prod_{j=2}^{m} p_j^{\alpha_j}\Big) - 1\Big) + R\Big(\prod_{j=2}^{m} p_j^{\alpha_j}\Big) + R(p_1^{\alpha_1}) - 1 \\ &= \big(1 + 2(R(p_1^{\alpha_1}) - 1)\big) R\Big(\prod_{j=2}^{m} p_j^{\alpha_j}\Big) - \big(R(p_1^{\alpha_1}) - 1\big) \\ &= \frac{1}{2}\Big(\prod_{j=1}^{m}(2\alpha_j + 1) + 1 + 2\alpha_1\Big) - \alpha_1 = \frac{1}{2}\Big(\prod_{j=1}^{m}(2\alpha_j + 1) + 1\Big). \end{aligned}$$ □

El siguiente resultado ofrece una caracterización de las fracciones que se pueden descomponer como suma de dos fracciones unitarias.

Zubía | núm. 37-38 (2019-2020), pp. 149-176
ISSN 0213-4306

LEMA 2.5. *La fracción* $\frac{m}{n}$ *se puede descomponer como suma de dos fracciones unitarias si y sólo si existen* $k_1, k_2 \in \mathbb{N}$ *tales que*

$$k_1 k_2 = n^2, \tag{4}$$

$$m|(n + k_1) \text{ y } m|(n + k_2). \tag{5}$$

DEMOSTRACIÓN. Si se cumplen las condiciones (4) y (5), se tiene que los números naturales $a = (n + k_1)/m$ y $b = (n + k_2)/m$ satisfacen

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = m\Big(\frac{1}{n + k_1} + \frac{1}{n + k_2}\Big) = m\Big(\frac{2n + k_1 + k_2}{n^2 + (k_1 + k_2)n + k_1 k_2}\Big)$$
$$= m\Big(\frac{2n + k_1 + k_2}{n(2n + k_1 + k_2)}\Big) = \frac{m}{n}.$$

Recíprocamente, si $\frac{m}{n} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$, con $a, b \in \mathbb{N}$, entonces para los números naturales $k_1 = am - n$ y $k_2 = bm - n$ se cumple que $m|(n + k_j)$ $(j = 1, 2)$, y

$$k_1 k_2 = (am - n)(bm - n) = abm^2 - (a + b)mn + n^2$$
$$= abmn\left(\frac{m}{n} - \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right)\right) + n^2 = n^2,$$

como queríamos probar. □

LEMA 2.6. *Dados* $a, n \in \mathbb{N}$ *primos entre sí, es decir, tales que* $(a, n) = 1$, *la ecuación*

$$\frac{a}{n} = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} \tag{6}$$

es resoluble en enteros positivos si y sólo si existen $u, v \in \mathbb{N}$ *tales que* $uv|n$ *y* $a|(u + v)$.

DEMOSTRACIÓN. Si $\frac{a}{n} = \frac{1}{x} + \frac{1}{y}$ y $(x, y) = d$, entonces $x = dx'$, $y = dy'$ con $(x', y') = 1$ y

$$adx'y' = n(x' + y').$$

Como $(x'y', x' + y') = 1$, se tiene que $x'y'|n$, y como $(a, n) = 1$, se tiene $a|(x' + y')$. Recíprocamente, si existen u, v tales que $uv|n$ y $a|(u + v)$, entonces $u + v = aa'$ y

$$\frac{a}{n} = \frac{aa'}{na'} = \frac{u + v}{na'} = \frac{1}{na'/u} + \frac{1}{na'/v},$$

con na'/u y na'/v enteros por hipótesis. □

Con mayor generalidad, denotaremos a continuación por $R_a(n)$, para a y n fijos, el número de soluciones $\{x, y\}$ de la ecuación (6), es decir, el número de representaciones distintas de la fracción $\frac{a}{n}$ como suma de dos fracciones unitarias. Vamos a completar esta sección proporcionando una condición necesaria sobre n para que sea $R_a(n) = 0$ cuando $a = p^\gamma$, $\gamma \geq 1$ y $p > 2$ primo.

Recordemos que, dado un número natural a, la relación de *congruencia módulo a* ($r \equiv s$ (mód a) si $r - s$ es múltiplo de a) divide el conjunto $\mathbb{Z}$ de los números enteros en a clases de equivalencia disjuntas, conteniendo cada una de ellas a los números que dan el mismo resto (de los a restos posibles $0, 1, \ldots, a-1$) al dividirlos por a. El conjunto de las a clases se denota por $\mathbb{Z}_a$. Los elementos de $\mathbb{Z}_a$ se pueden denotar ahora también por $0, 1, \ldots, a-1$, quedando inducidas en este conjunto operaciones de suma y producto[4] (*suma* y *multiplicación* de enteros *módulo a*; por ejemplo, $1 + 1 = 0$ en $\mathbb{Z}_2$; $2 + 3 = 1$ en $\mathbb{Z}_4$; $2 \cdot 2 = 0$ en $\mathbb{Z}_4$; $2 \cdot 3 = 1$ en $\mathbb{Z}_5$).

Sea $\mathbb{Z}_a^*$ el subconjunto de los elementos no nulos de $\mathbb{Z}_a$ que son primos con a; el conjunto $\mathbb{Z}_a^*$ tiene $\varphi(a)$ elementos[5]. Es bien conocido que $\mathbb{Z}_a^*$ es un grupo con la operación de multiplicación módulo a, de orden $\varphi(a)$. Cuando $a = p^\gamma$, $\gamma \geq 1$ y p primo impar, se sabe que $\mathbb{Z}_a^*$ es un grupo cíclico[6] y, por consiguiente, existe $g \in \mathbb{Z}_a^*$ tal que

$$\mathbb{Z}_a^* = \langle g \rangle = \{1, g, g^2, \ldots, g^{\varphi(a)-1}\}.$$

Este elemento g generador del grupo, que en general no es único, se llama una *raíz primitiva* módulo a. Por ejemplo, para $a = 9$ es $\mathbb{Z}_9^* = \{1, 2, 4, 5, 7, 8\} = \langle 2 \rangle$, un grupo cíclico de orden 6. Además de 2, también 5 es raíz primitiva módulo 9.

El siguiente lema (ver Fraleigh y Katz 2003, Thm. 6.14), que después vamos a utilizar, proporciona un resultado muy estándar sobre la estructura de los grupos cíclicos (usamos notación multiplicativa para la operación del grupo).

Lema 2.7. *Sea G el grupo cíclico de orden n engendrado por un elemento a, y sea s un entero no negativo. El orden del subgrupo $\langle a^s \rangle$ engendrado por el elemento a^s* (dicho de otra manera, el orden de a^s) *es n/d, donde $d = (n, s)$. Además, si s, t son enteros no negativos, $\langle a^s \rangle = \langle a^t \rangle$ si y sólo si $(n, s) = (n, t)$.*

4. Cuyas propiedades confieren a $\mathbb{Z}_a$, en general, una estructura algebraica de anillo con unidad. En particular, con la operación suma, $\mathbb{Z}_a$ es un grupo abeliano de *orden a* (es decir, de a elementos) cuya estructura es de *grupo cíclico*.

5. La *función indicatriz de Euler* $\varphi(m)$ se define precisamente como el número de elementos del conjunto $\{k \in \mathbb{N} : 1 \leq k < m, (k, m) = 1\}$.

6. Isomorfo, por consiguiente, al grupo cíclico aditivo $\mathbb{Z}_{\varphi(a)}$. Esto ocurre, como ya probó C. F. Gauss, sólo cuando $a = 1, 2, 4, p^\gamma$ o $2p^\gamma$, donde $\gamma \geq 1$ y p es un primo impar (*Disquisitiones Arithmeticæ*, artt. 52–56 y 82–89).

Zubía | núm. 37-38 (2019-2020), pp. 149-176
ISSN 0213-4306

Todo subgrupo de un grupo cíclico es cíclico, con lo que el siguiente resultado, igualmente estándar, es una sencilla consecuencia de este lema.

COROLARIO 2.8. *Si G es un grupo cíclico de orden finito n, y $\mathcal{H}_1$ y $\mathcal{H}_2$ son dos subgrupos de G del mismo orden, entonces $\mathcal{H}_1 = \mathcal{H}_2$, es decir, $\mathcal{H}_1$ y $\mathcal{H}_2$ están formados por los mismos elementos.*

El Lema 2.6 sugiere que la posibilidad de tener soluciones en la ecuación (6) depende solamente de los restos módulo a de los factores de n y, por lo tanto, de los restos módulo a de los factores primos de n, lo que conduce nuestro estudio a considerar la distribución de los factores primos de n en el grupo multiplicativo $\mathbb{Z}_a^*$. Nos ocuparemos sólo del caso en que $a = p^\gamma$ con $\gamma \geq 1$ y p es un número primo impar; el orden de $\mathbb{Z}_a^*$ es entonces $\varphi(p^\gamma) = p^{\gamma-1}(p-1) \equiv 0 \pmod 2$.

LEMA 2.9. *Sean p un primo impar, $a = p^\gamma$ con $\gamma \in \mathbb{N}$ y $G = \mathbb{Z}_a^*$. Pongamos que sea $\varphi(a) = 2^m d$ con $m \geq 1$ y d impar. Si $g \in G$ es una raíz primitiva módulo a, consideremos el subgrupo de orden d, que denotaremos $\mathcal{H}_a$, engendrado por el elemento g^{2^m}, es decir,*

$$\mathcal{H}_a = \langle g^{2^m} \rangle = \{g^{2^m}, g^{2\cdot 2^m}, g^{3\cdot 2^m}, \ldots, g^{d\cdot 2^m}\}.$$

Entonces, las siguientes caracterizaciones de $\mathcal{H}_a$ son equivalentes:

(i) *$\mathcal{H}_a$ es el subgrupo maximal de G de orden impar.*

(ii) *$\mathcal{H}_a$ es el subgrupo maximal de G tal que $a - 1 \notin \mathcal{H}_a$.*

DEMOSTRACIÓN. Veamos primero que la propiedad (i) caracteriza al subgrupo $\mathcal{H}_a$. Se tiene $|G| = \varphi(a) = 2^m d$ con $m \geq 1$. Si g es una raíz primitiva módulo a, se tiene $\langle g \rangle = G$ y, aplicando el Lema 2.7, el orden del subgrupo $\mathcal{H}_a$ (lo mismo que el orden del elemento g^{2^m}) es d. Por consiguiente, $g^{2^m d} = g^{\varphi(a)} = 1$ y

$$g^{\varphi(a)/2} = g^{2^{m-1}d} = a - 1,$$

ya que $\left(g^{\varphi(a)/2}\right)^2 = 1$ y las potencias de g de exponentes $1, 2, \ldots, 2^m d$ cubren inyectivamente el conjunto $\mathbb{Z}_a^* = \{1, 2, \ldots, a-1\}$.

Según el teorema de Lagrange, el orden de cualquier subgrupo de G divide al orden de G; y según el Corolario 2.8, para un cierto orden dado el subgrupo de G con dicho orden es único. Por lo tanto, como d es el mayor número impar que divide a $\varphi(a)$ y $|\mathcal{H}_a| = d$, entonces $\mathcal{H}_a$ es el subgrupo maximal de G que tiene orden impar. Así que (i) caracteriza al subgrupo $\mathcal{H}_a$.

Para probar que (ii) equivale a (i) basta observar que $\{1, a-1\}$ es un subgrupo de G de orden 2 y que entonces, por el teorema de Lagrange, si un subgrupo de G contiene a $a - 1$, tiene que ser de orden par. □

Por ejemplo, cuando $a = 9$, $\mathcal{H}_9$ es el subgrupo $\langle 2^2 \rangle = \{1, 4, 7\} \subset \mathbb{Z}_9^*$, maximal de orden impar.

Proposición 2.10. *Siendo p un primo impar, sean $a = p^\gamma$ con $\gamma \geq 1$ y $\mathcal{H}_a$ el subgrupo de $\mathbb{Z}_a^*$ del Lema 2.9. Sea $n \in \mathbb{N}$ tal que $(n, a) = 1$ y supongamos además que todos los divisores primos de n pertenecen, módulo a, al subgrupo $\mathcal{H}_a$. Entonces, $R_a(n) = 0$.*

Demostración. Dado $n \in \mathbb{N}$ cumpliendo las hipótesis de la proposición, sean u y v dos enteros positivos primos entre sí y tales que $(uv)|n$. Todos los factores primos de u y los de v son también factores primos de n, luego pertenecen, módulo a, al subgrupo multiplicativo $\mathcal{H}_a$. Entonces u y v pertenecen, módulo a, a $\mathcal{H}_a$, es decir, $u \equiv u_0 \pmod{a}$ y $v \equiv v_0 \pmod{a}$, con $u_0 \in \mathcal{H}_a$ y $v_0 \in \mathcal{H}_a$.

Pero, según el Lema 2.9, $a - 1 \notin \mathcal{H}_a$, luego $a - v_0 \notin \mathcal{H}_a$, y entonces $u_0 \neq a - v_0$, es decir, $u_0 + v_0 \neq a$. Por otra parte, se tiene $1 < u_0 + v_0 < 2a$, luego $u + v \not\equiv 0 \pmod{a}$ y deducimos que $a \nmid u + v$, lo que según el Lema 2.6 permite asegurar que la fracción $\frac{a}{n}$ no se puede descomponer como suma de dos fracciones unitarias, es decir, que $R_a(n) = 0$. □

Observación 2.11. Para $a = 3$ tenemos $\mathbb{Z}_3^* = \{1, 2\} = \langle 2 \rangle$, de orden $\varphi(3) = 2 = 2 \cdot 1$, y el subgrupo $\mathcal{H}_3$ es $\langle 2^2 \rangle = \langle 1 \rangle = \{1\}$. De acuerdo con la proposición anterior, si todos los divisores primos de un número dado n son congruentes con $1 \pmod{3}$, se tendrá $R_3(n) = 0$. Equivalentemente, si la fracción $\frac{3}{n}$ admite alguna descomposición como suma de dos fracciones unitarias, entonces alguno de los divisores primos de n debe ser congruente con 0 o con 2 módulo 3. Por otro lado, si $n = 3k$ se tiene $\frac{3}{n} = \frac{1}{k} = \frac{1}{2k} + \frac{1}{2k}$ y, si $n = (3k + 2)(3h + 1)$, según el Lema 2.6 la fracción $\frac{3}{n}$ es descomponible como suma de dos fracciones unitarias, ya que $3|(3k + 2 + 3h + 1)$. Así concluímos que *la ecuación $\frac{3}{n} = \frac{1}{x} + \frac{1}{y}$ tiene solución si y sólo si n tiene un divisor que es múltiplo de 3 o congruente con 2 módulo 3*.

3. LA CONJETURA DE ERDŐS-STRAUS

Acabamos de ver que la ecuación $\frac{3}{n} = \frac{1}{x} + \frac{1}{y}$ tiene solución si y sólo si n tiene un divisor que es múltiplo de 3 o congruente con 2 módulo 3; dicho de otra manera, para descomponer la fracción $\frac{3}{n}$ como suma de fracciones unitarias harán falta al menos tres, en general. La conjetura de Erdős-Straus está asociada en primera instancia a la cantidad mínima de fracciones unitarias necesarias para descomponer la fracción $\frac{4}{n}$, pero en última instancia está vinculada con propiedades aritméticas de los números naturales como se verá en esta sección. El siguiente

Zubía | núm. 37-38 (2019-2020), pp. 149-176
ISSN 0213-4306

lema es bien conocido; consultar, por ejemplo (Bernstein 1962), (Mordell 1969, p. 287) o (Yamamoto 1965, Lemma 1).

Lema 3.1. *Sea n un número primo. La ecuación* (1) *tiene solución si y sólo si existen números naturales a, b, c, d tales que se cumple alguna de las siguientes condiciones:*

$$(4abc - 1)d = (a + b)n, \tag{7}$$

$$(4abc - 1)d = an + b. \tag{8}$$

Demostración. Si se cumple (7), o bien (8), dividiendo estas ecuaciones por $abcdn$ obtenemos respectivamente

$$\frac{4}{n} = \frac{1}{abcn} + \frac{1}{bcd} + \frac{1}{acd}, \tag{9}$$

$$\frac{4}{n} = \frac{1}{abcn} + \frac{1}{bcd} + \frac{1}{acdn}. \tag{10}$$

Recíprocamente, si (1) tiene la solución $\{x, y, z\}$, entonces se tiene $4xyz = n(xy + yz+zx)$. Ya que n es primo, dividirá a alguno[7] de los números x, y o z; supongamos, por ejemplo, que $x = an$. Entonces (1) es equivalente a

$$\frac{4a - 1}{na} = \frac{1}{y} + \frac{1}{z},$$

es decir, a la descomposición

$$\frac{1}{na} = \frac{1}{(4a - 1)y} + \frac{1}{(4a - 1)z}. \tag{11}$$

Como n es primo, tenemos que considerar dos casos: que sea $(4a - 1, n) = 1$ o que sea $(4a - 1, n) = n$.

Si $(4a - 1, n) = 1$, de acuerdo con el Lema 2.2 existen números naturales a_1, a_2, a_3 tales que $a = a_1a_2a_3$, $(na_1, a_2) = 1$ y

$$(4a - 1)y = na_1(na_1 + a_2)a_3, \quad (4a - 1)z = a_2(na_1 + a_2)a_3. \tag{12}$$

Como también es $(na, 4a - 1) = (na_1a_2a_3, 4a - 1) = 1$, existen α, β tales que $y = \alpha na_1a_3$, $z = \beta a_2a_3$. Sustituyendo en (12) obtenemos $(4a-1)\alpha = (na_1+a_2) = (4a - 1)\beta$, de donde resulta $\alpha = \beta$. Por lo tanto, los números $A = a_1$, $B = a_2$, $C = a_3$ y $D = \alpha$ satisfacen la condición

$$(4ABC - 1)D = nA + B.$$

7. Aunque no a los tres: si $x = nx_1$, $y = ny_1$, y $z = nz_1$, sería $4 = \frac{1}{x_1} + \frac{1}{y_1} + \frac{1}{z_1} < 3$, absurdo.

Zubía | núm. 37-38 (2019-2020), pp. 149-176
ISSN 0213-4306

En el caso $(4a-1, n) = n$, existe j tal que

$$4a - 1 = jn. \tag{13}$$

Sustituyendo esta expresión en (11) obtenemos $\frac{1}{a} = \frac{1}{jy} + \frac{1}{jz}$. De donde se sigue que existen enteros positivos a_1, a_2, a_3 tales que $a = a_1a_2a_3$, $(a_1, a_2) = 1$ y

$$jy = a_1(a_1 + a_2)a_3, \quad jz = a_2(a_1 + a_2)a_3. \tag{14}$$

De (13) resulta que $(j, a) = (j, a_1a_2a_3) = 1$ luego, por (14), existen α, β tales que $y = \alpha a_1a_3$, $z = \beta a_2a_3$. Sustituyendo en (14) se obtiene $j\alpha = a_1 + a_2 = j\beta$ y $\alpha = \beta$. Multiplicando por α la ecuación(13) se concluye que los números $A = a_1$, $B = a_2$, $C = a_3$ y $D = \alpha$ satisfacen la condición

$$(4ABC - 1)D = (A + B)n. \qquad \square$$

Si n es primo, las relaciones (7) y (8) son equivalentes, respectivamente, a (9) y (10). El número n divide sólo a uno de los denominadores de la descomposición (9), mientras que en la (10) divide a dos. Nos referiremos a ellas denominándolas respectivamente *descomposición de tipo I*, o *de tipo II*, de la fracción $\frac{4}{n}$. Mediante cambios de variables en (7) y (8) se obtienen inmediatamente, para los valores de n, las parametrizaciones que aparecen y se prueban en el lema siguiente.

Lema 3.2. (i) *Sea n un número primo. La condición* (7) *se cumple si y sólo si existen números naturales* $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ *tales que*

$$\delta n = (4\alpha\beta\gamma\delta - 1) - 4\alpha^2\gamma. \tag{15}$$

(ii) *Sea* $n \geq 2$ *un número entero. La condición* (8) *se cumple si y sólo si existen números naturales* $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ *tales que*

$$n = (4\alpha\beta\gamma - 1)\delta - 4\beta^2\gamma. \tag{16}$$

Demostración. (i) Si n es primo y se cumple (7), se deduce que d divide a $a+b$, pues suponer $(d, n) = n$ conduce a la desigualdad $a + b + 1 \geq 4ab$ que no tiene soluciones enteras positivas. Sea entonces $e = \frac{a+b}{d}$; de aquí resulta $b = de - a$, y la condición (7) da: $en = (4acde - 1) - 4a^2c$. Haciendo $\delta = e, \alpha = a, \beta = d$, y $\gamma = c$, obtenemos (15). Recíprocamente, si se cumple (15), deshaciendo los cambios anteriores obtenemos (7).

(ii) Si consideramos que se cumple (8), deducimos que $b + d$ es divisible por a. Sea $s = \frac{b+d}{a}$; resulta $d = as - b$, y de (8) obtenemos la relación $n + s = 4bcd$. Tomando $\alpha = a, \beta = b, \gamma = c$ y $\delta = s$ resulta inmediatamente (16). Y recíprocamente, si se cumple (16), sin más que deshacer los cambios anteriores obtenemos (8). $\square$

Zubía | núm. 37-38 (2019-2020), pp. 149-176
ISSN 0213-4306

La simetría de las relaciones (15) y (16) y la comparación de ejemplos numéricos hacen pensar que una fracción $\frac{4}{p}$, con p primo, tiene una descomposición de tipo I si y sólo si tiene una descomposición de tipo II. Pero no se sabe aún si esto es cierto, este problema está también abierto.

Haciendo $\beta = \gamma = 1$ en (16), se sigue que si $n + 4$ tiene un divisor congruente con 3 (mód 4) entonces la fracción $\frac{4}{n}$ se puede expresar como suma de tres fracciones unitarias. Equivalentemente, si $\frac{4}{n}$ no se puede expresar como suma de tres fracciones unitarias, entonces $n + 4$ no tiene ningún divisor congruente con 3 (mód 4) y por consiguiente, como es bien conocido, es expresable como suma de dos cuadrados. Luego la cantidad de números $n \leq N$ para los que (1) no tiene solución es a lo sumo igual a la de números $m \leq N + 4$ que se pueden expresar como suma de dos cuadrados. Por otra parte, por un teorema debido a E. Landau (Landau 1908, p. 305–312; Hardy 1940, p. 9–10, 55, 60–64), la densidad[8] del conjunto de los números n para los que (1) no tiene solución es 0. Una estimación más precisa de la densidad del conjunto de números n para los que (1) tiene solución se puede ver en (Vaughan 1970).

Definición 3.3. *Decimos que* un sistema finito de congruencias $a_i \pmod{n_i}$, $(1 \leq i \leq N)$ cubre el conjunto $A \subseteq \mathbb{N}$ *cuando todo* $x \in A$ *verifica* $x \equiv a_i \pmod{n_i}$ *para al menos un valor de* i. *Cuando* $A = \mathbb{N}$, *el sistema de congruencias se llama un* sistema completo de restos[9].

Adelantando una situación que se va a plantear a continuación, supongamos que en la ecuación (8), en la que n representa un número primo, fijamos los valores de tres de los cuatro parámetros a, b, c, d, por ejemplo $a = b = 1$, $d = 2$, y dejamos libre (recorriendo $\mathbb{N}$) el valor del otro, c en este caso. La ecuación $(4c-1)2 = n+1$ nos proporciona en particular una congruencia que deberá ser satisfecha por n necesariamente: $n \equiv -3 \pmod{8}$. A veces no se concluirá una congruencia, sino sólo un conjunto finito de valores posibles de n; por ejemplo, si en la ecuación (7) se toman $b = 1$, $c = 2$, $d = 3$ dejando libre a, resulta $3(8a - 1) = (a + 1)n$. Considerando que $n \neq 3$ ha de ser primo y poniendo entonces $a + 1 = 3e$, resulta $en = 24e - 9$, de donde se sigue que $e|9$, lo que da los siguientes valores posibles para n: 15, 21, 23, de los que sólo este último es primo.

K. Yamamoto (Yamamoto 1965; ver también los resultados de A. Schinzel en Schinzel 2000) prueba que para un cuadrado perfecto n no se satisface ni (7) ni (8) con alguna restricción en los parámetros (ver más adelante el comienzo de la sección 3.2), de modo que fijando parámetros en esas dos ecuaciones no podemos

8. Si $A \subset \mathbb{N}$ y $\delta_n = |\{k \in A : k \leq n\}|$, la *densidad* de A es el valor $\lim_{n\to\infty} \frac{\delta_n}{n}$ cuando este límite existe.

9. O *covering system*, ver (Guy 1994, p. 251).

Zubía | núm. 37-38 (2019-2020), pp. 149-176
ISSN 0213-4306

obtener un sistema completo de restos. El siguiente teorema pone el énfasis en esto sin utilizar el resultado de Yamamoto. Probamos en él que no se puede cerrar CES argumentando con sistemas finitos de congruencias obtenidos a partir de las relaciones (7) u (8) fijando que tres de los cuatro parámetros *a, b, c, d* que aparecen en ellas tomen valores en correspondientes subconjuntos finitos de $\mathbb{N}^3$ y dejando el otro parámetro libre. De hecho, los números primos de la forma $n = 4q + 1$ no se van a poder cubrir.

Teorema 3.4. *Sean S_1, S_2, S_3 y S_4 subconjuntos finitos de $\mathbb{N}^3$. Cada uno de los conjuntos*

$$\begin{aligned}
\mathcal{F}_1 &:= \{n \text{ primo} : n \text{ verifica } (7) \text{ u } (8) \text{ con } a \in \mathbb{N}, (b, c, d) \in S_1\},\\
\mathcal{F}_2 &:= \{n \text{ primo} : n \text{ verifica } (7) \text{ u } (8) \text{ con } b \in \mathbb{N}, (a, c, d) \in S_2\},\\
\mathcal{F}_3 &:= \{n \text{ primo} : n \text{ verifica } (7) \text{ u } (8) \text{ con } c \in \mathbb{N}, (a, b, d) \in S_3\},\\
\mathcal{F}_4 &:= \{n \text{ primo} : n \text{ verifica } (7) \text{ u } (8) \text{ con } d \in \mathbb{N}, (a, b, c) \in S_4\}
\end{aligned}$$

es, en general, la unión de un conjunto finito y del conjunto cubierto por un cierto sistema finito de congruencias. Pero la unión $\bigcup_{i=1}^{4} \mathcal{F}_i$ no cubre el conjunto de los números primos de la forma $n = 4q + 1$.

Demostración. En primer lugar, los parámetros (a, b, c, d) asociados a un número n que satisface (8) son tales que a divide a $b + d$. De modo que cuando (b, c, d) recorre el conjunto finito S_1, el parámetro a queda restringido a poder tomar sólo un número finito de valores también, y eso deja sólo un número finito de valores posibles para n.

En segundo lugar, los números n generados por (8) cuando $(a, b, d) \in S_3$ están dados por

$$n = 4bcd - \frac{b + d}{a}. \tag{17}$$

Sea $T_3 := \text{mcm}\{bd : (a, b, d) \in S_3\}$; veamos que los números n del conjunto $\{4T_3t + 1 : t \in \mathbb{N}\}$ no se pueden obtener en la relación (17) cuando $(a, b, d) \in S_3$ y c queda libre. De lo contrario existirían $(a_0, b_0, d_0) \in S_3$ y $t_0, c_0 \in \mathbb{N}$ tales que

$$4T_3t_0 + 1 = 4b_0c_0d_0 - \frac{b_0 + d_0}{a_0}$$

o, equivalentemente,

$$1 = 4b_0d_0(c_0 - e_0) - \frac{b_0 + d_0}{a_0},$$

Zubía | núm. 37-38 (2019-2020), pp. 149-176
ISSN 0213-4306

donde $e_0 \in \mathbb{N}$; lo que es imposible, porque de aquí se sigue

$$4 = \frac{1}{b_0 d_0 (c_0 - e_0)} + \frac{1}{a_0 d_0 (c_0 - e_0)} + \frac{1}{a_0 b_0 (c_0 - e_0)}.$$

Por otra parte, si $T_4 := \text{mcm}\{(4abc - 1) : (a, b, c) \in S_d\}$, los números del conjunto $\{4T_4 t + 1 : t \in \mathbb{N}\}$ no se pueden obtener como valores de n en la relación (8) cuando $(a, b, c) \in S_4$ y d queda libre. De lo contrario existirían $(a_0, b_0, c_0) \in S_4$ y $t_0, d_0 \in \mathbb{N}$ tales que

$$a_0(4T_4 d_0 t_0 + 1) + b_0 = (4a_0 b_0 c_0 - 1)d_0$$

y, según el Lema 3.2, existirían números naturales $\alpha_0, \beta_0, \gamma_0$ y δ_0 tales que

$$4T_4 t_0 + 1 = (4\alpha_0 \beta_0 \gamma_0 - 1)\delta_0 - 4\beta_0^2 \gamma_0$$

o, equivalentemente,

$$1 = (4a_0 b_0 c_0 - 1)(\delta_0 - 4e_0) - 4b_0^2 c_0,$$

con $e_0 \in \mathbb{N}$. Y de nuevo esto es imposible porque se sigue

$$4 = \frac{1}{b_0 c_0 (a_0(\delta_0 - 4e_0) - b_0)} + \frac{1}{a_0 b_0 c_0} + \frac{1}{a_0 c_0 (a_0(\delta_0 - 4e_0) - b_0)},$$

absurdo. Por la simetría de la ecuación (8) en los parámetros b y d, se concluye de la misma manera que, si $T_4 := \text{mcm}\{(4abc - 1) : (a, b, c) \in S_4\}$, los números del conjunto $\{4T_4 t + 1 : t \in \mathbb{N}\}$ no se pueden obtener como valores de n en la relación (8) cuando $(a, b, c) \in S_4$ y d queda libre.

Con análogos argumentos tenemos, en primer lugar, que el conjunto de los números n que se pueden representar por (7) con $(b, c, d) \in S_1$ o con $(a, c, d) \in S_2$ (la ecuación es simétrica en a y b) es finito: siguiendo la demostración de (15) en el Lema 3.2, el número $e = \frac{a+b}{d}$ divide a $1 + 4a^2 c$, de modo que si (a, c, d) toma valores en un conjunto finito, también están en un conjunto finito los posibles divisores de los números $1 + 4a^2 c$.

Y en segundo lugar tenemos que si $T_3' := \text{mcm}\{abd : (a, b, d) \in S_3\}$ y $T_4' := \text{mcm}\{(4abc - 1) : (a, b, c) \in S_4\}$, entonces los números n en las progresiones $\{4T_3' t : t \in \mathbb{N}\}$ o $\{4T_4' t : t \in \mathbb{N}\}$ no se pueden obtener como valores de n en (7) para $(a, b, d) \in S_3$ o $(a, b, c) \in S_4$, respectivamente. Pues suponiendo, por reducción al absurdo, que para un $t_0 \in \mathbb{N}$ dado existen $(a_0, b_0, d_0) \in S_3$ y $c_0 \in \mathbb{N}$ tales que

$$(a_0 + b_0)(4T_3' t_0 + 1) = (4a_0 b_0 c_0 - 1)d_0,$$

resulta que equivalentemente se tiene

$$1 + \frac{a_0 + b_0}{d_0} = 4a_0b_0(c_0 - e_0),$$

donde $e_0 = \frac{(a_0+b_0)T_3't_0}{a_0b_0d_0}$, de donde se sigue nuevamente una imposibilidad.

En conclusión, los números n del conjunto

$$\{4T_2T_3T_4T_3'T_4't + 1 : t \in \mathbb{N}\},$$

para todo t suficientemente grande, no se pueden representar como (7) u (8) con tres de los cuatro parámetros en los correspondientes conjuntos S_1, S_2, S_3 y S_4. Según el teorema de Dirichlet de las progresiones aritméticas[10], tendríamos así infinitos números primos $n = 4q + 1$ para los que las ecuaciones (7) o (8) no tendrían solución bajo las condiciones enunciadas. □

3.1. Sobre descomposiciones de tipo I. Conjetura *q*

En muchos artículos sobre CES se estudia la posibilidad de descomposiciones como (10), *de tipo II*, porque en ese caso es más fácil obtener soluciones parametrizadas de (1). Por nuestra parte, el siguiente lema nos permite obtener una representación paramétrica de los números n para los cuales la fracción $\frac{4}{n}$ admite una descomposición *de tipo I*, como (9).

Lema 3.5. *Sea $n \in \mathbb{N}$. Existen $a, b, c, d \in \mathbb{N}$ tales que se cumple* (7) *si y sólo si se pueden encontrar $x, t, \lambda \in \mathbb{N}$ tales que*

$$\frac{x\,n + t}{\lambda} \in \mathbb{N} \quad \text{y} \quad \frac{n + \lambda}{4\,x\,t} \in \mathbb{N}. \tag{18}$$

Demostración. Supongamos que existen naturales x, t, λ, y, z tales que

$$\frac{x\,n + t}{\lambda} = y \quad \text{y} \quad \frac{n + \lambda}{4\,x\,t} = z.$$

Equivalentemente se cumplen

$$x\,n + t = y\,\lambda \quad \text{y} \quad \lambda = 4\,z\,x\,t - n,$$

o bien,

$$(x + y)n = (4\,x\,y\,z - 1)t.$$

Es decir, $(4abc - 1)d = (a + b)n$, si ponemos $x = a$, $y = b$, $z = c$ y $t = d$. □

10. P. G. Lejeune Dirichlet probó en 1837 el siguiente resultado: Si $(a, d) = 1$, entonces la progresión aritmética $a + nd$, $n = 1, 2, \ldots$, contiene infinitos primos.

Zubía | núm. 37-38 (2019-2020), pp. 149-176
ISSN 0213-4306

Observación 3.6. Si para un $n \in \mathbb{N}$ se cumple (18), entonces para el número $N = n + 4xt\lambda j$, donde $j \in \mathbb{N}$ es arbitrario, también se cumple (18). En efecto,

$$\frac{xN+t}{\lambda} = \frac{x(n+4xt\lambda j)+t}{\lambda} = \frac{xn+t}{\lambda} + 4x^2tj \in \mathbb{N},$$

y

$$\frac{N+\lambda}{4xt} = \frac{(n+4xt\lambda j)+\lambda}{4xt} = \frac{n+\lambda}{4xt} + \lambda j \in \mathbb{N}.$$

Y de esto se deduce, en particular, que el conjunto de los valores n para los que la ecuación (1) tiene solución es un abierto de la topología de Furstenberg de $\mathbb{Z}$ (ver Niven *et al.*, p. 34).

El lema anterior permite probar fácilmente el siguiente resultado.

Teorema 3.7. *Para los números $n = p(\alpha, \beta, \gamma)$ de la forma*

$$p(\alpha,\beta,\gamma) = (\alpha+1)(4\beta+3)(4\gamma+3) - (\alpha+1) - (4\beta+3), \tag{19}$$

donde $\alpha, \beta, \gamma \in \mathbb{N} \cup \{0\}$, la ecuación (1) *tiene solución.*

Demostración. Para los valores $n = p(\alpha, \beta, \gamma)$ se cumplen las condiciones (18) con $x = 1$, $t = \alpha + 1$ y $\lambda = 4\beta + 3$. □

De hecho, se puede usar la fórmula más general

$$\frac{4}{abc-a-b} = \frac{1}{a^{\frac{bc-1}{4}}} + \frac{1}{a(ac-1)^{\frac{bc-1}{4}}} + \frac{1}{(ac-1)^{\frac{bc-1}{4}}(abc-a-b)} \tag{20}$$

para tener una descomposición de tipo I de la fracción $\frac{4}{p(\alpha,\beta,\gamma)}$ como suma de tres fracciones unitarias.[11]

Vamos a denotar desde aquí por $\mathcal{N}_1$ el conjunto imagen de $(\mathbb{N} \cup \{0\})^3$ por el polinomio $p(x, y, z) = (x + 1)(4y + 3)(4z + 3) - (x + 1) - (4y + 3)$, es decir,

$$\mathcal{N}_1 = \{n \in \mathbb{Z} : \exists (a, b, c) \in (\mathbb{N} \cup \{0\})^3 \text{ tal que } p(a, b, c) = n\}. \tag{21}$$

Basándonos en una verificación asistida por ordenador para $4q + 5 < 12 \times 10^{15}$ hemos propuesto la siguiente conjetura que implicaría la validez de CES:

11. Por otra parte, si $bc \equiv 1$ (mód m), entonces las conjeturas de Sierpiński y Schinzel se cumplen para $n = abc - a - b$. A. Schinzel conjeturó que, dado $m \in \mathbb{N}$, la ecuación $\frac{m}{n} = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}$ tiene soluciones $x, y, z \in \mathbb{N}$ para todo $n \in \mathbb{N}$, $n \geq n_m$; el caso $m = 5$ había sido considerado antes, y comprobado para $1 < n \leq 10^3$, por W. Sierpiński (Sierpiński 1956). Ver (Erdős 1956).

Conjetura q. *Todos los números primos de la forma* $4q + 5$ $(q \geq 0)$ *pertenecen al conjunto* $\mathcal{N}_1$.

A continuación veremos dos consecuencias del Teorema 3.7. La primera, en línea con la *Conjetura q*, proporciona una nueva condición suficiente para CES. En la segunda probamos que se pueden encontrar tantos números consecutivos como se desee para los que (1) tiene solución.

Proposición 3.8. *Si, para todo* $q \in \mathbb{N}$ *dado, existen x, y, z enteros no negativos tales que se cumple alguna de las siguientes igualdades:*

$$q = 1 + 3x + 3y + 4xy, \tag{22}$$

$$q = 5 + 5x + 5y + 4xy, \tag{23}$$

$$q = \tfrac{1}{4}\big(p(x, y, z) - 5\big) = 2x + 2y + 3z + 3xy + 3xz + 4yz + 4xyz \tag{24}$$

siendo $p(x, y, z)$ *el polinomio* (19)*, entonces CES es cierta.*

Demostración. Si todo $q \in \mathbb{N}$ satisface (22), (23) o (24), como se tiene

$$q = 1 + 3x + 3y + 4xy \iff 4q + 5 = (4x + 3)(4y + 3),$$

$$q = 5 + 5x + 5y + 4xy \iff 4q + 5 = (4(x + 1) + 1)(4(y + 1) + 1),$$

entonces para los números q que admiten una representación como (22) o como (23), los correspondientes números $4q + 5$ son compuestos. Por lo tanto, si q es un número para el cual $4q + 5$ es primo, entonces q se tendrá que representar por (24). De modo que en este caso se va a tener $4q(x, y, z) + 5 = p(x, y, z)$ para ciertos enteros no negativos x, y, z y, aplicando el Teorema 3.7, concluimos que la ecuación (1) tiene solución para $n = 4q + 5$. □

Proposición 3.9. *Hay secuencias arbitrariamente largas de números naturales consecutivos n para los que la ecuación* (1) *tiene solución en enteros positivos.*

Demostración. Bastará probarlo con secuencias de «números consecutivos» de la forma $n \equiv 1 \pmod 4$. Sea $N \in \mathbb{N}$ fijo y $B = \{0, 1, 2, \ldots, N - 1\}$. Si $b_1, b_2 \in B$ y $b_1 \neq b_2$, se tiene que el m.c.d. $(4b_1 + 3, 4b_2 + 3)$ es impar y que

$$(4b_1 + 3, 4b_2 + 3) \big| \big(4b_1 + 3 - (4b_2 + 3)\big) = 4(b_1 - b_2).$$

Por consiguiente,

$$(4b_1 + 3, 4b_2 + 3) \big| 3(b_1 - b_2) = 3b_1 + 2 - (3b_2 + 2).$$

Zubía | núm. 37-38 (2019-2020), pp. 149-176
ISSN 0213-4306

Entonces, se puede aplicar el teorema chino de los restos (Hua 1982, Ch. 2, Thms. 7.1, 7.2) para deducir que existe T tal que

$$T \equiv 3b_j + 2 \pmod{4b_j + 3}, \quad b_j \in B,$$

es decir, existen enteros positivos c_j tales que, para cada $b_j \in B$,

$$T = (4b_j + 3)c_j + 3b_j + 2 = q(0, b_j, c_j) + (b_j + 2),$$

considerando el polinomio $q(x, y, z)$ de (24). Según la Proposición 3.8, la ecuación (1) tiene solución, y además con descomposición de tipo I, para todo $n = 4q + 5$ donde

$$q \equiv -(b_j + 2) \pmod{T}, \quad b_j \in B.$$

En particular, (1) tiene solución para $n = 4Tk - 4(b_j + 2) + 5$, $b_j \in B$, $k \in \mathbb{N}$. Para concluir[12] basta observar que, para $k = 1$, el conjunto $\{4T - 4(b_j + 2) + 5 : b_j \in B\}$ está formado por «números consecutivos» de la forma $4q + 5$. □

3.2. El conjunto $\mathcal{N}_1$ no contiene cuadrados

El conjunto $\mathcal{N}_1$ se ha definido en (21). En la subsección anterior ha quedado probado que para todo $n \in \mathcal{N}_1$ la ecuación (1) tiene solución, y nuestra *Conjetura q* afirma que dicho conjunto contiene a todos los números primos de la forma $4q + 5$ ($q \geq 0$). En esta subsección vamos a probar, en dirección contraria, que el conjunto $\mathcal{N}_1$ no contiene ningún cuadrado perfecto.

Necesitaremos utilizar alguna herramienta especial de la teoría de números: los *símbolos de Jacobi* y *de Legendre*. Sea p un primo impar, y sea $n \in \mathbb{N}$ tal que $(n, p) = 1$; el *símbolo de Legendre de n sobre p* se define así:

$$\left(\frac{n}{p}\right) := \begin{cases} 1, & \text{si } n \text{ es resto cuadrático módulo } p, \\ -1, & \text{si } n \text{ no es resto cuadrático módulo } p. \end{cases}$$

El *símbolo de Jacobi* se define a partir del *símbolo de Legendre* (ver Hua 1982, 3.1, 3.6). Si m es un número impar cuya descomposición en factores primos es $p_1 \cdots p_k$, donde los $p_j > 2$ pueden repetirse, y $n \in \mathbb{N}$ es tal que $(n, m) = 1$, entonces el *símbolo de Jacobi de n sobre m* se define, en términos de símbolos de Legendre, por:

$$\left(\frac{n}{m}\right) := \prod_{j=1}^{k} \left(\frac{n}{p_j}\right).$$

12. De hecho se ha probado más que lo enunciado: existen un número T y N restos consecutivos módulo T, con N tan grande como se quiera, de modo que en el conjunto cubierto por el sistema finito de congruencias generado se cumple CES.

Zubía | núm. 37-38 (2019-2020), pp. 149-176
ISSN 0213-4306

Sean m y m' números naturales impares y n y n' naturales de modo que los símbolos de Jacobi que aparecen a continuación tengan sentido. Las siguientes propiedades del símbolo de Jacobi son bien conocidas:

(i) Si $n \equiv n' \pmod{m}$ y $(n, m) = 1$, entonces $\left(\frac{n}{m}\right) = \left(\frac{n'}{m}\right)$.

(ii) $\left(\frac{n}{m}\right)\left(\frac{n}{m'}\right) = \left(\frac{n}{mm'}\right)$.

(iii) $\left(\frac{n}{m}\right)\left(\frac{n'}{m}\right) = \left(\frac{nn'}{m}\right)$.

(iv) Si $n \equiv 3 \pmod{4}$, entonces $\left(\frac{-1}{n}\right) = -1$.

(v) *Ley de reciprocidad cuadrática para símbolos de Jacobi*. Sean m y n impares primos entre sí. Entonces $\left(\frac{n}{m}\right)\left(\frac{m}{n}\right) = (-1)^{\frac{n-1}{2}\frac{m-1}{2}}$.

(vi) Si $(n, d) = 1$ y m es tal que $n \equiv -m \pmod{d}$, entonces $\left(\frac{d}{n}\right) = \left(\frac{d}{m}\right)$ (Hua 1982, p. 305).

Proposición 3.10. *El conjunto $\mathcal{N}_1$ no contiene cuadrados perfectos.*

Demostración. Sea $n \in \mathcal{N}_1$: existen enteros no negativos x, y, z tales que

$$n + (4y + 3) = (x + 1)\big((4y + 3)(4z + 3) - 1\big) = (x + 1)t,$$

donde $t = (4y+3)(4z+3)-1$ (observar que $t \equiv 0 \pmod{4}$). Como $(t, 4y+3) = 1$, también es $(t, n) = 1$, así como $(n, n + t) = 1$.

Aplicando entonces (v) y dado que $n \equiv 1 \pmod{4}$, se tiene

$$\left(\frac{n}{n+t}\right)\left(\frac{n+t}{n}\right) = (-1)^{\frac{n-1}{2}\frac{n+t-1}{2}} = 1. \tag{25}$$

Por otra parte, $n + t \equiv t \pmod{n}$ implica por (i) que

$$\left(\frac{n+t}{n}\right) = \left(\frac{t}{n}\right). \tag{26}$$

Usando que $n \equiv -(4y + 3) \pmod{t}$ y (vi) se tiene

$$\left(\frac{t}{n}\right) = \left(\frac{t}{4y+3}\right). \tag{27}$$

Pero $t \equiv -1 \pmod{4y + 3}$, así que usando (i) y (iv) obtenemos

$$\left(\frac{t}{4y+3}\right) = \left(\frac{-1}{4y+3}\right) = -1. \tag{28}$$

De (26), (27) y (28) concluimos que $\left(\frac{n+t}{n}\right) = -1$, y entonces de (25) resulta

$$\left(\frac{n}{n+t}\right) = -1,$$

de modo que n no puede ser un cuadrado perfecto, ya que si $(a, b) = 1$, el símbolo de Jacobi (a^2/b) es igual a 1. □

Zubía | núm. 37-38 (2019-2020), pp. 149-176
ISSN 0213-4306

Observación 3.11. En (Yamamoto 1965), usando el símbolo de Kronecker[13], Yamamoto observa que los números naturales n que cumplen $(4abc-1)d = (a+b)n$ para a, b, c, d naturales y $(n, abd) = 1$, no son cuadrados perfectos. Pero el conjunto $\mathcal{N}_1$ contiene números n que no se incluyen en esta *clase de Yamamoto*. Es el caso, por ejemplo, del número $n = 2009$. Se tiene

$$2009 = 42 \cdot 7 \cdot 7 - 42 - 7 = p(41, 1, 1),$$

luego $2009 \in \mathcal{N}_1$, pero no pertenece a la clase de Yamamoto, ya que

$$2009(1 + 293) = (4 \cdot 1 \cdot 293 - 1)42 \quad \text{y} \quad (2009, 293 \cdot 42) = 7.$$

4. UN ALGORITMO DE TIPO *GREEDY* PARA CES

En esta sección describimos y analizamos el comportamiento de un algoritmo sencillo, que denominamos *algoritmo greedy para CES* que, tras recibir la entrada de un número natural n, en caso de parada devuelve una descomposición de la fracción $\frac{4}{n}$ como suma de dos o tres fracciones egipcias[14]. Utilizándolo, en sesiones de cálculo asistido por ordenador hemos llegado a verificar CES para todos los números primos $n \leq 10^{12}$.

En la Figura 1 mostramos un esquema de la secuencia de instrucciones de este algoritmo.

En el Paso 2 del algoritmo, para cada $j = 1, 2, \ldots$, después de fijar de una manera muy obvia x_j y hallar la diferencia $\delta_j = \frac{4}{n} - \frac{1}{x_j}$, se determina la fracción unitaria $\frac{1}{y_j}$ más próxima menor o igual que δ_j. Entra entonces el Paso 3: si la fracción δ_j es ya unitaria el algoritmo se detiene; si no, el algoritmo abre un bucle en el que busca, y de ahí el nombre que le damos, la descomposición *greedy* de δ_j como suma de dos fracciones unitarias. De hecho, si $r_j \equiv -nx_j \pmod{4j-1}$ con $r_j \in [1, 4j-2]$, entonces

$$\delta_j = \frac{4x_j - n}{nx_j} = \frac{4j-1}{nx_j} = \frac{1}{y_j} + \frac{r_j}{nx_jy_j}.$$

13. El símbolo de Kronecker se define en términos del símbolo de Jacobi. El símbolo de Kronecker (m/n) coincide con el correspondiente símbolo de Jacobi cuando n es un número impar positivo, cosa que ciertamente nosotros hemos usado para escribir la propiedad (vi) del símbolo de Jacobi. Remitimos al lector interesado a (Hua 1982, 12.3) o (Montgomery y Vaughan 2007, p. 296).

14. En los casos $n = 4k$ y $n = 4k + 2$ el algoritmo no proporciona las descomposiciones más inmediatas. Por ejemplo, para $n = 8$ nos devuelve $\frac{4}{8} = \frac{1}{3} + \frac{1}{6}$, y para $n = 10$ nos devolverá $\frac{4}{10} = \frac{1}{3} + \frac{1}{15}$.

Zubía | núm. 37-38 (2019-2020), pp. 149-176
ISSN 0213-4306

Entrada: Un número natural $n \geq 2$

Paso 1: Sean $j := 1$ y $q := \lfloor \frac{n}{4} \rfloor$ (la parte entera de $\frac{n}{4}$)

Paso 2: Sean $x_j := q + j$, $\delta_j := \frac{4}{n} - \frac{1}{x_j}$ e $y_j := \lceil \frac{1}{\delta_j} \rceil = 1 + \lfloor \frac{x_j n}{4j-1} \rfloor$

Paso 3:

si $\frac{4}{n} - \frac{1}{x_j} - \frac{1}{y_j} = 0$ **entonces**

  Resultado: $\boxed{\frac{4}{n} = \frac{1}{x_j} + \frac{1}{y_j}}$ y **Fin.**

en otro caso

  si $z_j = \frac{1}{\frac{4}{n} - \frac{1}{x_j} - \frac{1}{y_j}} \in \mathbb{Z}$ **entonces**

    Resultado: $\boxed{\frac{4}{n} = \frac{1}{x_j} + \frac{1}{y_j} + \frac{1}{z_j}}$ y **Fin.**

  en otro caso

    incrementar el índice $j \longleftarrow j + 1$ y volver al **Paso 2**

Figura 1. Algoritmo *greedy* para CES.

El algoritmo se detendrá si, para algún j, r_j divide a nx_jy_j, y entonces el denominador de la tercera fracción unitaria será $z_j = \frac{nx_jy_j}{r_j}$.

Por ejemplo, en el caso $n = 97$, el resultado final es

$$\frac{4}{97} = \frac{1}{28} + \frac{1}{182} + \frac{1}{35308},$$

y el algoritmo se detiene después de dejar el siguiente rastro de valores sucesivos de las variables internas:

j	q	x_j	δ_j	y_j	z_j
1	24	25	3/2425	809	1961825/2
2	24	26	7/2522	361	910442/5
3	24	27	11/2619	239	625941/10
4	24	**28**	15/2716	**182**	**35308**

En el caso $n = 7969$ el índice j llega a tomar el valor 10, y el algoritmo se

Zubía | *núm. 37-38 (2019-2020), pp. 149-176*
ISSN 0213-4306

detiene (diremos que *en* 10 *pasos*) mostrando la descomposición

$$\frac{4}{7969} = \frac{1}{2002} + \frac{1}{409076} + \frac{1}{251014351588}.$$

Vamos a ver a continuación que, cuando $n = p(x, y, z)$, donde p es el polinomio definido anteriormente en (19), el algoritmo *greedy* aplicado al número n siempre se va a detener. Por claridad de exposición vamos a aislar previamente de la prueba de este resultado un pequeño detalle técnico.

Lema 4.1. *Sean $x, y \in \mathbb{N}$ con $x \leq y$. De las fracciones unitarias que son menores que la suma $s = \frac{1}{x} + \frac{1}{y}$, la fracción $1/x$ es la más próxima a s si y sólo si $x(x-1) \leq y$.*

Demostración. La fracción $1/x$ será la más próxima a s de todas las fracciones unitarias que quedan por debajo de ese valor si y sólo si $s < \frac{1}{x-1}$, con lo que la condición enunciada equivale a que sea

$$\left\lfloor \frac{xy}{x+y} \right\rfloor = x - 1,$$

lo que equivale a su vez a las desigualdades

$$x - 1 \leq \frac{xy}{x+y} < x,$$

equivalentes a la desigualdad única

$$x(x-1) \leq y. \qquad \square$$

Proposición 4.2. *El algoritmo* greedy *siempre se detiene para $n = p(x, y, z)$, siendo x, y, z números enteros no negativos y $p(x, y, z)$ el polinomio*

$$p(x, y, z) := (x+1)(4y+3)(4z+3) - (4y+3) - (x+1).$$

Demostración. Si $n = p(x, y, z)$, poniendo $a = x + 1$, $b = 4y + 3$ y $c = 4z + 3$ y usando (20) obtenemos una descomposición de tipo I de la fracción $4/n$. Por otra parte, para los denominadores de esta descomposición se verifica

$$a\frac{bc-1}{4} < a(ac-1)\frac{bc-1}{4} < (ac-1)\frac{bc-1}{4}n$$

ya que, como $a = x + 1 \geq 1$ y $c = 4z + 3 \geq 3$, se tiene $ac - 1 \geq 2a$, lo que da la primera desigualdad; y para obtener la segunda podemos considerar que $n = abc - a - b \geq a$, que equivale a $b(ac - 1) \geq 2a$.

Zubía | núm. 37-38 (2019-2020), pp. 149-176
ISSN 0213-4306

Según el Lema 4.1, para comprobar que el algoritmo *greedy* aplicado a $4/n$ se detiene, basta demostrar que

$$a\frac{bc-1}{4}\left(a\frac{bc-1}{4}-1\right) \leq (ac-1)\frac{bc-1}{4}\,n$$

o, equivalentemente, que

$$a\left(a\frac{bc-1}{4}-1\right) \leq (ac-1)(abc-a-b).$$

Y esta última desigualdad se puede probar observando que las expresiones $r_1(b) := ba^2c/4 - a^2/4 - a$ y $r_2(b) := (ac-1)^2b - a(ac-1)$ son funciones lineales de b cuyas pendientes cumplen $r_1'(b) = a^2c/4 \leq (ac-1)^2 = r_2'(b)$, ya que $a \leq ac-1$ y $ac/4 \leq ac-1$, y que además sus valores para $b = 1$ son

$$r_1(1) = a\left(a\frac{c-1}{4}-1\right) \leq r_2(1) = (ac-1)\big((ac-1)-a\big),$$

ya que $a < ac-1$ y $\big(a(c-1)/4-1\big) < \big(a(c-1)-1\big) = ac-a-1$. □

El siguiente resultado caracteriza la detención del algoritmo *greedy*.

Proposición 4.3. *Sean $n = 4q+1$ y j números naturales. Sean $s = s(q,j)$ y $r = r(q,j)$ tales que $(4q+1)(q+j) = s(4j-1)+r$, $0 \leq r \leq 4j-2$.*

(i) *El algoritmo* greedy *se detiene en a lo sumo j pasos para $n = 4q+1$ si y sólo si*

$$(4j-1) - r \text{ divide a } (4q+1)(q+j)(s+1). \tag{29}$$

(ii) *Si $(r, 4j-1) = 1$, la condición* (29) *es equivalente a*

$$(4j-1) - r \text{ divide a } (4q+1)^2(q+j)^2.$$

(iii) *Si $4q+1$ es primo y $4j-1 < 4q+1$, entonces una condición necesaria y suficiente para que el algoritmo* greedy *se detenga es que* $(4j-1) - r$ *divida a* $(q+j)^2$.

Demostración. (i) El algoritmo *greedy* se detiene en a lo sumo j pasos para $n = 4q+1$ si y sólo si existen $r, s, t \in \mathbb{N}$ tales que $0 \leq r \leq 4j-2$ y

$$\frac{4}{4q+1} - \frac{1}{q+j} = \frac{4j-1}{(4q+1)(q+j)} = \frac{4j-1}{s(4j-1)+r} = \frac{1}{s+1} + \frac{1}{t},$$

Zubía | núm. 37-38 (2019-2020), pp. 149-176
ISSN 0213-4306

lo que es equivalente a que

$$\frac{4j-1-r}{(4q+1)(q+j)(s+1)} = \frac{1}{t},$$

o sea, a que $4j-1-r$ divida a $(4q+1)(q+j)(s+1)$, que es la condición (29).

(ii) Observemos que

$$(4q+1)(q+j) = s(4j-1) + r = (s+1)(4j-1) + r - (4j-1),$$

igualdad equivalente, multiplicando ambos lados por $(4q+1)(q+j)$, a

$$(4q+1)^2(q+j)^2 = (s+1)(4q+1)(q+j)(4j-1) + \big(r-(4j-1)\big)(4q+1)(q+j)$$

Si $(r, 4j-1) = (4j-1-r, 4j-1) = 1$, entonces $\big(r-(4j-1)\big)$ divide a $(s+1)(4q+1)(q+j)$ si y sólo si divide a $(4q+1)^2(q+j)^2$.

(iii) Si $4q+1$ es primo y $4j-1 < 4q+1$, entonces de la relación

$$(4q+1)(q+j+1) = (4j-1)s + r,$$

equivalente a

$$(4q+1)(4q+1+4j-1) = 4(4j-1)s + 4r,$$

se sigue que $(4j-1, r) = 1$. Para concluir basta aplicar (ii). □

Hasta la cota alcanzada en los experimentos numéricos que hemos realizado, el algoritmo *greedy* se detiene para todos los números naturales, lo que incluye en particular a los cuadrados perfectos, que no están en $\mathcal{N}_1$, como se ha visto. Pero la detención del algoritmo cuando se aplica a un cierto n de entrada puede requerir muchos pasos, como se prueba en el siguiente resultado.

Proposición 4.4. *Dado $m \in \mathbb{N}$ existe $n \in \mathbb{N}$ tal que el algoritmo* greedy *para CES, aplicado al número n, no se detiene antes de m pasos.*

Demostración. Sean $m \geq 3$ un número natural y n el mínimo común múltiplo de $4j-1$ y $3j-1$, con j recorriendo los números desde 1 hasta m. Entonces para cada $j = 1, 2, \ldots, n$ existe $s = s(n, j) \in \mathbb{N}$ tal que

$$(n+1)(n/4+j) = s(4j-1) + j,$$

y

$$4j-1-j = 3j-1 \quad \text{no divide a} \quad (n+1)^2(n/4+j)^2.$$

Por lo tanto, según la caracterización dada en la Proposición 4.3 (ii), el algoritmo *greedy* aplicado a $(n+1)$ se detiene, si lo hace, en más de m pasos. □

Zubía | núm. 37-38 (2019-2020), pp. 149-176
ISSN 0213-4306

AGRADECIMIENTOS

Los autores deseamos agradecer en primer lugar la gran ayuda recibida de nuestros colegas del Departamento de Matemáticas y Computación de la Universidad de La Rioja Jónathan Heras Vicente, José Antonio Martínez Muñoz y Juan Luis Varona Malumbres, que nos permitieron usar hasta sus propias computadoras (en los años 2008–2012, cuando preparábamos el artículo Bello-Hernández *et al.* 2012) para llevar a cabo la ejecución de muchos de los programas que constituyeron el soporte empírico básico que permitió avanzar en la elaboración del trabajo que se presenta aquí.

En segundo lugar agradecemos al Instituto de Estudios Riojanos la oportunidad que nos ha brindado para ver este artículo publicado en *Zubía*, y a los revisores por su lectura tan minuciosamente atenta; tanto sus correcciones como sus pertinentes sugerencias han permitido mejorar ostensiblemente la versión final.

BIBLIOGRAFÍA

Babai, L. (1996) In and out of Hungary: Paul Erdős, his friends and times. En *Combinatorics: Paul Erdős is Eighty* (Vol. 2), Bolyai Soc. Math. Stud., 7–95.

Bello-Hernández, M., Benito, M. y Fernández, E. (2012) On egyptian fractions (preprint). arXiv:1010.2035v2 [math.NT] 30 Apr 2012.

Bernstein, L. (1962) Zur Lösung der diophantischen Gleichung $\frac{m}{n}$, insbesondere im Fall $m = 4$. *J. Reine Angew. Math.* 211, 1–10.

Cantor, D., Gordon, B., Hales, A. y Schacher, M. (1985) Ernst G. Straus, 1922–1983. *Pacific J. Math.* 118 No. 2, i–xx.

Croot III, E. S., Dobbs, D. E., Friedlander, J. B., Hetzel, A. J. y Pappalardi, F. (2000) Binary Egyptian fractions. *J. Number Theory* 84, 63–79.

Elsholtz, C. y Tao, T. (2013) Counting the number of solutions to the Erdős-Straus equation on unit fractions. *J. Aust. Math. Soc.* 94, 50–105.

Erdős, P. (1950) Az $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \ldots + \frac{1}{x_n} = \frac{a}{b}$ egyenlet egész számú megoldásairol. *Mat. Lapok* 1, 192–210.

Erdős, P. (1956) Recensión de (Sierpiński 1956). *MathSciNet*, Mathematical Reviews on the Web, MR0078385 (17,1185d).

Fraleigh, J. B. y Katz, V. J. (2003) *A First Course in Abstract Algebra*, Seventh Edition. Addison-Wesley.

Guy, R. K. (1994) *Unsolved Problems in Number Theory*, Second edition. Springer-Verlag.

Hardy, G. H. (1940) *Ramanujan: Twelve Lectures on Subjects Suggested by his Life and Work*. Cambridge Univ. Press.

Hua, L. (1982) *Introduction to Number Theory*. Springer.

Huang, J. y Vaughan, R. C. (2011) Mean value theorems for binary Egyptian fractions. *J. Number Theory* **131**, 1641–1656.

Landau, E. (1908) Über die Einteilung der positiven ganzen Zahlen in vier Klassen nach der Mindestzahl der zu ihrer additiven Zusammensetzung erforderlichen Quadrate. *Arch. Math. Phys.* (3) 13, 305–312.

Montgomery, H. L. y Vaughan, R. C. (2007) *Multiplicative number theory I. Classical theory*. Cambridge Tracts in Advanced Mathematics 97, Cambridge Univ. Press.

Mordell, L. J. (1969) *Diophantine Equations*. Academic Press.

Nešetřil, J. (2000) Paul Erdős: El arte de conjeturar y demostrar. En A. Martinón, ed-coord., *Las matemáticas del siglo XX. Una mirada en 101 artículos*, Sociedad Canaria *Isaac Newton* de Profesores de Matemáticas y Nivola libros y ediciones S. L., no. 92, 449–454.

Niven, I., Zuckerman, H. S. y Montgomery, H. L. (1991) *An Introduction to Theory of Numbers*, Fifth Edition. John Wiley & Sons.

Schinzel, A. (2000) On sums of three unit fractions with polynomial denominators. *Funct. Approx. Comment. Math.* 28, 187–194.

Sierpiński, W. (1956) Sur les décompositions de nombres rationnels en fractions primaires. *Mathesis* 65, 16–32.

Vaughan, R. C. (1970) On a problem of Erdős, Straus, and Schinzel. *Mathematika* 17, 193–198.

Yamamoto, K. (1965) On the diophantine equation $\frac{4}{n} = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}$. *Mem Fac. Sci. Kyushu Univ. Ser. A* 19, 37–47.

Zubía 37-38 177-186 Logroño 2020-2021

TASA TRANSFUSIONAL EN CIRUGÍA DE FRACTURA DE CADERA EN EL HOSPITAL SAN PEDRO. ESTUDIO OBSERVACIONAL DESCRIPTIVO PREVIO A LA IMPLANTACIÓN DE UN PROTOCOLO DE AHORRO DE SANGRE*

JULEN MARTÍNEZ TORRES[1*]
ANA CORAL LAGA CUÉN[2]
LOURDES FERREIRA LASO[3]
CRISTINA LORENTE ÁLAVA[1]
FÉLIX LOBATO SOLORES[3]
IGNACIO PUYUELO JARNE[2]
ÁNGEL ENRIQUE FRAILE JIMÉNEZ[3]
OLGA LÓPEZ DEL MORAL LÓPEZ[3]
MARÍA GOLVANO SARRIA[3]
VÍCTOR MUNILLA PÉREZ[1]

RESUMEN

La anemia perioperatoria es la principal causa de morbimortalidad en las fracturas de cadera. En 2016 se instauró en el Hospital San Pedro un protocolo de anemia perioperatoria en cirugía ortopédica con el objetivo de diagnosticar y tratar la anemia de forma precoz. Se realizó un estudio observacional descriptivo sobre 167 pacientes con fractura de cadera evaluando diferentes parámetros como edad, sexo, tipo de intervención quirúrgica, valores de hemoglobina y tasa transfusional, entre otros. A pesar de no encontrar diferencias estadísticamente significativas entre el tipo de intervención quirúrgica y la tasa transfusional, si se halló una asociación estadísticamente significativa entre la hemoglobina preoperatoria y la necesidad de transfusión (70% de pacientes con hemoglobina preoperatoria <10 g/dl, el 33% con hemoglobina 10-13 g/dl, 9.6% con hemoglobina 13-15 g/dl y ninguno con hemoglobina >15 g/dl). El presente estudio descriptivo ofrece una visión actualizada del manejo perioperatorio de los pacientes intervenidos de fractura de cadera en el Hospital San Pedro de Logroño, siendo la tasa transfusional de un 26,4% en el total de fracturas de cadera valoradas. Estos datos dan pie a seleccionar subgrupos de pacientes en los que implantar

* Registrado el 24 de mayo de 2019. Aprobado el 19 de diciembre de 2019.

1. Residente de Anestesiología y Reanimación en el hospital San Pedro (Calle Piqueras 98, Logroño. 26006). * E mail: Jmartinezt@riojasalud.es.
2. Residente de Cirugía Ortopédica y Traumatología en el hospital San Pedro. Logroño.
3. Médico adjunto de Anestesiología y Reanimación en el hospital San Pedro. Logroño.

Zubía | *núm. 37-38 (2019-2020), pp. 177-186*
ISSN 0213-4306

medidas de optimización preoperatoria dentro de los objetivos del protocolo de anemia perioperatoria del Hospital San Pedro

Palabras clave: fracturas de cadera, anemia, hemoglobina, transfusión sanguínea, perioperatorio.

Perioperative anemia is the major cause of morbidity and mortality in hip fractures. In 2016 a perioperative anemia protocol was established in San Pedro's hospital with the objective of early diagnosis and treatment. 167 patients with hip fracture were evaluated in an observational retrospective study in which main items were evaluated: age, sex, type of surgery, hemoglobin, blood transfusion, among others. We found no statistical differences among the type of surgery carried out and blood transfusion rate, but we found significant associations between preoperative hemoglobin and blood transfusion (70% patients with preoperative hemoglobin < 10g/dl, 33% with hemoglobin < 10-13 g/dl, 9.6% with hemoglobin 13-15 g/dl and no one with hemoglobin > 15 g/dl). The present study provides us with updated information about perioperative management of hip fracture patients in San Pedro´s hospital. Taking into account all cases of hip fracture evaluated in this study, blood transfusion rate is 26.4%. Bearing in mind the objectives of the perioperative anemia´s protocol, this new data may be useful to optimize preoperative measures in selected subgroups of patients.

Keywords: hip fractures, anemia, hemoglobin, blood transfusion, perioperative period

1. INTRODUCCIÓN

La fractura de cadera es una enfermedad muy prevalente y el 90% de los pacientes que la padecen son mayores de 64 años, la gran mayoría polimedicados y con una gran comorbilidad (García Pascual, 2015). La principal causa de morbimortalidad es la anemia perioperatoria y el principal factor desencadenante es el sangrado secundario al tipo de fractura e intervención quirúrgica (IQ), siendo las fracturas extracapsulares (pertrocantéreas y subtrocantéreas) las que generan mayor volumen de sangrado (Izuel-Rami *et al*., 2005). A esto se suman otros factores anemizantes propios de este tipo de pacientes añosos: fármacos que alteran la hemostasia, anemia carencial previa, fallo renal, estados inflamatorios o hemodilución iatrogénica (Guralnik *et al*., 2004).

El tratamiento clásico de la anemia aguda es la transfusión de sangre alogénica, una técnica efectiva, pero de alto costo económico y limitada por los recursos de sangre del propio hospital (Cuenca *et al*., 2005). La transfusión de sangre alogénica presenta efectos secundarios a tener en cuenta por el especialista, algunos de los cuales pueden comprometer la vida del paciente: desde reacciones febriles, sobrecarga de volumen, edema de pulmón no cardiogénico y transmisión de infecciones, a un estado de inmunomodulación que favorece las infecciones bacterianas postransfusionales (García-Erce y Giralt, 2002).

Por este motivo se han desarrollado diversas alternativas a la transfusión de sangre alogénica en las fracturas de cadera, todas ellas citadas en el Documento de Sevilla (Leal-Noval *et al.*, 2013). Destacan la autotransfusión de sangre autóloga (Recomendación 1B), administración de ácido fólico junto a vitamina B12 y eritropoyetina (Recomendación 1A), hierro intravenoso (Recomendación 2B), antifibrinolíticos como el ácido tranexámico en el perioperatorio (Recomendación 2A), o la transfusión de sangre alogénica preoperatoria (Recomendación 1C en pacientes con sangrado moderado-severo que requieran más de 3 concentrados de hematíes) (Cuenca *et al.*, 2005).

El servicio de anestesiología del Hospital San Pedro de Logroño implantó en el año 2016 un protocolo de anemia perioperatoria basado en el documento de Sevilla, con el objetivo de diagnosticar y tratar la anemia preoperatoria de forma precoz en pacientes sometidos a cirugía de prótesis total de cadera, prótesis total de rodilla y artrodesis de 3 o más espacios sin exclusión (Golvano Sarria *et al.*, 2017).

El presente estudio trata de describir el manejo que se tiene de estos pacientes en el Hospital San Pedro con la intención de seleccionar subgrupos en los que implementar medidas de optimización preoperatoria en fracturas de cadera con el objetivo de reducir la tasa transfusional, las complicaciones y la morbimortalidad de estos pacientes.

2. METODOLOGÍA

Se realizó un estudio observacional descriptivo retrospectivo a partir de una muestra de 167 pacientes intervenidos de fractura de cadera en el Hospital San Pedro de Logroño entre el 1 de enero de 2017 y el 30 de junio de 2017. El día 7 de diciembre de 2016, fue aprobado por el comité de ética en investigación con medicamentos de La Rioja (referencia CEICLAR P.I. 281).

La variable principal fue la tasa transfusional, mientras que el grupo de variables secundarias comprendían la edad y sexo del paciente; tipo de IQ (prótesis total [PT], prótesis parcial [PP], clavo gamma [CG]); días de ingreso; hemoglobina (Hb) y hematocrito perioperatorios (preoperatorios, en la unidad de recuperación posanestésica (URPA), a las 24 horas (h) y 72h de postoperatorio); número de concentrados de hematíes requeridos; el uso de ácido tranexámico y la existencia de complicaciones. Los datos fueron obtenidos del sistema informático del hospital San Pedro (Selene), de las hojas del proceso anestésico, del documento de seguimiento en la estancia en la URPA y de las notas del evolutivo del paciente durante su estancia hospitalaria y al alta.

El análisis de datos se llevó a cabo con el programa informático SPSS 25.0 y se determinó un nivel de significación estadística de 0.05. Las variables cualitativas se resumieron con frecuencias absolutas y porcentajes; las cuantitativas con la media y el error estándar (EE). La comparación de proporciones se llevó a cabo con pruebas Chi al cuadrado y contraste de Holm, y para la comparación de medias se utilizó el test de Friedman de medias repetidas.

Zubía | *núm. 37-38 (2019-2020), pp. 177-186*
ISSN 0213-4306

3. RESULTADOS

De los 167 pacientes incluidos, un 73.7% fueron mujeres (n = 123) y 26.3% fueron hombres (n = 44) (Figura 1), siendo la media de edad de 83.8 años, con un error estándar (EE) de 10.24.

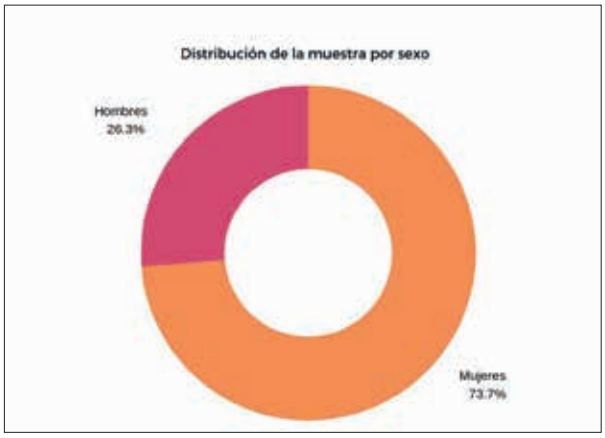


Figura 1: distribución por sexo de los pacientes estudiados.

Las medias de Hb fueron de 12.38 g/dl (EE 0.71) en el preoperatorio, 10.73 g/dl (EE 1.67) en la URPA y 10.28 g/dl (EE 1.59) a las 24h de la IQ, y estas diferencias fueron estadísticamente significativas (p<0,001) (Figura 2). Así mismo, se encontraron diferencias estadísticamente significativas (p<0,001) entre las medias de Hb en cada tipo de intervención: en PT la media de Hb preoperatoria fue 13.12 g/dl (EE 1.46), en la URPA 11.13 g/dl (EE 1.59), a las 24h de la IQ fue de 10.52 g/dl (EE 1.58) y a las 72h 10.13 g/dl (EE 1.63) (Figura 3).

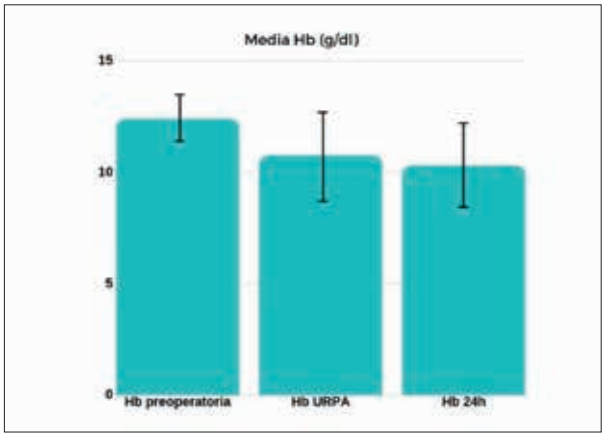
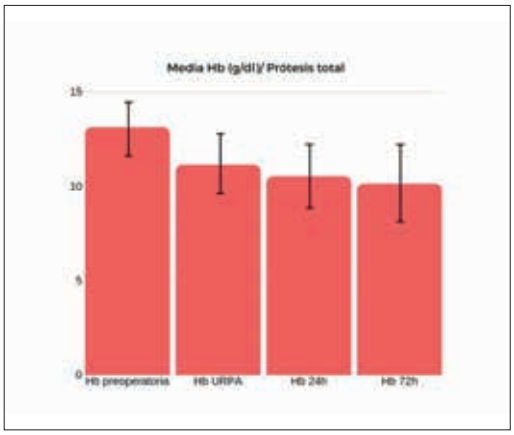
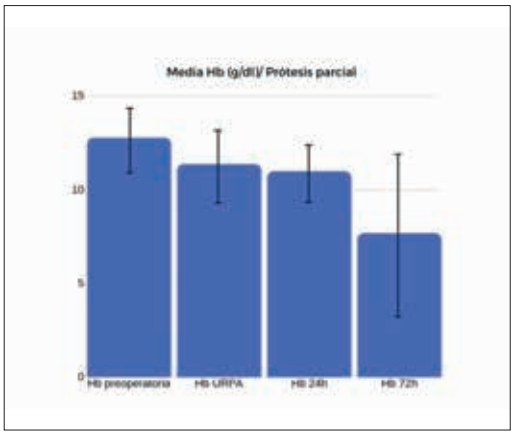


Figura 2: medias y errores estándar de valores de Hb preoperatoria, en la URPA y a las 24h de la IQ.





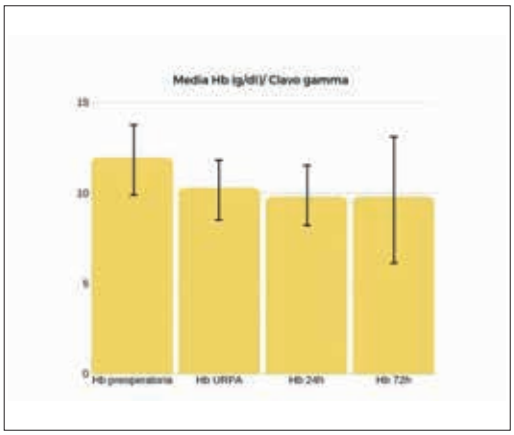


Figura 3: medias y errores estándar de Hb: preoperatoria, en la URPA, a las 24h y 72h según tipo de IQ.

Zubía | *núm. 37-38 (2019-2020), pp. 177-186*
ISSN 0213-4306

En cuanto a las PP, la media de Hb preoperatoria fue 12.76 g/dl (EE 1.68), en la URPA de 11.34 g/dl (EE 1.81), a las 24h de 10.96 g/dl (EE 1.45) y a las 72h de 7.66 g/dl (EE 4.67). La media de Hb preoperatoria en pacientes operados con CG fue de 11.95 g/dl (EE 1.95), de 10.29 g/dl (EE 1.5) en la URPA y de 9.8 g/dl tanto a las 24h (EE 1.52) como a las 72h (EE 3.62) (Figura 3).

La tasa transfusional fue del 26,3%. Los resultados no mostraron diferencias estadísticamente significativas (p = 0,10) entre el tipo de intervención quirúrgica y la tasa transfusional (requirieron transfusión el 21,1% de pacientes con prótesis total, 17.6% con prótesis parcial y 33% con clavo gamma) (Figura 4).

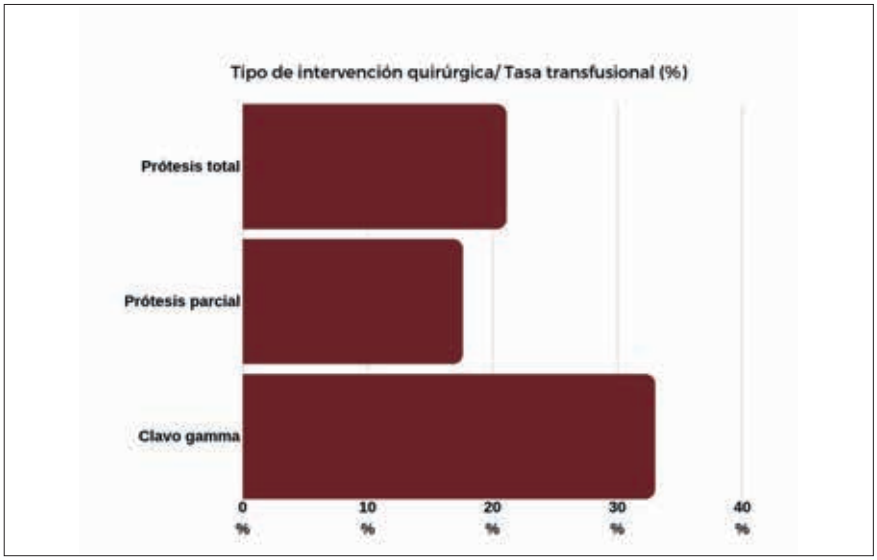


Figura 4: tasa transfusional según tipo de IQ.

A su vez, se encontraron diferencias estadísticamente significativas (p < 0,001) entre la Hb preoperatoria y la necesidad de transfusión (fueron transfundidos el 70% de pacientes con Hb preoperatoria <10 g/dl, el 33% con Hb entre 10-13 g/dl, 9.6% con Hb entre 13-15 g/dl y ninguno con Hb >15 g/dl) (Figura 5). Las diferencias se encontraron entre las personas con Hb preoperatoria <10 g/dl y aquellas con hemoglobina entre 10-13 g/dl (p < 0,001).

No se observaron diferencias estadísticamente significativas entre la administración de ácido tranexámico y la tasa transfusional (p = 0.608): se transfundió a 4 de los 17 pacientes que recibieron ácido tranexámico y a 41 de los 150 pacientes a quienes no se les administró. La media de días de ingreso fue de 8.09 días (EE 4.59), aunque tampoco se encontraron diferencias según el tipo de IQ (p = 0.99), ni entre el tipo de IQ y la incidencia de tromboembolismo venoso (0.6%) (p = 0.99).

El 31.13% de los pacientes presentaron algún tipo de complicación en el postoperatorio (figura 6), siendo las más frecuentes las caídas con lesión musculoesquelética (5), la neumonía (3), la retención aguda de orina (3), la insuficiencia cardiaca (2), la infección de tracto urinario (2) y los estados de agitación (2). La tasa de mortalidad al año de IQ fue del 12.57%.

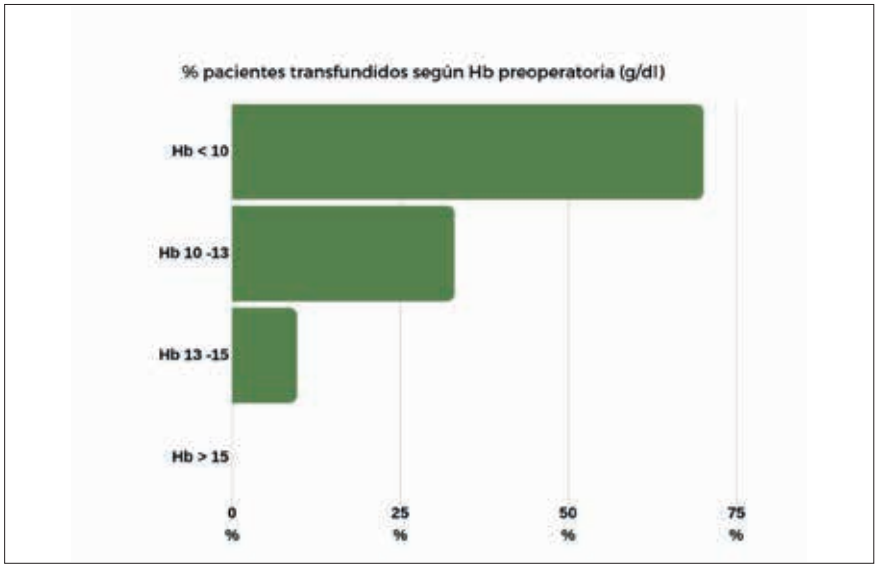


Figura 5: porcentaje de pacientes transfundidos según Hb preoperatoria.

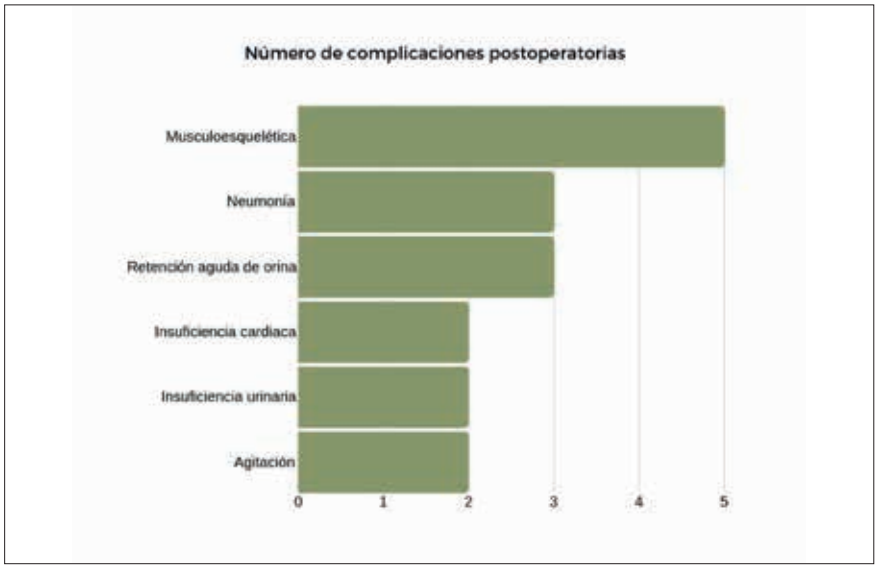


Figura 6: porcentaje de complicaciones postoperatorias.

Zubía | *núm. 37-38 (2019-2020), pp. 177-186*
ISSN 0213-4306

4. DISCUSIÓN

La muestra poblacional del presente estudio expone unas características demográficas similares a las de otros estudios descriptivos y ensayos clínicos revisados (García Pascual, 2015; García-Erce y Giralt, 2002; Bernabeu-Wittel *et al*., 2016), con una media de edad de 83.8 años y siendo mujeres más de dos tercios de la misma. Esta diferencia en la incidencia por género parece estar ligada a la menopausia, la disminución de los niveles de estrógeno y la aparición más temprana de osteoporosis en el subgrupo de mujeres (Izuel-Rami *et al*., 2005).

El proceso hemorrágico de las fracturas de cadera transcurre durante todo el perioperatorio, siendo las pérdidas hemáticas de entre 300 ml en fracturas subcapitales y de hasta 2000 ml en el resto de fracturas. De este modo, cirugías con mayor pérdida hemática, como el CG, vienen acompañadas de tasas transfusionales del 33%, mientras que las PT y PP presentan tasas transfusionales significativamente menores.

Estudios con criterios de inclusión muestral similares al aquí descrito describen descensos de 2-4 g/dl en los niveles de Hb desde el ingreso hasta las 48h de postoperatorio (García Pascual, 2015). Así, Cuenca J. *et al* definen un grupo control (no receptor de hierro intravenoso) con una media de Hb preoperatoria de 12.5 g/dl, una caída de la misma a las 48h de 2.4 g/dl y una tasa transfusional del 36.8% (Cuenca *et al*., 2005). En nuestro estudio, las medias de Hb preoperatoria muestran un descenso de 2.6 g/dl a las 24h de postoperatorio y de casi 3 g/dl a las 72h. Sin embargo, el número de mediciones de Hb a las 72h es muy inferior a la muestra del estudio, por lo que no puede utilizarse para inferir conclusiones.

Nuestra muestra presenta una asociación directa entre las cifras de Hb preoperatoria y la probabilidad de ser transfundido durante el perioperatorio. Además, la tasa transfusional (26.3%) se encuentra aproximadamente 10 puntos por debajo de la media de los estudios revisados, y la estancia hospitalaria media (8.09 días) es aproximadamente la mitad de la recogida en otros estudios (14,1-21,3 días) (Parker, 2010). Esta diferencia puede estar justificada por un mayor número de traslados tempranos a centros de convalecencia y rehabilitación, aunque no disponemos de datos que lo demuestren. De los 167 pacientes, únicamente se administró ácido tranexámico a 17 de ellos, no habiendo asociación entre su utilización y la tasa transfusional. Los estudios evaluados en el documento Sevilla demuestran una fuerza de recomendación débil para esta medida, con una calidad de evidencia alta (Leal-Noval *et al*., 2013). Por otro lado, no se ha demostrado asociación entre el tipo de IQ y la estancia hospitalaria o la incidencia de tromboembolismo pulmonar.

En los últimos años, se han planteado varias alternativas a la transfusión de sangre alogénica para pacientes sometidos a cirugía de fractura de cadera, sin embargo, existen dos aspectos que dificultan la respuesta óptima a estas alternativas: la mayoría de pacientes son ancianos pluripatológicos con gran vulnerabilidad y escasa respuesta al tratamiento de la anemia y, por otro lado, la cirugía de fractura de cadera se presenta como una ur-

gencia relativa con tiempo, en muchos casos, insuficiente para el acondicionamiento del paciente (Rocos *et al*., 2017). Una de las alternativas a la transfusión de sangre alogénica que demuestra una rápida recuperación de la masa eritrocitaria, con escasos efectos adversos, es la administración de hierro intravenoso solo o combinado con Eritropoyetina (Serrano-Trenas *et al*., 2011). En 2015, García Pascual E. *et al* diseñaron una guía de manejo clínico en la que afirmaban que las perdidas hemáticas durante la cirugía de fractura de cadera suponían pérdidas de entre 200-800 mg de hierro, añadidas estas a la ferropenia preoperatoria de muchos de los pacientes (entre 500-1.000 mg) (García Pascual, 2015). Cuenca *et al.* notificaron que la tasa transfusional perioperatoria en fracturas pertrocantéricas disminuyo un 20% tras la administración de hierro intravenoso (Cuenca *et al*., 2005). En 2008 se llevó a cabo un panel de expertos en el que se concluyó que el hierro intravenoso o hierro combinado con eritropoyetina son medidas útiles en pacientes operados, siempre que se trate de una cirugía programada (Serrano-Trenas *et al*., 2011).

La gran morbimortalidad que muchos de los pacientes operados de fractura de cadera presentan viene condicionada no solo por la cirugía, sino por su edad, estado de salud previo y mayor susceptibilidad a eventos adversos. Sin embargo, la mayoría de artículos revisados no centran su análisis en la gran variedad de complicaciones médicas a las que deben enfrentarse muchos de los pacientes durante el postoperatorio. De entre ellas, destacan: el deterioro de la función renal, delirium, fallo cardiaco, infecciones (urinaria, pulmonares, de la herida quirúrgica...), enfermedad pulmonar obstructiva crónica reagudizada, úlceras por presión y síndromes coronarios (Bernabeu-Wittel, *et al*., 2016).

Partiendo de este estudio descriptivo y la bibliografía revisada, se ha puesto en marcha un protocolo de optimización perioperatoria dirigido a pacientes operados de fractura de cadera, excluyendo las fracturas subcapitales tratadas con atornillado percutáneo, cuya hemorragia es mínima. Se llevará a cabo un tratamiento preoperatorio con hierro intravenoso (nivel de evidencia 2B) en pacientes con Hb < 12g/dl y ferritina < 100 ng/ml al ingreso, atendiendo a un esquema de dosificación guiado por peso y niveles de Hb preoperatoria.

5. CONCLUSIONES

La anemia perioperatoria es la principal complicación asociada a fracturas de cadera. La gran morbimortalidad que genera debe ser combatida con un plan diagnóstico y terapéutico rápido y eficaz. El presente estudio descriptivo nos ha dado una visión actualizada del manejo de la anemia perioperatoria en pacientes intervenidos de fractura de cadera en el hospital San Pedro de Logroño, siendo la tasa transfusional de un 26.4% en el total de pacientes valorados. Estos datos han dado pie a seleccionar subgrupos de pacientes en los que implementar medidas de optimización preoperatoria y poder analizar en un futuro el impacto de las mismas.

Zubía | *núm. 37-38 (2019-2020), pp. 177-186*
ISSN 0213-4306

BIBLIOGRAFÍA

Bernabeu-Wittel, M., Romero M., Ollero-Baturone, M., Aparicio R., Murcia-Zaragoza J., Rincón-Gómez, M., Monte-Secades R., Melero-Bascones M., Rosso, C. and Ruiz-Cantero A. (2016). Ferric carboxymaltose with or without erythropoietin in anemic patients with hip fracture: a randomized clinical trial. *Transfusion*. 56(9), pp.2199-2211.

Cuenca J., García-Erce J., Martínez A, Solano V., Molina J., Muñoz M. (2005). Role of parenteral iron in the management of anemia in the elderly patient undergoing displaced subcapital hip fracture repair: preliminary data. *Archives of Orthopaedic and Trauma Surgery*, 125(5), 342-347.

García-Erce JA., Giralt M. (2002). Riesgos de la transfusión sanguínea. En: Muñoz-Gómez M. (Coordinador). *Anemia y transfusión en cirugía*. Málaga: Servicio de publicaciones de la Universidad de Málaga, 187-227.

García Pascual, E. (2015). Tratamiento de la anemia en cirugía de fractura de cadera. *Revista Española de Anestesiología y Reanimación*, 62, 57-62.

Golvano Sarria M., Tejedor Carreño C., Ferreira Laso M. (2017). Porcentaje transfusional en cirugía mayor traumatológica del hospital San Pedro previo a la implantación del protocolo de ahorro de sangre. *Zubía*, 35, 63-78.

Guralnik JM., Eisenstaedts RS., Ferrucci L., Klein HG., Woodman RC. (2004). Prevalence of anaemia in persons 65 years and older in the United States: evidence for a high rate of unexplained anaemia. *Blood*, 104, 2263-8.

Izuel-Rami M., Cuenca Espierrez J., García-Erece J., Gómez-Barrera M., Carcelén Andrés J., Rabanaque Hernández M. (2005). Efectividad de distintas pautas de tratamiento de la anemia perioperatoria en pacientes ancianos con fractura de cadera. *Farmacia hospitalaria*, 29(4), 250-257.

Leal-Noval RS., Muñoz M., Asuero M., Contreras E., García-Erce JA., Llau JV., *et al* 2013. Documento Sevilla de Consenso sobre Alternativas a la Transfusión de Sangre Alogénica. Actualización del Documento Sevilla. *Rev Esp Anestesiol Reanim*. 60:263.e1-25.

Parker M. Iron (2010). Supplementation for Anemia After Hip Fracture Surgery. *The Journal of Bone & Joint Surgery*. 92(2):265-269.

Rocos B., Whitehouse M. and Kelly, M. (2017). *Resuscitation in hip fractures: a systematic review*. BMJ Open, 7(4), p.e015906.

Serrano-Trenas J., Ugalde P., Cabello L., Chofles, L., Lázaro P. and Benítez P. (2011). Role of perioperative intravenous iron therapy in elderly hip fracture patients: a single-center randomized controlled trial. *Transfusion*, 51(1), pp.97-104.

Zubía 37-38 187-204 Logroño 2020-2021

FACTORES ASOCIADOS CON LOS PARTOS PRETÉRMINO MENORES DE 32 SEMANAS DE GESTACIÓN EN EL HOSPITAL SAN PEDRO DE LOGROÑO DURANTE EL AÑO 2018: RELACIÓN CLÍNICA, MICROBIOLÓGICA E HISTOLÓGICA DE LOS HALLAZGOS PLACENTARIOS*

ANA CRISTINA RUIZ PEÑA[1]*
MARÍA JOSÉ PUENTE MARTÍNEZ[2]
SARA ARRIETA BRETÓN[3]
INÉS ESTEBAN DÍEZ[4]
GERARDO RODRÍGUEZ MARTÍNEZ[5]
CARLOTA CESTAFE CARO[3]
CRISTINA FERNÁNDEZ GARCÍA[3]

RESUMEN

Se presenta un trabajo observacional, descriptivo y retrospectivo en el que se estudian los partos pretérmino menores de 32 semanas de gestación en el Hospital San Pedro de Logroño durante el año 2018 con el objetivo de analizar la relación clínica, microbiológica e histológica tras examinar las placentas y exponer los resultados neonatales según los hallazgos.

Se estudiaron 17 partos con 21 recién nacidos (4 partos gemelares) de los 1869 que hubo en el año 2018, un 0,90% del total. Hubo 8 casos de corioamnionitis y 2 de desprendimiento prematuro de placenta normoinserta. Las variables más fuertemente asociadas con el parto pretérmino fueron sobrepeso materno y tratamientos de reproducción asistida. Existe una relación importante entre la sospecha clínica de corioamnionitis y desprendimiento prematuro de placenta normoinserta con los hallazgos histológicos y microbiológicos placentarios. La edad gestacional al momento del parto y el peso al nacer fueron los principales determinantes de los días de ingreso neonatal.

Palabras clave: Parto pretérmino, factores de riesgo, corioamnionitis, histología, microbiología.

* Registrado el 12 de marzo de 2020. Aprobado el 26 de enero de 2021.

1. Residente de Obstetricia y Ginecología en Hospital San Pedro, Logroño.
* E mail: anaruiz1919@gmail.com
2. Jefa de Servicio de Ginecología en Hospital San Pedro, Logroño.
3. F.E.A de Obstetricia y Ginecología en Hospital San Pedro, Logroño.
4. F.E.A de Pediatría-Neonatología en Hospital San Pedro, Logroño.
5. Profesor Universidad de Zaragoza y Pediatra en Hospital Clínico Lozano Blesa Zaragoza.

Here we present a retrospective, descriptive and observational study performed with preterm births under 32 weeks at San Pedro's Hospital in Logroño during 2018 with the aim of analyzing the clinical, microbiological and histological relationship after examining the placentas and exposing the neonatal results according to the findings.

Seventeen deliveries were studied with 21 newborns (4 twin births) of the 1869 births that occurred in 2018, 0.90% of the total. There were 8 cases of chorioamnionitis and 2 cases of placental abruption. The variables most related to preterm births were maternal overweight and assisted reproduction treatments. The most important factors related to preterm birth were chorioamnionitis and placental abruption.

There is an important relation between clinical suspicion of chorioamnionitis and premature detachment of placenta normoinserta with placental histological and microbiological findings. It was the gestational age and the fetal weight at the time of birth the main determinants of the days of neonatal admission.

Key words: Preterm birth, risk factors, chorioamnionitis, histology, microbiology.

1. INTRODUCCIÓN

1.1. Conceptos del parto pretérmino

La definición de parto pretérmino (PP) ha variado poco desde el año 1972 cuando la Organización Mundial de la Salud (OMS) empezó a considerar que estos partos eran aquellos que se producían antes de la 37 semana de gestación. De acuerdo a la OMS, se considera feto viable a partir de la semana 22 de gestación, pero este no es un criterio homogéneo. Lo que también se ha ido modificando a lo largo de los años es la categorización (Liu, 2012):

- Pretérmino extremo: < 28 semanas
- Gran pretérmino: 28 a 31 semanas y 6 días
- Pretérmino moderado: 32 a 33 semanas y 6 días
- Pretérmino tardío: 34 a < 36 semanas y 6 días

El PP es el responsable de la mayoría de las muertes neonatales y casi de la mitad de todos los casos de discapacidad neurológica congénita, incluida la parálisis cerebral (Liu, 2012). La incidencia difiere según la población estudiada y varía entre el 5 y el 18 % (Romero, 2014), siendo en su mayoría a expensas de los pretérminos tardíos. En La Rioja, la prevalencia es de un 6.5% y la incidencia se sitúa alrededor del 7%, en aumento en los últimos años y acorde con el resto de España (INE, 2018). Aproximadamente dos tercios de los PP ocurren de forma espontánea, mientras que el resto son inducidos bajo indicación médica (Morgan, 2016).

A pesar de las contribuciones de la perinatología, el hecho es que la prematuridad supone el 70 % de las muertes neonatales y el 50 % de las

secuelas neurológicas de los menores de 32 semanas no ha cambiado. Las principales complicaciones de la prematuridad son la broncodisplasia pulmonar y la enterocolitis necrotizante (Sepúlveda, 2012).

1.2. Etiología del parto pretérmino

Los mecanismos y factores que determinan el desencadenamiento del PP aún no se conocen con exactitud, siendo la respuesta inflamatoria de vital importancia. La mayoría de los PP son secundarios a corioamnionitis, desprendimiento de placenta o mixtos. La morbilidad neonatal está relacionada con la etiología responsable (Queiros da Mota, 2013).

1.2.1. Corioamnionitis

La corioamnionitis consiste en una infección de la placenta o membranas ovulares que, en última instancia, puede provocar una infección fetal y/o materna. Es la causa de PP entre un 25 y un 40 % de los casos. El tratamiento es la finalización de la gestación, independientemente de la edad gestacional, bajo cobertura antibiótica, maduración pulmonar y neuroprotección si es preciso (Romero, 2014).

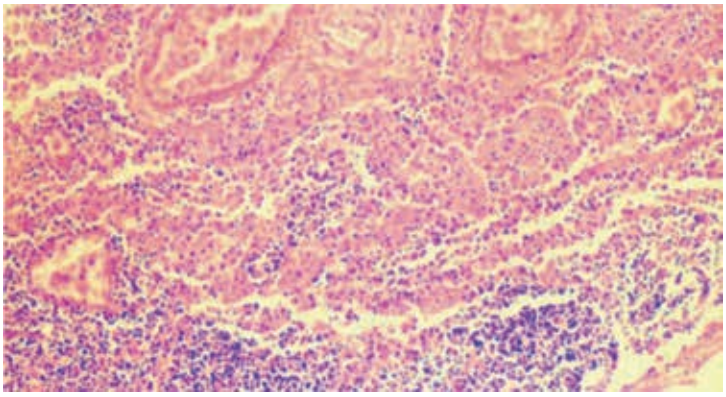


Imagen 1. Corioamnionitis estadio II.

a) Etiopatogenia

El cuadro es mayoritariamente polimicrobiano y se contrae vía ascendente (Kyozuka, 2017). Los gérmenes más frecuentes son *Mycoplasma* spp y *Ureaplasma* spp, *Escherichia coli, Listeria monocytogenes, Streptococcus agalactiae* grupo B y *Chlamydia trachomatis*.

b) Clínica

Se diagnostica si presenta temperatura materna >37,8ºC y uno o más de los siguientes: taquicardia fetal > 160 latidos por minuto, taquicardia materna > 100 latidos por minuto, sensibilidad a la palpación uterina, aumento de la contractilidad uterina, líquido amniótico purulento y/o maloliente (Morgan, 2016).

c) Diagnóstico

El diagnóstico de corioamnionitis puede ser clínico, microbiológico o histológico. El diagnóstico definitivo se basa en la microbiología e histología placentarias. La relación entre corioamnionitis clínica e histológica es de baja sensibilidad y elevada especificidad (de Jong, 2012). El diagnóstico se basa en la clasificación propuesta por Kim en 2015 donde se distingue entre estadios y grados en función de la distribución de neutrófilos.

1.2.2. Desprendimiento Prematuro de Placenta Normoinserta

El desprendimiento prematuro de placenta normoinserta (DPPNI) o "*abruptio placentae*" es una emergencia obstétrica que se define como la separación parcial o completa de la placenta antes del parto lo que supone un riesgo de bloqueo de oxígeno y nutrientes para el feto (Furukawa, 2011). Ocurre en hasta un 2 % de todos los nacimientos y es la causa en el 20% de los PP (Furukawa, 2011). Conlleva numerosas complicaciones materno-fetales y tasa de mortalidad materna del 1 % y perinatal del 20-35 % (Elsasser, 2010). El manejo dependerá del compromiso fetal, edad gestacional y del compromiso hemodinámico materno. La conducta más adecuada es una cesárea urgente (Elsasser, 2010).

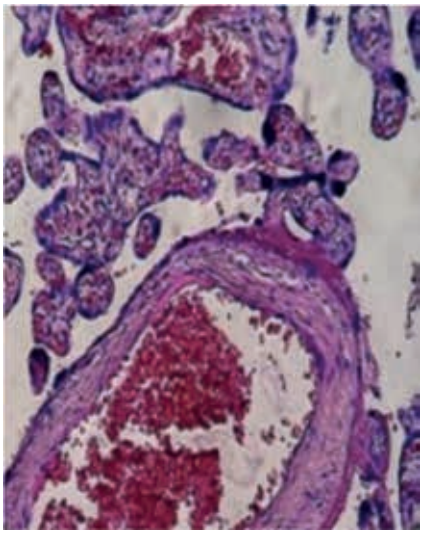


Imagen 2. Infarto placentario.

a) Etiopatogenia

La mayoría de los casos son multifactoriales, sin embargo se plantea la posibilidad de un mecanismo isquémico a nivel decidual asociado con diversas enfermedades, siendo la más común la enfermedad hipertensiva. La rotura prematura de membranas, el traumatismo abdominal grave, malformaciones uterinas, cocaína, tabaquismo y multiparidad, son los factores de riesgo más frecuentes (Elsasser, 2010).

b) Clínica

La tríada clínica es: dolor abdominal, hemorragia genital e hipertonía uterina.

c) Diagnóstico

El diagnóstico es clínico, pero se pueden encontrar alteraciones analíticas (hematocrito, plaquetas, protrombina, tiempo de tromboplastina parcial, fibrinógeno y en el dímero D). La ecografía puede ser útil, observándose una placenta más gruesa (Furukawa, 2011). El hallazgo anatomopatológico más común es la presencia de un coágulo retroplacentario. A nivel microscópico hay hematomas deciduales y zonas de necrosis con infartos hemorrágicos. Lo más frecuente es la trombosis de pequeñas venas retroplacentarias (Furukawa, 2011).

1.3. Factores de riesgo de parto pretérmino

El 85 % de las pacientes que tienen un PP son primíparas y sin antecedentes de PP. Bien es cierto que, una vez se ha dado el antecedente de parto pretérmino, constituye el factor de riesgo más importante para el desarrollo de otros PP futuros y siempre apareciendo con una edad gestacional menor al anterior (Salvador, 2015).

Las gestantes con edad inferior a 20 años tienen mayor riesgo de presentar un PP, no siendo la edad un factor independiente, si no asociado a otras características (Kyozuka, 2017). También las gestantes mayores de 35 años presentan una tasa de riesgo de PP mayor, secundaria a los problemas médicos que presenta la gestante (Llurba, 2014).

Se ha comprobado que las mujeres embarazadas obesas (IMC > 30) presentan un riesgo mayor de PP (Kyozuka, 2017).

También se ha observado que la incidencia de PP en mujeres con diabetes pregestacional triplica la de la población de mujeres que no la padecen, y aunque no tanto, también se ve aumentada en los casos de diabetes gestacional (Salvador, 2015).

El tabaco duplica el riesgo relativo de PP y es una relación dosis-dependiente: cuanto más se fuma, más riesgo de presentar un PP y siendo esta relación directa con el número de cigarros fumados durante la gestación y no con el tabaquismo previo (Kyozuka, 2017).

El PP en gestaciones múltiples está relacionado con la sobredistensión uterina y la incompetencia cervical y es por ello más frecuente que en gestaciones únicas (Salvador, 2015). La longitud cervical disminuye progresivamente durante la gestación y se usa en el cribado y diagnóstico del PP. El riesgo de prematuridad es inversamente proporcional a la longitud cervical ecográfica tanto en gestaciones únicas como múltiples (Kyozuka, 2017).

Algunos estudios han demostrado un aumento de la incidencia de PP entre los varones, ya que su histología placentaria asociada mostró mayor número de signos de inflamación crónica (Salvador, 2015). Además, nume-

rosos estudios reflejan que los varones pretérminos se adaptan peor a la vida extrauterina requiriendo más días de ingreso neonatal (Llurba, 2014). El crecimiento fetal restringido está asociado con un mayor riesgo de PP espontáneo e inducido (Llurba, 2014).

2. MATERIAL Y MÉTODOS

Se realizó un estudio observacional, descriptivo y retrospectivo sobre los partos pretérmino menores de 32 semanas en el Hospital San Pedro de Logroño (La Rioja) durante el año 2018. El grupo de estudio incluyó a todas las mujeres que cumplían criterios de inclusión con PP entre la 24 y la 31 semanas y 6 días a las que se les recogió la placenta para su estudio, previo consentimiento informado verbal. Se lleva a cabo con la aprobación del Comité de Ética de Investigación con medicamentos de La Rioja (CEImLAR) bajo la referencia P.I. 466.

Se estudiaron 17 partos con 21 recién nacidos (hubo 4 partos gemelares) de los 1869 partos totales que hubo en el año 2018 en el HSP.

Las placentas se cultivaron y analizaron por el Servicio de Microbiología y se sometieron a examen histológico por parte del Servicio de Anatomía Patológica. El análisis de las placentas de las gestaciones bicoriales se realizó de manera única, considerando a ambas placentas como un único bloque placentario. Se analizaron e informaron bajo la unificación de los siguientes criterios:

- Análisis microbiológico: analizar la presencia de microorganismos mediante diferentes cultivos (Valerio, 2012). Tras comentar el estudio con el Servicio de Microbiología del HSP, se decide enviar para su análisis 1 cm de la cara fetal de la placenta cerca de la inserción del cordón umbilical en un tubo con agua estéril. Se realizan cultivos y técnicas de biología molecular como la Reacción en Cadena de la Polimerasa (PCR) (de Jong, 2012). Se efectúa cultivo bacteriano, de hongos y detección por PCR de los siguientes agentes: *Listeria monocytogenes*, *Mycoplasma* spp *genitales*, *Chlamydia* trachomatis, *Neisseria gonorrhoea* y *Trichomonas vaginalis*.
- Análisis histológico: se realiza tras el envío de la placenta en su totalidad al Servicio de Anatomía Patológica en formoaldehído al 10 %. Se realizan varios cortes al micrótomo, se incluyen en parafina y se realiza tinción con Hematoxilina-Eosina. El diagnóstico se basa en la clasificación (Kim, 2015):
  - Estadío. Determina la progresión de la enfermedad.
    -I (subcorionitis aguda – corionitis temprana).
    -II (corioamnionitis aguda).
    -III (corioamnionitis necrotizante).
  - Grado. Determina la intensidad de la enfermedad.
    -1 (leve-moderada).

Zubía | núm. 37-38 (2019-2020), pp. 187-204
ISSN 0213-4306

-2 (severo).

No se realizó muestreo, se recogieron todas las pacientes consecutivamente que cumplían criterios de inclusión a partir del 1 de enero de 2018 hasta 31 de diciembre de 2018 sin aplicar criterios de exclusión. Los criterios de inclusión fueron: parto entre la semana 24 y 31 semanas y 6 días ambos incluidos y parto en HSP durante el año 2018

Todos los datos se obtuvieron retrospectivamente de las historias clínicas tanto maternas como neonatales previo consentimiento informado verbal. Existe un sesgo de información por el hecho de que hay historias clínicas que no están totalmente completas y hay ciertas variables que hubo que desechar por su insuficiencia.

Se realizó estadística descriptiva sobre aspectos generales de la muestra. Se analizaron las variables: IMC materno, HTA materna, alteración del metabolismo de los hidratos de carbono, nacionalidad, tabaquismo, técnicas de reproducción asistida, vía de finalización de gestación, porcentaje de partos indicados e inevitables y desarrollo de broncodisplasia en los recién nacidos.

Se calculó la prevalencia en nuestra muestra de sospecha clínica de DPPNI y de corioamnionitis, así como la prevalencia de las mismas en los cultivos microbiológicos y en la histología placentaria.

El análisis estadístico de relaciones se realizó en SPSS versión 20.0 y se emplearon diferentes pruebas de asociación para nivel de significancia. En el caso de las variables cuantitativas se realizó la descriptiva calculando media, mediana, desviación típica, valores mínimo y máximo, y gráficos de barras o histogramas con curva de normalidad par saber si hay asimetría o no. Para variables cualitativas además de la tabla de distribución de frecuencias, se calculó la moda para saber qué modalidad era más frecuente y sus gráficos de barras o circulares según fueran variables ordinales o nominales, respectivamente. Para realizar los contrastes de hipótesis, casi todos fueron entre variables cualitativas, en cuyo caso se utilizó la Chi^2 para determinar la existencia o no de independencia. Además, se realizaron las tablas de contingencia (Test de Fischer para muestras pequeñas), y en los casos en los que hubo relación, la fuerza de esa relación se midió mediante la V de Cramer o la Phi. Para aquellos contrastes en los que ambas variables eran dicotómicas, se usó como estadístico de contraste la S de Cochram. En los pocos casos en los que hubo que contrastar una variable dicotómica con una cuantitativa discreta (edad), se usó la T de Student.

3. RESULTADOS

3.1. Análisis estadístico descriptivo

Se estudiaron 17 partos con 21 recién nacidos (hubo 4 partos gemelares) de los 1869 partos que hubo en el año 2018 en el HSP, un 0,90 % del total. De los 17 partos que hubo en el año 2018 en el HSP de Logroño entre la semana 24 y 31 y 6 días, considerándose pretérmino extremos y mode-

rados, hubo 4 gemelares (23,53 %), siendo los 13 restantes partos únicos (76,47 %), dando un total de 21 recién nacidos. De los 4 gemelares**,** 3 fueron bicoriales/biamnióticos (75 %) y 1 monocorial/biamniótico (25 %). De estas 4, 3 fueron por Técnicas Reproducción Asistida (TRA). Del total de la muestra, 12 fueron gestaciones espontáneas (70,58 %).

En cuanto a la edad gestacional al nacimiento estuvo entre un rango de 27 y 31 semanas y 5 días. Sólo 2 fueron pretérmino extremos (11,76 %), incluyendo a los 15 restantes en pretérmino moderados (88,24 %). El peso fetal medio al nacimiento fue 1180 gramos, entre un rango de 500 y 1994 gramos.

En cuanto a la nacionalidad, 9 eran españolas (52,9 %), 1 boliviana, 1 ecuatoriana, 1 guineana, 1 venezolana, 2 marroquíes y 2 rumanas. Eran primigestas 8 de las 17 gestantes. Sólo una de las 9 multíparas tenía antecedentes de PP. Hubo 16 de 17 gestantes que no tuvieron antecedentes de PP (94,11 %).

La edad materna media fue 30,82, siendo la edad mínima de 17 y la máxima de 42. El IMC medio materno en primer trimestre fue indicativo de sobrepeso: 25,76. El rango fluctuó entre un mínimo de 17 y un máximo de 32, existiendo dos modas para 23 y 28. Solo hubo 1 caso de hipertensión gestacional materna. Hubo 13 de las 17 gestantes (76,47 %) que no tuvieron alteraciones del metabolismo de los hidratos de carbono. Sólo 1 era fumadora, siendo esta paciente fumadora tanto de tabaco como de cannabis.

De las 17 gestaciones, 5 fueron mediante TRA (29,41 %). Hubo 2 casos de fecundación in vitro con ovodonación (FIV-O) y 3 de fecundación in vitro sin ovodonación (FIV). Siendo las 12 restantes gestaciones espontáneas (70,58 %).

De los 21 fetos, 7 tuvieron algún tipo de retraso de crecimiento intrauterino (RCIU) (33,33 %). Hubo 1 caso gemelar que se complicó con un síndrome de trasfusión feto fetal (implicados los 2 fetos) y los 12 restantes no presentaron patología intraútero (57,14 %).

De los 17 nacimientos, 6 fueron inevitables a pesar del tratamiento (35,29 %), siendo los 11 nacimientos restantes bajo indicación médica por patología maternofetal (64,71 %). Fueron Rotura Prematura de Membranas (RPM) 8 de los 17 partos (47,05 %) y Amenaza de Parto Pretérmino (APP) 9 de los 17 (52,9 %), dándose sólo en 6 de los casos ambas complicaciones a la vez (35,3 %). Se realizaron 11 cesáreas (3 de ellas gemelares) y 4 partos eutócicos. Además, hubo un parto instrumental tipo ventosa y otro parto gemelar en el que el primer gemelo nació mediante parto eutócico, pero para la extracción del segundo se requirió una cesárea urgente.

Hubo sospecha clínica de DPPNI en 2 casos (11,76 %) y sospecha clínica de corioamnionitis en 8 casos (47,05 %). De todas las sospechas de corioamnionitis clínica, 5 fueron casos de RPM (62, 50 %). De los 8, habían llevado antibioterapia 7: 5 de ellas por RPM y 2 por cultivos genitales positivos.

Fueron recogidos cultivos vaginales en 14 de las 17 gestantes (82,35 %). En 3 casos no se consideró necesaria la recogida al no haber sospecha

clínica de infección. Por esto, el total de casos al hablar de cultivos genitales es 14. De los 14 casos en los que fueron recogidos, 4 fueron negativos (28,50 %), siendo el 10 restante positivos para algún microorganismo: 4 de los cultivos endocervicales fueron positivos para *Mycoplasma* spp, 4 de los cultivos vaginales y vaginorrectales fueron positivos para vaginosis bacteriana y *Streptococcus agalactiae* grupo B *y* 2 de los urocultivos fueron positivos para *E. coli*.

En relación a la microbiología placentaria, en 5 de los 17 casos (29,41 %), los cultivos genitales fueron positivos y coincidieron los resultados con la positividad microbiológica de la placenta. En otros 5 casos los resultados también coincidieron, pero en este caso en forma de negatividad (los cultivos genitales fueron negativos y los cultivos placentarios también). Sin embargo, en 7 de los 17 casos (41,17 %), los resultados de los cultivos genitales dieron positivos sin confirmarse después en el cultivo placentario. No hubo ningún caso de negatividad en cultivos genitales que se informase el cultivo placentario como positivo.

En relación a la histología placentaria, en 7 de los 17 casos (41,17 %), los cultivos genitales fueron positivos y se confirmó corioamnionitis histológica. En 5 casos a pesar de que los cultivos genitales fueron positivos, la histología resultó ser negativa el (29,41 %), es decir, fueron vaginosis que no provocaron corioamnionitis. Hubo 4 casos en los que los cultivos genitales dieron negativos y que la histología confirmó negatividad. Hubo un caso en el que los cultivos genitales fueron negativos pero la histología informó de corioamnionitis.

Los cultivos genitales y urinarios sólo fueron negativos en 1 caso de las 8 sospechas de corioamnionitis. Los microorganismos más prevalentes fueron *Mycoplasma* spp (62,50 %).

En los 2 casos en los que se sospechó DPPNI, el informe anatomopatológico de la placenta corroboró la presencia de hallazgos celulares que confirmaban DPPNI siendo los cultivos placentarios negativos. La relación entre la sospecha clínica de DPPNI y los hallazgos histológicos placentarios de DPPNI fue perfecta.

La sospecha clínica de corioamnionitis se dio en 8 de los 17 casos, la corioamnionitis microbiológica (cultivos de placenta positivos) en 5 de los 17 casos y la corioamnionitis histológica en 8 casos. El subtipo más prevalente fue el estadio II grado 1, dándose en 5 de los 8 casos de corioamnionitis histológica. En 7 de los 8 casos que se sospechó corioamnionitis clínica, el informe anatomopatológico informó de corioamnionitis. Es decir, la sospecha clínica tiene una fuerte relación con el informe anatomopatológico. Sin embargo, sólo 4 de los informes microbiológicos placentarios confirmaron la presencia de *Mycoplasma* spp genitales en la placenta. Además en un caso se halló copresencia de *Escherichia coli*. De los 9 casos restantes en los que no se sospechó clínicamente corioamnionitis (52,94 %), todas las placentas fueron negativas en el examen microbiológico y en el anatomopatológico.

De los 21 recién nacidos, 10 fueron varones y 11 mujeres. Sobrevivieron el 90,47 % de los recién nacidos, siendo sólo 2 los fallecidos (uno secundario a una sepsis precoz fulminante por *Staphylococcus aureus* en un feto con RCIU tipo IV y el otro por una insuficiencia respiratoria severa en el contexto de hipoplasia pulmonar secundaria a oligoamnios severo por RPM). De los 21 recién nacidos, sólo 2 tuvieron broncodisplasia pulmonar. De los 21 recién nacidos, 6 tuvieron hemocultivos positivos y/o signos clínicos de infección al nacer o los primeros días del ingreso, por lo que se consideraron infectados. Sin embargo, el análisis anatomopatológico de las placentas de estos 6 casos, confirmó corioamnionitis en 4 de ellos.

El análisis microbiológico de las placentas de los 6 recién nacidos infectados informó de que en 3 casos sus placentas no dieron positivo en ningún cultivo. No obstante, los otros 3 casos sí dieron positivo a algún cultivo placentario, coincidiendo que el informe anatomopatológico corroboraba corioamnionitis.

Tabla 1. Tabla resumen de los datos descriptivos principales

	Nº casos	Porcentaje
GESTACIONES PRETÉRMINO	17	-
RECIEN NACIDOS VIVOS	21	-
GEMELARES	4	23,53%
TÉCNICAS REPRODUCCIÓN ASISTIDA	5	29,41%
PARTOS PRETÉRMINO EXTREMOS	2	11,76%
PARTOS PRETÉRMINO MODERADOS	15	88,24%
ANTECEDENTES DE PARTO PRETÉRMINO	1	5,88%
TABAQUISMO	1	5,88%
PREMATURIDAD INEVITABLE	6	35,29%
PREMATURIDAD YATROGÉNICA	11	64,71%
CESAREAS*	11	64,71%
VAGINALES*	4	23,53%

***** La vía de finalización de la gestación fue muy variable. Se realizaron 11 cesáreas (3 de ellas gemelares) y 4 partos eutócicos. Hubo un parto instrumental tipo ventosa y otro parto gemelar en el que el primer gemelo nació mediante parto eutócico pero para la extracción del segundo se requirió una cesárea urgente

3.2. Relaciones

3.2.1. Relación clínica, microbiológica e histológica de corioamnionitis

a) Cultivos genitales y corioamnionitis clínica

Existe independencia entre ambas variables con un p-valor de 0,181. Tanto como si hubo sospecha de corioamnionitis clínica como si no, en ambos casos los cultivos genitales dieron positivo a algún tipo de microorganis-

Zubía | *núm. 37-38 (2019-2020), pp. 187-204*
ISSN 0213-4306

mo. Los casos en los que sí se sospechó una corioamnionitis, prevaleció el *Streptococcus agalactiae* grupo B. Sin embargo, en los que no hubo sospecha clínica de corioamnionitis, hubo más variabilidad de microorganismos.

b) Cultivos genitales y microbiología placentaria

Con un p-valor de 0,124, no existe asociación. Independientemente del informe de la microbiología de la placenta, los cultivos genitales fueron positivos o negativos.

c) Cultivos genitales e histología placentaria

Se acepta la hipótesis de independencia con un p-valor de 0,086.

d) Corioamnionitis clínica e histología placentaria

La relación entre ambas variables es perfecta. En los 9 casos en los que no se sospechó corioamnionitis, la histología placentaria dio negativa para infección como se observa en la Figura 1. De los 8 casos que hubo sospecha clínica de corioamnionitis, se dieron los tres tipos de corioamnionitis, siendo el más frecuente el estadio II grado 1.

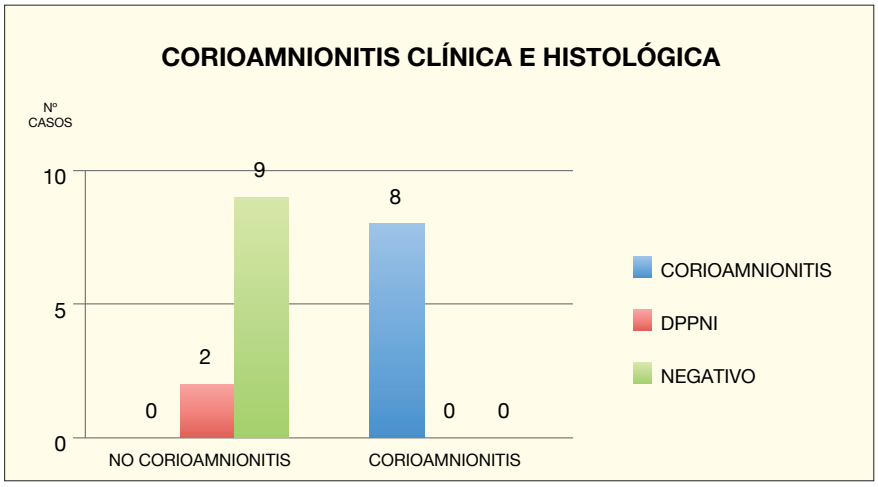


Figura 1. Distribución de la histología placentaria según la sospecha de corioamnionitis clínica SI/NO

e) Corioamnionitis clínica y microbiología placentaria

Existe una asociación estadísticamente significativa entre las variables sospecha clínica de corioamnionitis y la microbiología placentaria. En este caso la fuerza de asociación es moderada con un 0,685. Los 9 casos en los que no hubo sospecha clínica de corioamnionitis dieron negativo en microbiología de placenta. Los que sí tuvieron sospecha clínica de corioamnionitis y dieron positivo en microbiología de placenta fueron 5 de los 8 casos como se objetiva en la Figura 2.

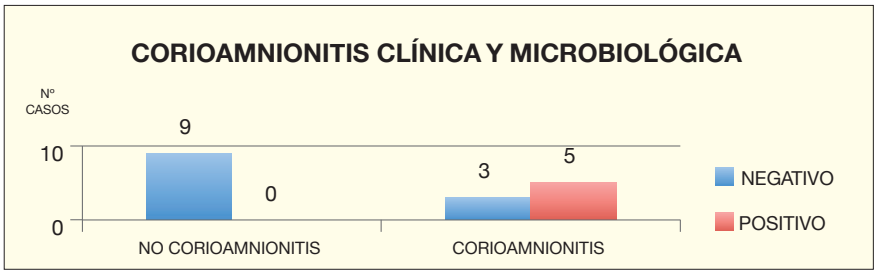


Figura 2. Distribución de los resultados microbiológicos placentarios según la sospecha clínica corioamnionitis

f) Histología placentaria y microbiología de placenta

El p-valor es de 0,066, lo que indica que no hay relación. Sin embargo, siendo valores tan próximos entre sí y dado el pequeño tamaño muestral del estudio, no podemos obtener conclusiones. De los 12 casos de placentas informadas por Microbiología como negativas para infección, 7 de ellos dieron negativo también en el análisis histológico, siendo en 2 casos positivo para DPPNI histológica, en 2 casos positiva para corioamnionitis histológica estadio II grado 1 y en 1 caso positiva para corioamnionitis estadio III grado 2. De los 5 casos de placentas positivas para Microbiología, tres fueron estadio II grado 1, una como estadio II grado 2 y otra como estadio III grado 2.

3.2.2. Relación clínica,epidemiológica e histológica de DPPNI

Al haber tenido únicamente dos casos de DPPNI, no se puede realizar ningún tratamiento estadístico, por lo que únicamente vamos a describir los datos observados sin sacar ninguna conclusión estadística. No parece haber en nuestro estudio relación entre el DPPNI y el tabaquismo, ni entre el DPPNI y la hipertensión arterial, ni entre el DPPNI y el retraso de crecimiento intrauterino, estas últimas variables reflejadas en la Figura 3.

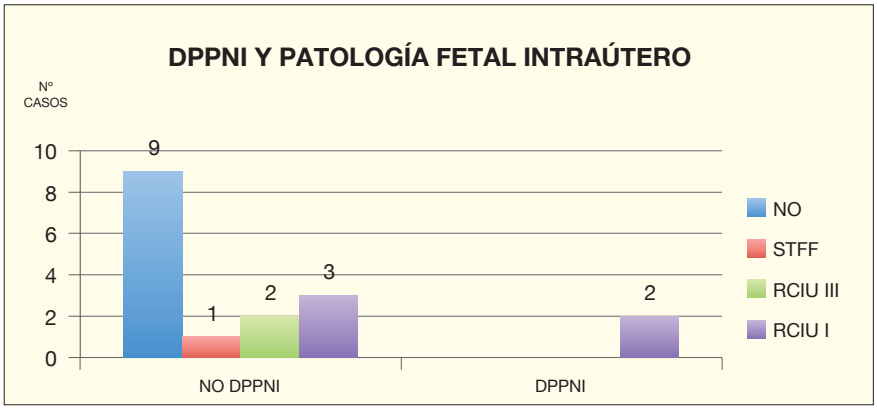


Figura 3. Distribución del número de patología fetal intraútero en función de sospecha o no de DPPNI

Aunque tampoco se puede concluir que existiera ninguna asociación debido al escaso tamaño maestral, parece existir una asociación perfecta entre la sospecha de DPPNI y la histología placentaria que informa de DPPNI ya que no hubo informes anatomopatológicos de DPPNI sin sospecha previa en nuestra muestra como se refleja en la siguiente figura.

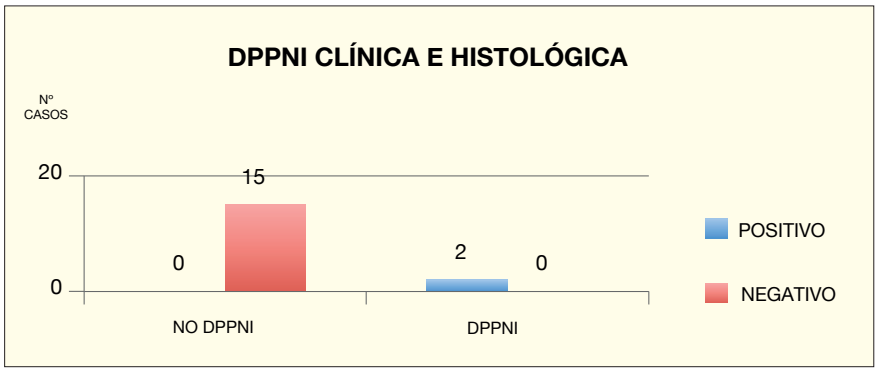


Figura 4. Distribución del número de histologías placentarias en función de si sospecha o no de DPNNI.

3.2.3. Relaciones sobre morbilidad neonatal

a) Sexo neonato y días de ingreso en Unidad Neonatal

No hubo diferencias representativas entre ambos sexos en los casos en los que no hubo fallecimiento debido al escaso tamaño muestral.

b) Broncodisplasia pulmonar neonatal y días de ingreso

La relación no es significativa en este trabajo ya que sólo hubo 2 casos. Los que no tuvieron broncodisplasia pulmonar pasaron ingresados menos de 30 días, pesando casi todos ellos más de 1000 gramos al nacer. Los que desarrollaron broncodisplasia pulmonar estuvieron más de 50 días ingresados y pesaron <1000 gramos. Sin embargo, achacamos los días de ingreso al peso neonatal y edad gestacional más que al desarrollo de broncodisplasia pulmonar.

c) Días de ingreso en la Unidad Neonatal y edad gestacional al momento del parto

Observamos que, a mayor edad gestacional al nacer, menos días de ingreso y a mayor tiempo de ingreso, menor edad gestacional al nacer (r de Pearson = -0,392). Interpretamos así que la edad gestacional al nacer es el factor más importante para la morbimortalidad neonatal.

d) Sensibilidad, especificidad, valor predictivo positivo y valor predictivo negativo

Para realizar estos cálculos, se tuvieron en cuenta los cultivos genitales (como prueba diagnóstica de uso habitual) comparándolos con la histología

placentaria, que se consideró el "*gold standard*", y, por tanto, el indicador de enfermos ó sanos. En este estudio la sensibilidad fue del 58,33 % y la especificidad del 50 %. El valor predictivo positivo (VPP) fue de 87,50 % y el valor predictivo negativo (VPN) de 16,76 %.

4. DISCUSIÓN

La proporción mayoritaria de los PP en esta muestra fueron causados bien por corioamnionitis o por DPPNI con confirmación histológica, de acuerdo a la bibliografía revisada (Salvador, 2015 y Morgan, 2016). También estuvieron implicados en el PP en nuestra muestra la RPM y la APP, dándose en 6 casos ambas complicaciones a la vez. Sin embargo, ninguna de las dos fueron variables principales de estudio.

La variable antecedente de PP, que está descrita como el factor de riesgo más importante en la mayoría de literatura revisada (Sepúlveda, 2012 y Morgan, 2016), ha sido prácticamente inexistente (sólo un caso), lo que es muy destacable y se achaca al reducido tamaño muestral y a que cada vez hay menos gestantes multíparas. Sin embargo, sí se cumple que muchas de las gestantes eran nulíparas (9/17) aunque no se llegó en este estudio a los valores descritos en la bibliografía (85 %) (Sepúlveda, 2012).

Las técnicas de reproducción asistida también parecen estar relacionadas con el PP (Salvador, 2015). De hecho, de las 17 gestaciones analizadas en este trabajo, 4 fueron llevadas a cabo mediante estas técnicas, lo que supone casi un 25% de las PP observadas.

En relación a la edad materna, las revisiones sistemáticas informan de que las gestantes mayores de 35 años tienen más predisposición para desarrollar un PP (Ovalle, 2016). Esta muestra aporta una edad media de 30 años, siendo el 70 % menores de 34. Es decir, aunque existe una tendencia a tener gestantes con edad más avanzada, en este estudio no se puede considerar factor de riesgo para el PP. En cuanto al IMC materno, los datos de esta muestra concuerdan con los de la bibliografía: las gestantes que desarrollan PP tienen sobrepeso en la primera visita (Queiros da Mota, 2013).

El sexo neonatal descrito como predisponente a PP es el masculino, según los datos que aporta la histología de diversos estudios (Salvador, 2015). En el presente trabajo fue prácticamente igual la prevalencia entre ambos sexos: las 12 mujeres frente a 11 varones.

El peso neonatal medio en este estudio fue 1180 gramos, y tal y como describe la literatura (Romero, 2014), existe una relación entre el PP y el crecimiento fetal intrauterino restringido, contabilizando en nuestro estudio 7 casos de RCIU.

Muchos estudios afirman que no existe relación entre la sospecha clínica y los resultados microbiológicos e histológicos placentarios (Morgan, 2016). Sin embargo, nuestros resultados describen una asociación perfecta entre la sospecha de corioamnionitis clínica e histológica en nuestro traba-

jo, con la limitación principal del tamaño muestral para sacar conclusiones definitivas y extrapolables a otras poblaciones. De hecho, se observaron 5 casos en los que la sospecha clínica, cultivos genitales, cultivos placentarios e histología placentaria concordaron a la perfección dando resultado de corioamnionitis.

Debido a los 2 únicos casos en la muestra de DPPNI, no se pueden sacar conclusiones estadísticas sobre nuestra muestra. Sin embargo, podemos subrayar que de los 2 casos en los que se sospechaba DPPNI, en ambos casos la histología corroboró el diagnóstico siendo los cultivos genitales y placentarios negativos y teniendo, por tanto, una relación del 100 %.

No se encontró relación entre la morbilidad neonatal (entendida como días de ingreso en Unidad Neonatal) y el sexo neonatal, ni tampoco entre la mortalidad neonatal y el sexo. Contrariamente a esta información, muchos estudios afirman que los pretérmino varones, además de prevalecer más, se adaptan peor y presentan muchas más complicaciones en la vida extrauterina (Romero, 2014).

En nuestro estudio la relación entre edad gestacional al nacimiento y días de ingreso tuvo una relación inversamente proporcional. El principal determinante del resultado neonatal (determinado en este estudio como días de ingreso en Unidad Neonatal) fue la edad gestacional y el peso al nacimiento y no el desarrollo de broncodisplasia pulmonar como apuntan varias publicaciones (Garmi, 2016).

La mayoría de los trabajos hablan de que la sensibilidad de los cultivos genitales para detectar infecciones es baja pero su especificidad alta. En el presente estudio, la sensibilidad es también baja (58,33%), es decir, baja capacidad para que los cultivos genitales sean positivos en los casos de placentas histológicamente informadas como corioamnionitis, y la especificidad no ha logrado conseguir los valores señalados en la literatura (Chisholmc, 2018), quedándose también con un valor bajo (50%), es decir, baja capacidad de que los cultivos den negativos en los casos de placentas informadas histológicamente como negativas. Esto indica que, en nuestro trabajo, no se puede descartar enfermedad en aquellas pacientes con cultivos genitales negativos ya que la baja sensibilidad conlleva la existencia de falsos negativos (Chisholmc, 2018).

Según estos resultados, es mucho más fiable detectar a los enfermos, es decir, detectar a los casos de enfermedad a través de los cultivos genitales que dan positivo. Sin embargo, debido a que el VPN es tan bajo, no se permite descartar enfermedad cuando los resultados de los cultivos genitales sean negativos (Garmi, 2016). Esto hace pensar que los cultivos genitales no deben ser usados como única prueba diagnóstica o único aspecto a tener en cuenta a la hora de realizar un diagnóstico, teniendo un papel fundamental la clínica que es la que se correlaciona con los resultados histológicos.

Finalmente, nos gustaría subrayar que hay que tener cautela al afirmar dependencia o no entre las variables analizadas en este trabajo debido al escaso tamaño muestral, que es la principal limitación de este estudio.

5. CONCLUSIONES

Los mecanismos que desencadenan un parto pretérmino (PP) son desconocidos. Sin embargo, conociendo los factores relacionados con los PP se puede intentar controlarlos en la práctica clínica diaria y así disminuir en la medida de lo posible la prematuridad y, secundariamente, su comorbilidad. En este estudio prevalecen la mayoría de los aspectos relacionados con el PP revisados en la bibliografía. Las dos entidades más importantes que provocan el PP son la corioamnionitis y el desprendimiento prematuro de placenta normoinserta.

Aunque muchos estudios aboguen por la poca relación entre los hallazgos histológicos y microbiológicos placentarios con la sospecha clínica, según nuestros resultados y a pesar de que el tamaño muestral es reducido, la asociación es fuerte.

Finalmente, es importante destacar que la morbilidad neonatal secundaria a los PP es un hecho, existiendo una relación entre la edad gestacional baja y el bajo peso al nacimiento con una mayor estancia en Unidad Neonatal, siendo la prematuridad en sí el factor más importante de la morbimortalidad.

6. AGRADECIMIENTOS

En primer lugar, agradecer a la Dra. Puente Martínez y al Dr. Rodríguez Martínez por su labor en la tutorización y dirección de este trabajo.

Agradecer enormemente a todos mis compañeros del Servicio de Obstetricia y Ginecología del Hospital San Pedro, así como al equipo de matronas, enfermería y auxiliares de Partos por su ayuda en la recogida de las placentas. Mención especial a la Dra. Arrieta Bretón y la Dra. Cestafe Caro, siempre accesibles y dispuestas a tenderme una mano.

A todo el Servicio de Pediatría por su disponibilidad, en especial a la Dra. Esteban Díez, por su gran ayuda en la recogida de datos neonatales y su interés en este trabajo.

Gracias también a los Servicios de Microbiología y Anatomía Patológica del Hospital San Pedro por su trabajo y esfuerzo para el análisis placentario.

BIBLIOGRAFÍA

Chisholmc K, Norton M, Penn A, and Heerema-McKenney A. (2018). Classification of Preterm Birth With Placental Correlates. *Pediatric and Developmental Pathology*, Vol. 21(6) 548–560.

Elsasser DA, Ananth CV, Prasad V, Vintzileos AM. (2010). Diagnosis of placental abruption: relationship between clinical and histopathological findings. *Eur J Obstet Gynecol Reprod Biol*; 148:125–130.

Furukawa S, Sameshima H, Ikenoue T. (2011). Is the perinatal outcome of placental abruption modified by clinical presentation? J *Pregnancy;* pp1-111.

Garmi G, Okopnik M, Keness Y. (2016). Correlation between Clinical, Placental Histology and Microbiological Findings in Spontaneous Preterm Births. *Fetal Diagn Ther*; 40:141–149.

Instituto Nacional de Estadística (2018). Nacimientos por tipo de parto, tiempo de gestación y grupo de edad de la madre. https://www.ine.es/jaxi/Tabla.htm?path=/t20/e301/nacim/a2015/l0/&file=01011.px&

de Jong E, de Jong AS, Bartels CJ, van der Rijt-van den Biggelaar C, Melchers WJ, Sturm PD. Clinical and laboratory evaluation of a real-time PCR for Clostridium difficile toxin A and B genes. *Eur J Clin Microbiol Infect Dis*. 2012 Sep;31(9):2219-25.

Kim CJ, Romero R, Chaemsaithong P. (2015). Chronic inflammation of the placenta: definition, classification, pathogenesis, and clinical significance. *Am J Obstet Gynecol*; 213: S53–S69.

Kyozuka H, Yasuda S, Hiraiwa T, Ishibashi M, Kato K, Fujimori K. Histological Chorioamnionitis as a Risk Factor for Preterm Birth without Disturbing Fetal Heart Rate: A Case-Control Study. *Tohoku J Exp Med*. 2017 Dec;243(4):289-295.

Liu L, Johnson HL, Cousens S, Perin J, Scott S. (2012). Global, regional, and national causes of child mortality: an updated systematic analysis for 2010 with time trends since 2000. *The Lancet;* 379:2151–2161.

Llurba O, Fabre E, Goya M, Ruiz C, Valls A. (2014). Prevención y manejo del parto pretérmino. *Documentos de Consenso SEGO*.

Morgan TK. (2016).Role of the placenta in preterm birth: a review. *Am J Perinatol*; 33:258–266.

Ovalle A, Martínez MA, Fuentes A, Marques X, Vargas F, Vergara P. (2016). Obesidad, factor de riesgo de infección bacteriana ascendente durante el embarazo. *Rev Med Chile*; 144(4).

Queiros da Mota V, Prodhom G, Yan P, Honhlfhed P. (2013). Correlation between placental bacterial cultura results and histological chorioamnionitis: a prospective study on 376 placents. *J ClinPathol*; 66:243-48.

Romero R, Dey SK, Fisher SJ. (2014). Preterm labor: one syndrome, many causes. *Science*; 345:760–765.

Salvador J. (2015). Factores de riesgo del parto pretérmino: estudio caso-control. *Rev Per Ginecol Obstet*; 50 (4): 232-242.

Sepúlveda A, Kobrich S, Guiñez R, HAsbun J. (2012). Morbilidad de prematuros tardíos: evidencia actual y Nuevo enfoque. *Rev Chil Obstet Ginecol*; 77 (2): 154-158.

Valerio TA, Cancelier AC, Constantino L, Petronilho F, Ritter C, DalPizzol F. (2012). Inflammatory and oxidative cord blood parameters as predictors of neonatal sepsis severity. *Rev Bras Ter Intensive*; 24(1): 30-4.

Zubía 37-38 205-218 Logroño 2020-2021

UTILIDAD DEL RATIO SFLT-1/PIGF EN EL CRIBADO DE PREECLAMPSIA PRECOZ EN LA POBLACIÓN GESTANTE DE LA RIOJA*

MARIANO LAGUNA OLMOS[1*]
CRISTINA FERNÁNDEZ GARCÍA[2]
ANA CRISTINA RUIZ PEÑA[2]
CARLOTA CESTAFE CARO[3]
EDURNE ÁLVAREZ SUBERVIOLA[3]
CRISTINA TEJADA LAMAS[2]
OLIVIA LAFALLA BERNAD[3]

RESUMEN

Objetivo. Evaluar la utilidad del ratio sFlt-1/PIGF en semana 26 para descartar preeclampsia en pacientes con IP AUt medio patológico en segundo trimestre en nuestra población.

Material y métodos. Estudio monocéntrico de cohortes llevado a cabo entre septiembre de 2018 y septiembre de 2019. La población de referencia de nuestro estudio fueron todas las gestantes de la Comunidad Autónoma de La Rioja cuya atención se encuentra centralizada en el Hospital San Pedro de Logroño, siendo la población diana todas las gestantes con gestación única que se encontraban asintomáticas en el momento del cribado (ecografía morfológica en semana 21 de gestación) y en las que resultó patológico el IP AUt medio (> del percentil 95 para las gestantes de bajo riesgo "a priori" de forma repetida en semana 21 y 26, > percentil 75 para las gestantes de alto riesgo "a priori" en semana 21).

Resultados. De nuestra población de referencia (1896 gestantes) un total de 27 cumplieron los criterios de inclusión. De estas, 22 presentaron un valor del Ratio sFlt-1/PIGF menor de 38, mostrando una especificidad y un valor predictivo negativo del 88% y 100% respectivamente para descartar preeclampsia, continuando un control gestacional de bajo riesgo. Dos gestantes presentaron un ratio mayor de 85, ambas presentaron eventos adversos relacionados con el cuadro de insuficiencia placentaria que sufrían, desprendimiento prematuro de placenta normoinserta y síndrome de

* Registrado el 27 de abril de 2020. Aprobado el 20 de enero de 2021.

1. Residente Ginecología y Obstetricia, Hospital San Pedro, Logroño, La Rioja (España).
* E-mail: laguna_pole@hotmail.com
2. Residente Ginecología y Obstetricia, Hospital San Pedro, Logroño, La Rioja (España).
3. Facultativo Ginecología y Obstetricia, Hospital San Pedro, Logroño, La Rioja (España).

HELLP tras óbito fetal. Se compararon los factores de riesgo de preeclampsia considerados en el cribado epidemiológico de primer trimestre y las características epidemiológicas de las pacientes con este cuadro de las que no desarrollaron la enfermedad sin encontrar diferencias estadísticamente significativas.

Conclusión. La puesta en marcha de un cribado basado en factores epidemiológicos en primer trimestre acompañado de la determinación Doppler del IP AUt medio y el ratio sFlt-1/PIGF en nuestra población parece ser útil para descartar preeclampsia precoz, ya que presenta una alta especificidad y valor predictivo negativo, similar al que se describe en la bibliografía.

Palabras clave: Preeclampsia, Tirosina-cinasa soluble de tipo FMS/Factor de crecimiento placentario, Doppler de las arterias uterinas.

Aim. To evaluate the usefulness of the sFlt-1/PIGF ratio at 36 week of pregnancy to dismiss early *preeclampsia.*

Material and methods. Monocentric cohort study carried out between September 2018 and September 2019. The reference population of our study were all pregnant women in the Autonomous Community of La Rioja whose healthcare is centralized in San Pedro's Hospital. The target population were all pregnant women with a single gestation who were asymptomatic at the time of screening (morphologic ultrasound at 21st week) and in whom the mean of IP AUt was pathological (> 95th percentile for low-risk pregnant women repeatedly at 21st and 26th week or > 75th percentile for high-risk pregnant women at 21st week).

Results. 27 women met the inclusion criteria of our reference population (1896 pregnant women). From these 27 women, 22 of them presented a value of the ratio sFlt-1 / PIGF less than 38, showing a specificity and a negative predictive value of 88% and 100% respectively to dismiss preeclampsia, continuing a low-risk gestational control. Two pregnant women presented a ratio greater than 85 and both presented adverse events related to the placental insufficiency they suffered, premature detachment of the normal placenta and HELLP syndrome after fetal death. The risk factors for preeclampsia in the first trimester screening and the epidemiological characteristics of the patients with this condition were compared with those who did not develop the disease without finding statistically significant differences.

Conclusion. The implementation of a screening based on epidemiological factors in the first trimester together with the Doppler determination mean of IP AUt and the sFlt-1 / PIGF ratio in our population seems to be useful to dismiss early preeclampsia, since it has a high specificity and a negative predictive value, similar to those reported in the literature.

Keywords: Pre-eclampsia, Soluble fms-like tyrosine kinase 1/placental growth factor ratio, Uterine artery Doppler.

1. INTRODUCCIÓN

La preeclampsia (PE) es un síndrome específico de la gestación que afecta al 2-5% de los embarazos y está involucrada en el 15% de las muertes maternas (Zhang J et al, 2003). En mujeres con factores de riesgo muy alto, como hipertensión crónica, diabetes mellitus, obesidad, nefropatía o antecedente de PE en un embarazo previo, la probabilidad de tener una PE se eleva al 10-30% (Catov JM et al, 2007).

El 80-90% de los casos son de presentación tardía (más allá de la semana 34 de gestación) y cursan habitualmente como formas leves. El 10-20% restante aparecen de forma temprana (antes de la semana 34) y se asocian con más frecuencia a complicaciones maternas, como insuficiencia renal, fallo hepático, trastornos de la coagulación, hemorragia hepática, edema de pulmón, convulsiones (eclampsia) e ictus, así como con complicaciones fetales: retraso del crecimiento intrauterino y abruptio placentae (Von DP et al, 2003).

Se hace necesaria la incorporación de nuevas herramientas que permitan sospechar de forma temprana su aparición y controlar su evolución. El estudio Doppler de las arterias uterinas se ha postulado durante las últimas dos décadas como el método más prometedor para predecir la aparición de la PE, pero no se ha logrado introducir entre los controles obstétricos habituales, debido a su limitado valor predictivo positivo (Conde-Agudelo A et al, 2008).

Recientemente se han producido grandes avances en la investigación sobre la PE, entre los que destaca el descubrimiento de la existencia de un desequilibrio en la producción y la liberación a la circulación materna de factores reguladores de la angiogénesis desde las placentas en situación de isquemia (Levine RJ et al, 2004), como son sFlt-1 o PIGF. El empleo de estos factores angiogénicos puede complementar en varios aspectos al Doppler de arterias uterinas, lo que permitiría la introducción de ambos en la práctica habitual.

La consecución de un método de cribado para la PE eficiente podría servir para mejorar nuestra capacidad de diferenciación, de manera que se pudiesen concentrar los esfuerzos en las gestantes en las que el cribado resultase positivo y disminuir la ansiedad en el grupo de embarazadas con factores de riesgo en el que resultara negativo. La inexistencia de un tratamiento efectivo disponible es la principal limitación para considerar necesaria la implantación de un cribado de la PE en la actualidad. Sin embargo, la correcta selección puede ser la clave para identificar a las mujeres que más se puedan beneficiar de medidas profilácticas (Campbell S, 2005).

Entre las 20 y las 26 semanas de gestación, el empleo combinado de factores reguladores de angiogénesis y del Doppler de las arterias uterinas ha demostrado, en diferentes estudios, un excelente rendimiento como prueba de cribado para la PE precoz (Tabla 1) (Espinoza J et al, 2007; Stepan H et al, 2007; Crispi F et al, 2008; Diab AE et al, 2008).

Tabla 1. Rendimiento de la combinación del Doppler de arterias uterinas y los marcadores angiogénicos sFlt-1 y PIGF para la predicción de preeclampsia temprana (< 34 semanas) en el segundo trimestre. Resumen de los estudios publicados y descritos anteriormente.

	Edad de gestación del cribado (semanas)	Capacidad predictiva		Diseño	
		Sensibilidad %	Especificidad %		
Espinoza et al[a]. 2007	22-26	73	96	Cohortes. Población general	N = 3.348 sanasN= 15 PE temprana
Stepan et al. 2007	19-24	83	95	Cohortes. Población de riesgo alto	N = 63 con Doppler AUt alterado
Crispi et al[b]. 2008	24	89,5	95	Casos y controles. Población general	N = 76 sanasN= 19 PE/ CIR temprano
Crispi et al[b]. 2008	23	98	95	Cohortes. Población de riesgo alto	N = 108 con Doppler AUt alterado

Por tanto, la aplicación de los nuevos marcadores angiogénicos en combinación con otros marcadores de PE ya conocidos, como el estudio Doppler de las arterias uterinas, ha puesto a nuestro alcance la posibilidad inimaginable hace unos años de realizar un cribado eficiente de la PE al comienzo de la segunda mitad del embarazo.

En nuestro centro se lleva a cabo un cribado contingente de PE que consiste en la clasificación de nuestras gestantes en la consulta de primer trimestre en gestantes de bajo o alto riesgo "a priori" en función de una serie de factores epidemiológicos descritos en la guía NICE (Tabla 2). Las pacientes consideradas de "alto riesgo" deben comenzar tratamiento con ácido acetilsalicílico 150mg/diario antes de la semana 16 hasta la semana 36 de gestación, como prevención de PE (Askie LM et al, 2007). Posteriormente, en la ecografía morfológica en torno a la semana 21 se evalúa el Doppler de arterias uterinas a todas las pacientes. Puesto que el rendimiento del índice de pulsatilidad medio de las arterias uterinas (IPm-AUt) es inferior en gestantes con factores de riesgo predisponentes, en nuestro centro utilizamos diferente punto de corte de este, basado en los valores de referencia en función del riesgo "a priori" determinado por la historia clínica en la primera visita del embarazo (mayor o igual para percentil 75 para gestantes de alto riesgo "a priori" y mayor o igual para el percentil 95 para gestantes de bajo riesgo "a priori"). Dada la baja especificidad del IPm-AUt entre la semana 19-22, se reevalúa de nuevo a las gestantes de bajo riesgo, y solamente se considera candidatas para la aplicación de biomarcadores y seguimiento intensivo a aquellas en las que persista la elevación del IPm-AUt en la semana 26.

Zubía | *núm. 37-38 (2019-2020), pp. 205-218*
ISSN 0213-4306

Tabla 2. Criterios epidemiológicos del cribado de 1º Trimestre.

Criterios Mayores	Criterios Menores
Preeclampsia previa	Edad materna > 40 años
HTA Crónica	Nulípara o más de 10 años desde el último parto
Enfermedad renal crónica	IMC > 35.
Diabetes Mellitus pregestacional	Madre o hermana con preeclampsia
Trombofilia	
Lupus Eritematoso Sistémico	
Ovodonación	

Aquellas mujeres con bajo riesgo que presenten un IPm-AUt superior al percentil 95 en semana 26 y con alto riesgo "a priori" superior a percentil 75 se les aplicará en semana 26 la medición del cociente sFlt1/PIGF. Los valores del ratio nos orientaran a:

— Si su valor se sitúa por debajo del punto de corte de máxima sensibilidad establecido (<38) se seguirá un control obstétrico convencional adaptado a las características de la paciente.

— Si su valor alcanza unos valores intermedios (38-85) se propone una nueva revisión con nueva detección de los biomarcadores en un intervalo de dos semanas.

— Si su valor supera el punto de corte de máxima especificidad (>85) se recomienda el mismo manejo al de una paciente diagnosticada de PE por el método tradicional, y reevaluar el cociente cada 48-96 horas para ayudar al manejo clínico.

1.1. Objetivos

Por todo lo expuesto anteriormente, el objetivo de este estudio fue evaluar la utilidad del ratio sFlt-1/PIGF en semana 26 para descartar PE en pacientes con IPm-AUt patológico en nuestra población de gestantes.

Como objetivos secundarios se plantearon:

— Estudio de la prevalencia de PE precoz en nuestra muestra tras la aplicación del nuevo cribado poblacional.

— Analizar los factores asociados al desarrollo de PE precoz.

— Describir la aparición de otros eventos adversos relacionados con la insuficiencia placentaria (CIR, parto pretérmino, abruptio placentae, síndrome de HELLP y resultados neonatales) en función del valor de la ratio sFlt-1/PIGF.

2. METODOLOGÍA

Se trata de un estudio monocéntrico de cohortes que se realizó entre septiembre de 2018 y septiembre de 2019 en el Servicio de Ginecología y Obstetricia del Hospital San Pedro de Logroño, tras la aprobación e implantación del nuevo protocolo para la predicción y diagnóstico de PE precoz en dicho hospital.

La población de referencia de nuestro estudio fueron todas las gestantes de la Comunidad Autónoma de La Rioja cuya atención se encuentra centralizada en el Hospital San Pedro, siendo la población diana todas las gestantes con gestación única que se encontraban asintomáticas en el momento del cribado (ecografía morfológica en semana 21 de gestación) y en las que resultó patológico el IPm-AUt (> del percentil 95 para las gestantes de bajo riesgo "a priori" de forma repetida en semana 21 y 26 o > percentil 75 para las gestantes de alto riesgo "a priori" en semana 21).

Se clasificó a las pacientes en tres cohortes en función del valor del ratio sFlt-1/PIGF:

— Menor de 38.

— Entre 38 y 85.

— Mayor de 85.

Se excluyeron del estudio aquellas pacientes que cumplían alguno de los siguientes criterios:

— Gestaciones gemelares.

— Gestaciones con diagnóstico de PE previo al cribado.

— Tras la realización de IPm-AUt en semana 21 quedan excluidas aquellas pacientes que el nuevo control en semana 26, su IPm-AUt fue inferior al percentil 95.

— Aquellas pacientes que en el momento de cierre del periodo de recogida de datos (septiembre 2019) no habían finalizado la gestación pese a cumplir los criterios de nuestro protocolo.

— Finalización de gestación en otro centro.

— Pérdida de seguimiento gestacional.

El muestreo fue consecutivo en el que se incluyeron a todas las pacientes que cumplían los criterios de inclusión de nuestro protocolo durante el periodo de recogida de datos. Según los datos revisados en la bibliografía (aproximadamente un 5% de las gestantes presentan IP AUt medio patológico), estimándose el tamaño de la muestra en torno a 80 pacientes.

Las variables clínicas que se analizarán en el estudio se muestran y se definen en la siguiente tabla.

Zubía | *núm. 37-38 (2019-2020), pp. 205-218*
ISSN 0213-4306

Tabla 3. Variables del estudio y su descripción.

VARIABLE	DEFINICIÓN DE LA VARIABLE	TIPO DE VARIABLE	VALORES
Edad	Número en años que la paciente tenía en el momento de la 1ª Ecografía.	Cuantitativa discreta	Medida en años.
Tabaco	Consumo de tabaco en el momento de la Ecografía de 1º Trimestre.	Cualitativa dicotómica	Si / No.
Paridad	Número de partos con fetos viables (mayor de 24 semanas de gestación).	Cuantitativa discreta	0, 1, 2, >o=3
Factores de riesgo (Mayores):	Preeclampsia previa HTA Crónica Enfermedad renal crónica DM Pregestacional Trombofilia Lupus Eritematoso Sistémico Ovodonación	Factores de riesgo: Cualitativa dicotómica	Factores de riesgo: Si /No.
Factores de riesgo (Menores):	Mayor de 40 años Nulípara o más de 10 años desde el último parto. IMC mayor de 35 Madre o Hermana con Preeclampsia	FR (Menores): Cualitativa Dicotómica.	FR (Menores) Si/No
Riesgo de Preeclampsia	- Alto riesgo: al menos presentaban 1 criterio mayor o 2 menores - Bajo riesgo: no presentaban lo anteriormente descrito.	Cualitativa dicotómica	Bajo riesgo / Alto riesgo
Ácido Acetil Salicílico 150mg	Toma de ácido acetilsalicílico antes de la semana 16 de gestación.	C. Dicotómica	Si / No
IP AUt medio semana 20	Se consideró patológico en percentil >95 y 75 para las pacientes de bajo y alto riesgo “a priori” respectivamente.	C. Dicotómica	Patológico / Normal
IP AUt medio semana 26	Se consideró patológico en percentil >95 y 75 para las pacientes de bajo y alto riesgo “a priori” respectivamente.	C. Dicotómica	Patológico / Normal
Ratio sFlt-1/ PIGF	Agrupación en tres grupos en función del valor de la Ratio.	Cualitativa Ordinal	Bajo riesgo: <38 Riesgo intermedio: 38-85 Alto riesgo: >85
Diagnóstico de Preeclampsia	Paciente que cumplía los criterios de diagnóstico de preeclampsia (HTA > 145/95 y proteinuria > 300mg/24h)	C. Dicotómica	Si / No
Preeclampsia (t)	Tiempo transcurrido desde la primera ocasión que se solicitó el marcador hasta que se diagnosticó la preeclampsia, expresado en días.	Cualitativa Ordinal	<7 días / 7-28 días / > 28 días.
Retraso del crecimiento intrauterino (RCIU)	Peso fetal estimado en un percentil menor de 3 o un percentil entre 3-10 con un Doppler fetal alterado.	C. Dicotómica	Si / No

VARIABLE	DEFINICIÓN DE LA VARIABLE	TIPO DE VARIABLE	VALORES
Semanas gestacionales de finalización del embarazo	Semana gestacional según la fecha de su última regla expresada con número y un decimal correspondiente a los días.	Cuantitativa continua	Números enteros expresando el día de la semana con un decimal.
Inducción del parto	Finalización de la gestación mediante inducción.	C. Dicotómica	Si / No
Motivo de inducción	Se describió si el motivo de la inducción es un proceso asociado a insuficiencia placentaria como: RCIU, DPPNI, Eclampsia, Ictus… u otra causa independiente.	C. Dicotómica	Insuficiencia placentaria/Otro
Hipertensión gestacional	Tensión arterial elevada presente antes del inicio de la gestación o aquella que aparece durante la gestación sin presentación de proteinuria.	C. Dicotómica	Si / No
Tratamiento Antihipertensivo	Se describió si la paciente precisaba la toma de algún fármaco antihipertensivo.	C. Dicotómica	Si / No
Complicaciones:	– Síndrome de Hellp. – Eclampsia – Ictus – RCIU – Muerte fetal intraútero	C. Dicotómica	Si /No

Tras el parto, se realizó una revisión retrospectiva de los datos incluidos en el estudio a partir de su historia clínica incluida en papel y en formato digital en el programa informático Hospitalario Selene.

Se han recopilado y analizado dichos datos mediante una base de datos utilizando el software Microsoft Excel 2013 y con el programa estadístico R-comander.

Las variables cuantitativas se han comparado mediante "U Mann-Whitney" y las categóricas con "Test de Fisher". Una limitación importante para la aplicación de pruebas e interpretación de los resultados es el tamaño muestral tan pequeño. Esto puede condicionar la prueba "U Mann-Whitney" por no tener potencia suficiente.

3. RESULTADOS

Durante el periodo de estudio, un total de 1896 gestantes fueron sometidas al control ecográfico de 2º trimestre en nuestro centro. De todas estas pacientes, se obtuvo un total de 27 pacientes que cumplieron los criterios de inclusión (1.42%).

La edad media de la muestra es de 33.5 años (DE ± 4.85). El 8.7% de las pacientes eran fumadoras. Un 51.8% de las pacientes no tenían hijos

previamente y un 48.2% tenían 1 o más hijos. En cuanto a los factores de riesgo menores: el 11.1% de las pacientes tenía más de 40 años, el 48% de las mismas eran nulíparas o hacía más de 10 años del parto previo, el 3.7% tenían un IMC por encima de 35 y ninguna tenía antecedentes familiares de preeclampsia. Ninguna de las pacientes del estudio tenía factores de riesgo mayores y por tanto ninguna paciente estaba incluida en el grupo de alto riesgo de preeclampsia "a priori". La única paciente que tomaba ácido acetil salicílico, lo hacía por una indicación diferente a la que estudiamos.

La prevalencia de preeclampsia precoz en las pacientes de nuestra muestra fue de un 7.4%.

En la Tabla 4 se resume la asociación entre las diferentes variables y la aparición o no de preeclampsia precoz. Según los resultados obtenidos no existe asociación estadísticamente significativa entre ninguno de los factores clínicos estudiados y la aparición de preeclampsia precoz.

Tabla 4. Asociación entre los diferentes factores de riesgo estudiados y el desarrollo de preeclampsia precoz. (Fr Me: Factores de riesgo menores, IMC: Índice de Masa Corporal).

		PREECLAMPSIA PRECOZ		
		Sí (N=2)	No (N=25)	p
Edad (mediana años, DE)		34,5 (9,19)	34(4,68)	p= 0,816
Tabaco (frec, %)		0 (0%)	2 (8,7%)	
Frec (%) con hijos anteriores	0 hijos	1 (7%)	13 (93%)	p=0,214
	1 o > hijos	1(7,7%)	12 (92,3%)	
Factores de riesgo menores (frec, %)	Fr. Me. > 40 años	1 (25%)	2 (8.7%)	p=0.395
	Fr. Me. Nulípara o >10 años parto ant	1 (25%)	13 (52%)	p=0.596
	Fr. Me. IMC >35	0 (0%)	1 (4.3%)	
	Fr. Me. Madre o hermana con Preeclampsia	0 (0%)	0 (0%)	

La distribución de las pacientes en las tres cohortes según el valor del ratio sFlt-1/PIGF se puede observar en el gráfico de la página siguiente.

Para poder analizar la utilidad del ratio en el cribado de preeclampsia se han simplificado las 3 cohortes estudiadas en dos grupos: uno de ellos incluye a las pacientes con resultado del ratio menor de 38 y el otro incluye a las pacientes de las otras dos cohortes (valores ≥ 38). Esta división se ha estipulado en un valor de 38 ya que por debajo de este valor, según los estudios descritos en la bibliografía, se descarta la preeclampsia, no son necesarios más controles y la gestante será sometida a un control gestacional habitual.

La siguiente tabla (Tabla 5) representa la sensibilidad, especificidad, valor predictivo positivo y negativo de un valor del ratio < 38 para descartar la

aparición de preeclampsia precoz en las gestantes con un cribado positivo en nuestra muestra. Destaca tanto la especificidad como el valor predictivo negativo, que confirman la utilidad de la ratio para descartar el desarrollo de preeclampsia.

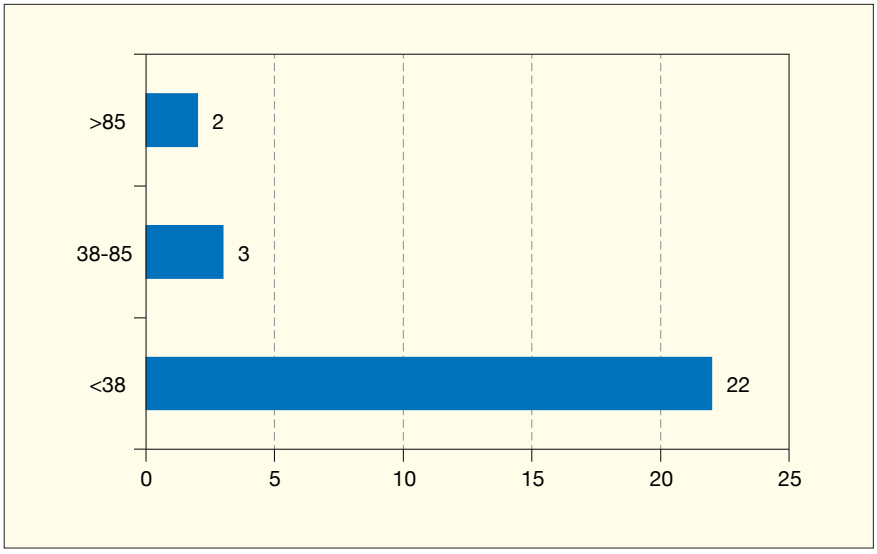


Imagen 1. Distribución de las pacientes en las 3 cohortes a estudio en función del valor del ratio sFlt-1/PIGF.

Tabla 5. Medidas de validez del ratio sFlt-1/PIGF en nuestro estudio.

Sensibilidad	**100%**	IC 95% (34.2% - 100%)
Especificidad	**88%**	IC 95% (70% - 95.8%)
Valor Predictivo Positivo	**40%**	IC 95% (11.8 % - 76.9%)
Valor Predictivo Negativo	**100%**	IC 95% (85.1% - 100%)

Ninguna de las pacientes con un resultado intermedio del ratio (entre 38 y 85) desarrolló una preeclampsia precoz. De las 3 pacientes de este grupo, 2 de ellas desarrollaron un cuadro de retraso del crecimiento intrauterino tardío y la otra paciente desarrolló una preeclampsia leve tardía en semana 38. Estas mismas fueron las indicaciones de inducción de parto de estas pacientes.

Únicamente dos de nuestras pacientes presentaron niveles del ratio mayores de 85 en semana 26. Ambas presentaron eventos adversos relacionados con el cuadro de insuficiencia placentaria que sufrían: desprendimiento prematuro de placenta normoinserta y síndrome de HELLP tras óbito fetal.

4. DISCUSIÓN

La PE continúa siendo una de las principales causas de morbilidad y mortalidad materna y perinatal. A pesar de su repercusión, hasta ahora no ha habido métodos adecuados para detectarla de forma temprana y prevenir sus complicaciones. Las estrategias de selección basadas en la presencia de factores de riesgo maternos no resultan eficientes. El empleo del Doppler de arterias uterinas no se ha conseguido imponer en la práctica habitual, pero en combinación con los nuevos marcadores angiogénicos sFlt-1 y PIGF se convierte en una herramienta con gran potencial para la predicción y el diagnóstico temprano de la PE.

El propósito de esta investigación fue evaluar la utilidad del ratio sFlt-1/PIGF en semana 26 para descartar PE en pacientes con IPm-AUt patológico en nuestra población de gestantes. A continuación, se discuten los resultados obtenidos en esta investigación con los revisados bibliográficamente, así como las limitaciones de este estudio.

La PE afecta al 2-5% de los embarazos y está involucrada en el 15% de las muertes maternas. En mujeres con factores de riesgo hipertensión crónica, diabetes mellitus, obesidad, nefropatía o antecedentes de PE en un embarazo previo, la probabilidad se eleva hasta un 10-30%. En nuestro estudio ninguna de las pacientes presentaba factores de riesgo mayores de PE, esto se debe a que son gestantes controladas en una consulta específica en la que no se ha llevado a cabo este protocolo de cribado. En cuanto a las características clínicas de nuestras pacientes, según los resultados obtenidos, no existe asociación estadísticamente significativa entre los factores clínicos estudiados de las pacientes que presentaron PE precoz frente a las que no la presentaron.

El estudio Doppler de las arterias uterinas ha sido el método más prometedor para predecir la aparición de la PE en los últimos 20 años, pero su bajo valor predictivo positivo ha impedido su implantación en los controles obstétricos habituales. Según la bibliografía, hasta un 5% de gestantes presentan un IPm-AUt alterado en semana 26. De nuestra población, solo un 1.42% de las pacientes presentaron un IPm-AUt alterado. Esto podría explicarse por la implantación incompleta del protocolo de cribado de preeclampsia en el servicio, que ha derivado en un cribado inadecuado de nuestras pacientes y una disminución del tamaño muestral esperado.

Entre las 20 y las 26 semanas de gestación, el empleo combinado del ratio sFlt-1/PIGF y Doppler de las arterias uterinas ha demostrado, en diferentes estudios, un excelente rendimiento como prueba de cribado para la PE precoz. En nuestro estudio ninguna de las 22 pacientes que presentaron niveles del ratio sFlt-1/PIGF inferiores a 38 tras un IPm-AUt alterado, desarrolló un cuadro de insuficiencia placentaria precoz lo que reafirma la utilidad de este marcador para descartar la misma. Así lo demuestra el alto valor predictivo negativo y la especificidad de nuestro estudio.

En cuanto a la utilidad del ratio para el diagnóstico de la PE, ésta es superior a su capacidad predictiva. Dos estudios recientes han demostrado

que el ratio tiene una sensibilidad y especificidad superior al 95% para el diagnóstico de PE Precoz (World Health Organization, 2008). En nuestro estudio, las únicas dos pacientes que desarrollaron una preeclampsia precoz presentaron un cribado positivo para la misma, con unos niveles del ratio mayores a 85. No se observaron falsos positivos. Lo que demuestra, aunque con una muestra muy limitada, la utilidad del ratio para el diagnóstico de preeclampsia temprana en nuestra población.

Por tanto, podemos afirmar que en nuestro estudio el ratio sFlt-1/PIGF constituye una buena herramienta en el diagnóstico y cribado de preeclampsia en 2º Trimestre. Para aumentar la validez de nuestros resultados sería necesaria una muestra más numerosa, que podría lograrse al mejorar la realización del cribado en nuestro centro y ampliando el periodo de recogida de datos.

5. CONCLUSIONES

La puesta en marcha de un cribado basado en factores epidemiológicos en el primer trimestre acompañado de la determinación Doppler del IPmAUt y el ratio sFlt-1/PIGF en nuestra población parece ser útil para descartar preeclampsia precoz, ya que presenta una alta especificidad y valor predictivo negativo, similar al que se describe en la bibliografía.

Niveles del ratio sFlt1/PIGF > 85 se correlacionan con el diagnóstico de preeclampsia en nuestra población tal y como afirma la bibliografía.

El pequeño tamaño de nuestra muestra limita la significación de nuestros resultados y la extrapolación de los resultados a la población general. Sería necesario ampliar la muestra para obtener resultados con una mayor significación estadística.

6. AGRADECIMIENTOS

Agradecer a todos los miembros del servicio de Ginecología y Obstetricia del Hospital San Pedro de Logroño su participación en la puesta en marcha de este protocolo, no solo a los que han estado involucrados directamente sino a todos los que forman parte del día a día en nuestro trabajo.

BIBLIOGRAFÍA

Askie LM, Duley L, Henderson-Smart DJ, Stewart LA. Antiplatelet agents for prevention of pre-eclampsia: a meta-analysis of individual patient data. *Lancet*. 2007;369:1791–8.

Campbell S. First-trimester screening for pre-eclampsia. *Ultrasound Obstet Gynecol*. 2005;26:487–9.

Catov JM, Ness RB, Kip KE, Olsen J. Risk of early or severe pre-eclampsia related to pre-existing conditions. *Int J Epidemiol*. 2007;36:412–9.

Conde-Agudelo A, Lindheimer M. Use of Doppler ultrasonography to predict pre-eclampsia. *CMAJ.* 2008;179:53–4.

Crispi F, Llurba E, Domínguez C, Martín-Gallán P, Cabero L, Gratacós E. Predictive value of angiogenic factors and uterine artery Doppler for early- versus late-onset pre-eclampsia and intrauterine growth restriction. *Ultrasound Obstet. Gynecol.* 2008;3:303–9.

Diab AE, El-Behery MM, Ebrahiem MA, Shehata AE. Angiogenic factors for the prediction of pre-eclampsia in women with abnormal midtrimester uterine artery Doppler velocimetry. *Int J Gynaecol Obstet.* 2008;102:146–51.

Espinoza J, Romero R, Nien JK, Gomez R, Kusanovic J, Gonçalves LF, et al. Identification of patients at risk for early onset and/or severe preeclampsia with the use of uterine artery Doppler velocimetry and placental growth factor. *Am J Obstet Gynecol.* 2007;196:326.e1–13.

Levine RJ, Maynard SE, Qian C, Lim KH, England LJ, Yu KF, et al. Circulating angiogenic factors and the risk of preeclampsia. *NEJM.* 2004; 350:672–83.

Von DP, Magee LA, Roberts JM. Subclassification of preeclampsia. *Hypertens. Pregnancy.* 2003;22:14.

Stepan H, Unversucht A, Wessel N, Faber R. Predictive value of maternal angiogenic factors in second trimester pregnancies with abnormal uterine perfusion. *Hypertension.* 2007;49:818–24.

World Health Organization. World Health Report 2005: make every mother and child count. Geneva, Switzerland: World Health Organization; 2005. www. Who. Int/whr/2005/whr2005_en.pdf.Accessed March 2, 2008.

Zhang J, Meikle S, Trumble A. Severe maternal morbidity associated with hypertensive disorders in pregnancy in the United States. *Hypertens Pregnancy.* 2003;22:203-12.

Zubía 37-38 219-226 Logroño 2020-2021

OSTEOTOMÍA PERONÉ PRIMARIA. UN RECURSO A TENER EN CUENTA EN EL ENCLAVADO ENDOMEDULAR POR FRACTURA DIAFISARIA AISLADA DE TIBIA*

IGNACIO PUYUELO JARNE[1*]
EDUARDO GALLINAS MARAÑA[2]

RESUMEN

El tratamiento quirúrgico de las fracturas diafisarias de tibia ha sido siempre origen de controversia por la existencia de una serie de opciones quirúrgicas, algunas muy similares y a la vez, muy estudiadas, como son: la fijación interna con placas, la utilización de fijador externo o como planteamos en nuestro caso, el enclavado endomedular, ya sea fresado o no fresado, bloqueado o no bloqueado; que buscan un objetivo final, que no es otro que permitir al paciente, una recuperación temprana con una carga precoz en base una cirugía lo menos invasiva posible que minimice lo máximo posible el sangrado, y la duración de la intervención.

En nuestro caso, demostramos la posibilidad de añadir al enclavado endomedular habitual, un gesto quirúrgico que tiene evidencia científica, que ayude más si cabe a la consolidación de la fractura.

Palabras clave: Fracturas diafisarias, tibia, enclavado endomedular, osteotomía peroné, fracturas mal unidas.

The tibia´s diaphyseal fractures management has always been the source of controversy due to the existence of a different surgical´s managements very similar and widely studied, such as: internal fixation with plates, external fixation, or as in our case, endomedullary nailing, reamed or not reamed, blocked or not blocked; seeking a final goal, which is none other than to allow the patient, an early recovery with an early load based on the least invasive surgery possible that minimizes bleeding and radiation exposure as much as possible.

In our case, we demonstrate the possibility of adding to the usual endomedullary nailing, a surgical option that has scientific evidence, which helps more if possible to consolidate the fracture.

* Registrado el 2 de junio de 2020. Aprobado el 19 de enero de 2021.

1. Hospital San Pedro, Logroño, (La Rioja). * E mail: ipuyuelo@riojasalud.es

2. Hospital San Pedro, Logroño, La Rioja.

Kew words: Diaphyseal fractures, tibia, endomedullary nailing, fibula osteotomy, fractures malunited.

1. INTRODUCCIÓN

Las fracturas diafisarias de tibia representan aproximadamente el 9% de todas las fracturas atendidas en un servicio de urgencias según los estudios de Sitnik y Beletsky (2013); Cuenca Espiérrez, et al. (2002); Martínez Martín et al. (1998); y Duan et al. (2012). En general, pueden observarse en cualquier grupo de edad y sexo, aunque es el sexo masculino el más afectado debido a las actividades deportivas de contacto directo, como el fútbol, accidentes viales de motocicleta, así como caídas de grandes alturas. Lo más frecuente es que este tipo de fracturas se den en varones entre 20-40 años, por lo que el tratamiento debe estar encaminado a la consolidación segura, con rehabilitación temprana y la reintegración de los pacientes a sus actividades cotidianas y laborales en el menor tiempo posible.

Un manejo óptimo de estas fracturas, es por tanto, el que brinda la mínima agresión, con mínimo sangrado, máxima alineación y estabilidad tal y como afirman en sus trabajos Sitnik y Beletsky (2013) y Cuenca Espiérrez et al. (2002). Existen diversas formas de tratamiento que tienen en consideración estos principios, como son la fijación externa, la fijación interna mediante placas percutáneas y el enclavado endomedular. Este último, que es el procedimiento que empleamos en nuestro caso, brinda todas las características que mencionamos. Y, si a esto se agrega un cuidado postoperatorio adecuado, nos lleva al éxito de curación del paciente.

El clavo endomedular bloqueado sin fresado en la actualidad se prefiere como implante de elección para la mayoría de las fracturas cerradas y abiertas de la diáfisis de la tibia (Martínez Martín et al. 1998), siempre que exista la posibilidad de su implantación en el canal tibial del paciente.

Dentro de las fracturas diafisarias de tibia, encontramos un subgrupo, en las cuales el peroné se mantiene intacto, lo cual nos lleva a presentar el siguiente caso clínico.

2. METODOLOGÍA

Paciente varón de 34 años politraumatizado que tras accidente de motocicleta acude en ambulancia al servicio de urgencias. A su llegada, el paciente se encuentra estable, consciente y orientado, presentando dolor y deformidad en su pierna derecha.

Se realiza el protocolo ATLS en urgencias descartando lesiones vitales.

Las radiografías realizadas al paciente muestra una fractura diafisaria tibia derecha con peroné intacto.



Imagen 1 y 2. Fractura diafisaria tibia con peroné intacto.

Desde el servicio de Traumatología se procede a la realización de cirugía urgente bajo anestesia raquídea, mediante la cual se consigue una reducción cerrada de la fractura y posterior fijación mediante enclavado endomedular fresado con bloqueo distal. A su vez, se añade un gesto quirúrgico que es la realización de una osteotomía de peroné suprasindesmal que no se sintetiza.

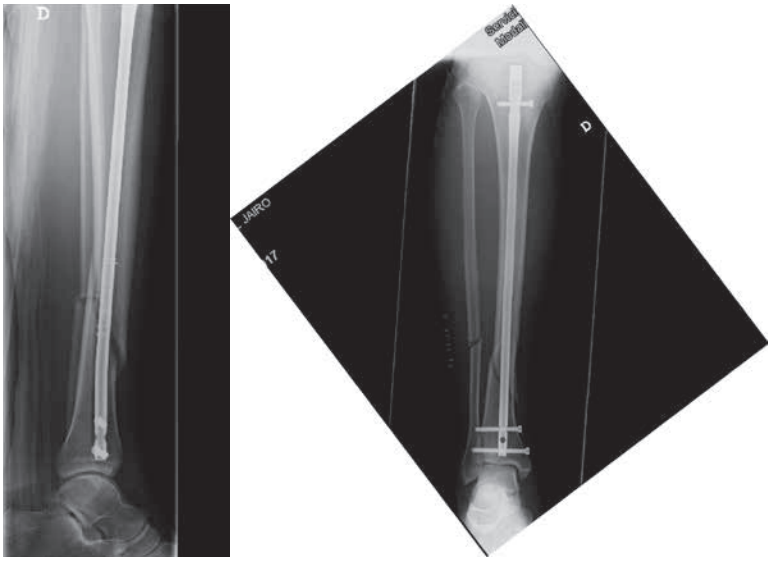


Imagen 3 y 4. Control postoperatorio.

En el postoperatorio se inmoviliza mediante férula posterior, sin carga de peso. A los dos días el paciente es dado de alta domiciliaria tras su adecuada evolución y control correcto del dolor.





Imagen 5 y 6. Control postoperatorio de fractura al mes de la intervención.



Imagen 7. Control postoperatorio a los 6 meses de la intervención.

Zubía | núm. 37-38 (2019-2020), pp. 219-226
ISSN 0213-4306

3. RESULTADOS

Al mes de la cirugía y tras valoración radiográfica se retira la férula, permitiendo al paciente la carga parcial de dicha extremidad.

A los dos meses, se permite la carga total de la extremidad afecta por los incipientes signos de consolidación observados en las radiografías. A los 4 meses, el paciente realiza su actividad habitual y deportiva sin ayuda externa y dolor.

Actualmente el paciente se encuentra asintomático e incluido en lista de espera quirúrgica para retirada del enclavado endomedular.

4. DISCUSIÓN

Según los trabajos de Sitnik y Beletsky (2013) y Duan et al., (2012), en el manejo quirúrgico de las fracturas diafisarias de tibia, lo ideal es que la cirugía sea mínimamente invasiva, tenga una corta duración en cuanto a tiempo quirúrgico, con una tasa baja de sangrado y que, además, la fijación por la que se opte sea lo más estable posible para permitir una recuperación temprana y una carga precoz.

Todo esto se consigue realizando una reducción cerrada de la fractura y un enclavado endomedular que además logré disminuir la exposición del paciente, del personal médico y de enfermería a radiaciones, así como para una disminución de los tiempos de estancia hospitalaria.

Dentro de los tipos de enclavado endomedular existentes, fresados o no fresados, bloqueados o no bloqueados, siempre ha existido controversia en la literatura por evidenciar cuál de los anteriores es el más adecuado y cuál supone el mejor tratamiento, pero, en general, le evidencia científica refiere que no hay pruebas suficientes para llegar a conclusiones definitivas sobre cual es el mejor tipo de técnica de clavado intramedular para las fracturas de diáfisis tibial en adultos. El enclavado intramedular fresado tiene una menor incidencia de fallo del implante que el no fresado, por el aumento del tamaño del implante y la mayor estabilidad resultante. Hay que tener en cuenta que, mediante la técnica del fresado, no se preserva la circulación endóstica y el hematoma fractuario, lo cual se ha demostrado que conlleva a cambios sistémicos que pueden no ser positivos para el paciente, tal y como sugieren Martínez Martín et al (1998) en su trabajo. No obstante, a pesar de todo, siguen sin encontrarse diferencias en la incidencia de reoperaciones o complicaciones según la técnica de enclavado endomedular empleada, ya sea con fresado o sin fresar [Cuenca Espiérrez, et al (2002); Martínez Martín, et al. (1998)].

No existe evidencia científica en la literatura sobre el gesto quirúrgico que añadimos en nuestro paciente, por ser un paso que puede plantearse como complemento a otros, cuando se produce el retardo de consolidación de una fractura diafisaria de tibia tradada con enclavado endomedular bloqueado. Si podemos encontrar algunos estudios como los de Balaji et al (2016) y Teitz et al. (1980) que sugieren que cuando el peroné permanece

intacto en una fractura diafisaria de tibia, se desarrolla una discrepancia en la longitud tibioperonea, lo que causa alteraciones en los patrones de tensión en la tibia y del peroné, lo cual puede conllevar a un retraso en la consolidación o falta de unión de la tibia. Es decir, que debido a la presencia de un peroné intacto, una parte considerable de la fuerza aplicada para comprimir la fractura tibial y, por tanto, la fuerza que interviene en la curación de la fractura en cuestión se gasta en la deformación de dicho peroné sano (Teitz et al. 1980; Thomas et al. 1995). Después de la realización de una osteotomía al peroné, las tensiones que afectan a la tibia se vuelven relativamente más compresivas, lo que puede llegar a favorecer la consolidación de las fracturas. Por lo tanto, según el trabajo de Thomas et al (1995), un peroné intacto parece interferir con la curación de la fractura de tibia, debido a que evita una compresión efectiva en el sitio de la fractura.

En nuestro paciente, en base a los mencionados estudios, hemos aplicado esas teoría realizando una osteotomía de peroné de forma añadida al enclavado endomedular de la fractura diafisaria tibial, obteniendo resultados satisfactorios en la cirugía, rehabilitación temprana, carga precoz y consolidación correcta de la fractura en un periodo de 4 meses.

5. CONCLUSIÓN

La osteotomía de peroné puede considerarse un gesto quirúrgico añadido, además de un recurso a utilizar para conseguir una buena consolidación en caso de una fractura diafisaria de tibia con peroné intacto que se va a tratar con enclavado endomedular, evitando una serie de complicaciones resultantes que pueden ir desde el retardo de consolidación, a una mal unión de la fractura o la más temida, como es la pseudoartrosis.

BIBLIOGRAFÍA

Balaji SM, Chandra PM, Devadoss S, Devadoss A. (2016). The effect of intact fibula on functional outcome of reamed intramedullary interlocking nail in open and closed isolated tibial shaft fractures: A prospective study. *Indian J Orthop*. 50(2):201-5

Cuenca Espiérrez J, Martínez Martín AA, Herrera Rodríguez A, Domingo Cebollada J, Herrero Barcos L. (2002). Tratamiento de las fracturas cerradas de la diáfisis tibial mediante clavo bloqueado intramedular con fresado. *Rev Soc Andaluza Traumatol Ortop* 22:167-75

Duan X, Al-Qwbani M, Zeng Y, Zhang W, Xiang Z. (2012). Intramedullary nailing for tibial shaft fractures in adults. *Chrane Database Syst Rev*. 18;1: CD008241

Martínez Martín AA, Panisello Sebastian JJ, Herrera Rodríguez A, Domingo Cebollada J, Calvo Díaz A. (1998). Tratamiento de las fracturas cerradas de la diáfisis tibial mediante enclavado intramedular sin fresado. *Rev Esp Cir Ortop Traumatol* 42:346-50

Sitnik AA, Beletsky AV. Minimally invasive percutaneous plate fixation of tibia fractures: results in 80 patients. (2013) *Clin Orthop Relat Res*.471(9):2783-9.

Teitz CC, Carter DR, Frankel VH. (1980). Problems associated with tibial fractures with intact fibulae. *J Bone Joint Surg Am*. 62(5):770-6.

Thomas KA, Harris MB, Willis MC, Lu Y, MacEwen GD. (1995).The effects of the interosseous membrane and partial fibulectomy on loading of the tibia: a biomechanical study. *Orthopedics* 18(4): 373-83.

VARIA

SITUACIÓN DE LAS INTERRUPCIONES VOLUNTARIAS DEL EMBARAZO EN LA RIOJA EN LOS ÚLTIMOS 5 AÑOS*

ANA CRISTINA RUIZ PEÑA[1*]
CARMINA SALVADOR BALLADA[2]
CRISTINA FERNÁNDEZ GARCÍA[1]
MARIANO LAGUNA OLMOS[1]
CRISTINA TEJADA LAMAS[1]
Mª JOSÉ PUENTE MARTÍNEZ[3]

RESUMEN

El número de Interrupciones Voluntarias del Embarazo (IVE) que son tramitadas desde La Rioja se están incrementado en los últimos años, lo cual tiene un importante impacto tanto en la salud reproductiva de las mujeres como en la economía, por el coste que suponen. Este hecho debe hacernos reflexionar sobre la necesidad de diseñar e implementar políticas más eficaces para la prevención del embarazo no deseado como son el diseño de planes estratégicos de educación sexual y reproductiva y facilitar la financiación de todos los métodos anticonceptivos.

Palabras clave: Interrupción voluntaria del embarazo, Aborto, Regulación jurídica

The number of Voluntary Interruptions of Pregnancy in La Rioja has been significantly increased in recent years, which has a significant impact on both women's reproductive health and on the national economy, due to the cost involved. This fact should make us reflect on the need to design and implement more effective policies for the prevention of unwanted pregnancy, such as the design of strategic plans for sexual and reproductive education and facilitate the financing of all contraceptive methods.

Keywords: Voluntary interruption of pregnancy, Abortion, legal regulation

* Registrado el 13 de febrero de 2020. Aprobado el 26 de enero de 2021.

1. Residente de Obstetricia y Ginecología en Hospital San Pedro, Logroño. * E mail: anaruiz1919@gmail.com
2. F.E.A de Obstetricia y Ginecología en Hospital San Pedro, Logroño.
3. Jefe de Servicio de Obstetricia y Ginecología en Hospital San Pedro, Logroño.

1. INTRODUCCIÓN

El aborto fue despenalizado en España, bajo determinados supuestos, en 1985 mediante la Ley Orgánica 9/1985. En el año 2010, una nueva regulación permitió la interrupción a petición de la mujer dentro de las primeras 14 semanas y está recogida en la Ley Orgánica 2/2010 de salud sexual y reproductiva y de la interrupción voluntaria del embarazo (IVE) (Ministerio de Sanidad, 2018). Esta ley refleja la necesidad de un desarrollo reglamentario de sus disposiciones. El Real Decreto 825/2010, del 25 de junio, desarrolla parcialmente la Ley 2/2010, y persigue regular los contenidos de los artículos 16.4 y 17.2, las especificidades de funcionamiento del comité clínico encargado de confirmar los supuestos de interrupción reflejados en el artículo 15.c) y la información requerida por el artículo 17 para la prestación del consentimiento de la mujer que haya solicitado la práctica de una interrupción voluntaria del embarazo.

Las Comunidades Autónomas garantizan el acceso igualitario a esta prestación desde que el 5 de julio de 2010 entra en vigor el Real Decreto mencionado. En La Rioja no se dispone de un centro específico ni público ni privado para las IVEs acogidas bajo el supuesto reflejado en el artículo 14 *"Interrupción del embarazo a petición de la mujer dentro de las primeras 14 semanas de gestación"*, por ello, el sistema público de salud junto con la Unidad de Traslados gestiona la citación de sus pacientes empadronadas y con tarjeta sanitaria en clínicas privadas próximas acreditadas de Comunidades Autónomas vecinas (Navarra, Aragón y País Vasco). Por tanto, desde el sistema público de Salud de La Rioja, toda mujer que manifieste su intención de someterse a una IVE, es debidamente informada de los métodos, condiciones, trámites y ayudas públicas en estos casos.

En la actualidad, los embarazos no deseados continúan representando un problema importante de salud pública en los países desarrollados y subdesarrollados (Blumental, 2011). Más de la mitad de los embarazos no deseados suceden en mujeres que han utilizado como mínimo un determinado tipo de método anticonceptivo (Bitzer, 2013). Por ello, son necesarias medidas adicionales para ayudar a las mujeres y a sus parejas a escoger el método anticonceptivo más adecuado según sus preferencias y necesidades. En este sentido, la anticoncepción es considerada un criterio de calidad en una sociedad desarrollada (Lete, 2004). Un gran número de solicitudes de IVE refleja una mala gestión de los programas de Planificación Familiar. Una IVE puede conllevar complicaciones medicoquirúrgicas derivadas de la realización de un legrado o tratamiento médico (sangrado, perforación uterina, infección…), así como connotaciones psicológicas negativas: riesgo de exclusión social, pobreza, abandono de estudios y planes de futuro (Iseyemi, 2017). Un embarazo no planificado pone a esa mujer en estos riesgos, por eso es importante evitar los embarazos no planificados, independientemente de nivel socioeconómico y la edad de la mujer. La manera de llevar esto a cabo es contar con los métodos anticonceptivos eficaces y accesibles a todas las mujeres, y, por eso, es tan importante la financiación de dichos métodos (Lynch, 2019).

Zubía | *núm. 37-38 (2019-2020), pp. 227-236*
ISSN 0213-4306

En este sentido, los métodos anticonceptivos reversibles de larga duración (LARC, del inglés *Long-acting reversible contraceptives*) son métodos que requieren la intervención puntual del profesional sanitario para su uso y que limitan la actividad de la usuaria a solo acudir a la consulta para su inserción/administración, reemplazo o retirada. Esto supone una importante mejora en la efectividad anticonceptiva, disminuyendo la posibilidad de fallo asociado a la falta de adherencia o al mal uso de las usuarias de los métodos anticonceptivos de corto plazo (Lynch, 2019). Es por este motivo que, actualmente, los LARC se consideran la forma más efectiva de anticoncepción reversible (WHO, 2015). De hecho, la financiación de los LARC junto a su colocación el mismo día es la estrategia que se asocia con un mayor ahorro por paciente y con menores tasas de embarazo no deseado y aborto (Engstrand, 2018). Sin embargo, en nuestro país, el uso de LARC en 2016 se situaba en torno al 7,9% en mujeres en edad reproductiva (15-49 años); muy por debajo del uso de otros métodos como el preservativo (28,4%) o la píldora (21,7%) (SEC, 2020)

El objetivo principal del presente estudio es demostrar el incremento de solicitudes de IVEs en los últimos años en La Rioja, lo cual es preocupante, y exponer su impacto tanto en la salud reproductiva de las mujeres como en la economía.

2. METODOLOGÍA

El trabajo consiste en un análisis observacional descriptivo retrospectivo sobre los datos recogidos de los informes de IVEs de La Rioja a petición de la mujer durante los últimos 5 años (2014-2018). Los datos sobre IVEs proceden de la publicación anual que el Ministerio de Sanidad, Servicios Sociales e Igualdad del Gobierno de España obtiene a partir de los casos declarados por los Registros Autonómicos, los cuales se nutren de los cuestionarios de notificación anónimos que envían los centros públicos o privados de cada Comunidad Autónoma.

3. RESULTADOS

En los últimos 5 años, se han tramitado en La Rioja un total de 1350 IVEs, una media de 270 al año. Este trámite tiene una tendencia al alza en los últimos años con un rango desde el año 2014 de 241 IVEs hasta el año 2018 de 292 (Figura 1).

El rango de edad que más IVEs solicita es el de 18 a 29 años, suponiendo en estos 5 años un 58% de los casos. Las edades extremas (<18 años y >40 años) suponen un 8% respectivamente durante los 5 años estudiados. El rango de edad 30-40 años, asume de media un 26% de las IVEs durante estos 5 años.

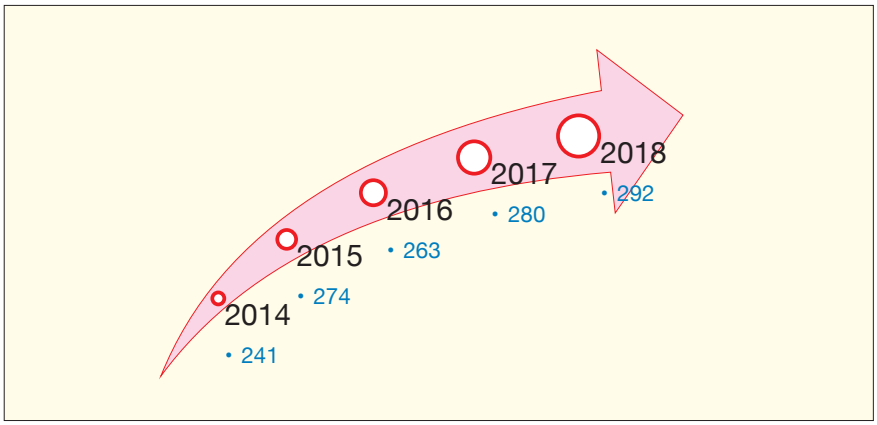


Figura 1. Relación de número absoluto de IVEs realizadas en cada año de los estudiados.

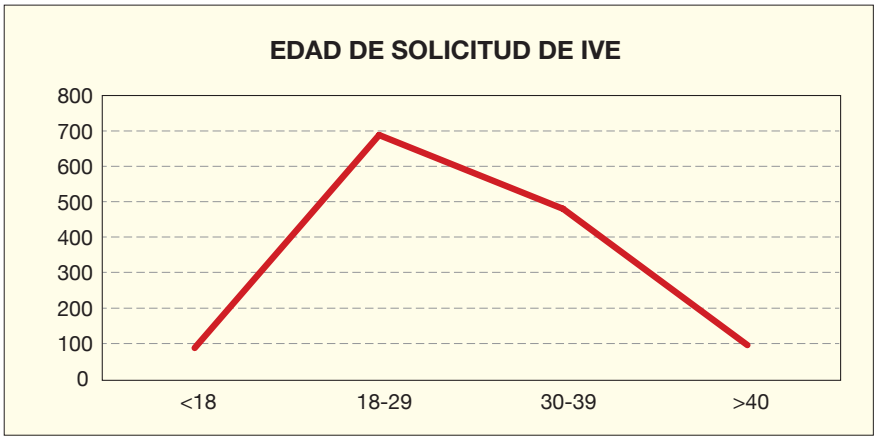


Figura 2. Distribución media de las IVEs realizadas según edad entre 2014-2018.

La procedencia de las mujeres es mayoritariamente española alcanzando casi un 50% en estos 5 años, seguida de América Central y del Sur. (Figura 3).

La tendencia de derivación a Clínicas Privadas no presenta variaciones significativas, siendo Navarra la Comunidad que más IVEs de La Rioja recibe (55% de media en los 5 años estudiados). País Vasco recibe aproximadamente un 22,3% y Aragón un 22,7% de media en los 5 años (Ramalle 2019).

Más del 70% de las mujeres realizan la solicitud en tiempos de gestación inferiores a la semana 9. En los 5 años estudiados, se aprecia un descenso del porcentaje de mujeres que realizan la solicitud por encima de la semana 12, (desde un 10,4% en el año 2014 hasta un 4,1% en 2018), siendo este grupo de media en estos 5 años un 5%.

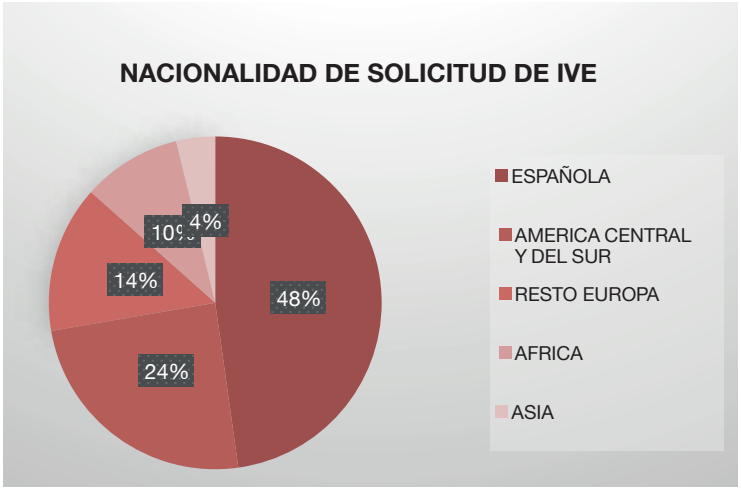


Figura 3. Distribución media de las IVEs realizadas según nacionalidad entre 2014-2018.

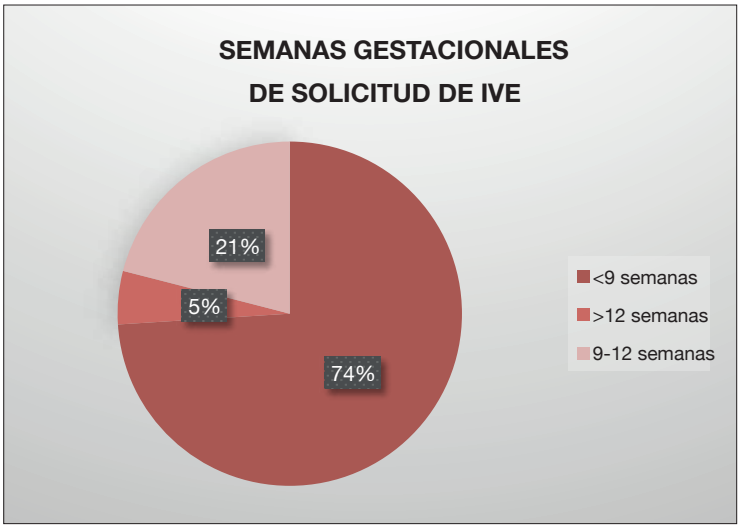


Figura 4. Distribución media de IVEs realizadas según edad gestacional entre 2014-2018.

El gasto económico de las IVEs es cada vez mayor, habiendo alcanzado el máximo el año 2018 con 135.590 €. Calculamos que cada caso cuesta unos 464 € sin estar incluidos en este cómputo los gastos de desplazamiento, manutención y alojamiento pero que también están financiados por la Seguridad Social (Ramalle, 2019). En este sentido, se ha demostrado que universalizar la financiación pública de la anticoncepción resulta

ser más costo-efectivo que financiar IVEs (Engstrand, 2018). De hecho, la financiación de los LARC junto a su colocación el mismo día es la estrategia que se asocia con un mayor ahorro por paciente (Lynch, 2019).



Figura 5. Gasto económico anual de las Interrupciones Voluntarias del Embarazo en La Rioja durante 2014-2018.

4. CONCLUSIONES

Durante los años 2014-2018 ha habido un incremento significativo en el número de solicitudes de IVEs en La Rioja, hecho que debe hacernos reflexionar sobre la necesidad de diseñar e implementar políticas más eficaces para la prevención primaria del embarazo no deseado (SEC, 2020).

Dadas las consecuencias negativas que este hecho puede tener en las mujeres que se someten a dichas intervenciones, es necesario el desarrollo de Planes Estratégicos específicos de educación sexual y reproductiva en La Rioja. En nuestra Comunidad habría que incidir en la mayor promoción de la consulta de Planificación Familiar llevada a cabo por la matrona y el/la ginecólogo/a en el CARPA (Logroño, La Rioja) para una correcta información del buen uso de los métodos anticonceptivos integrando los LARC en el consejo anticonceptivo habitual y realizando especial hincapié para que sea una oferta inmediata tras la IVE (SEC, 2020). En este sentido, es de gran interés recalcar a las pacientes que la IVE no debe usarse de forma sistemática como si de un método anticonceptivo más se tratase por todos los que inconvenientes que suponen en las mujeres.

5. AGRADECIMIENTOS

Al Servicio de Ginecología y Obstetricia por su apoyo y ayuda en la recogida de datos.

A Enrique Ramalle por su disposición, consejo y facilitación de datos del Ministerio y literatura para su realización.

BIBLIOGRAFÍA

Ramalle-Gómara E (2019). Interrupciones voluntarias del embarazo en La Rioja durante el año 2017. Actualización de datos de los años 2014 a 2016. Boletín Epidemiológico de La Rioja, 11 (1): 1-22.

Ministerio de Sanidad, Servicios Sociales e Igualdad (2018). Interrupción Voluntaria del Embarazo. Datos definitivos correspondientes al año 2014. Madrid: Ministerio de Sanidad, Servicios Sociales e Igualdad.

Blumenthal PD, Voedisch A, Gemzell-Danielsson K (2011). Strategies to prevent unintended pregnancy: Increasing use of longacting reversible contraception. Hum Reprod Update, 7(1):121-37.

Bitzer J, Cupanik V, Fait T, Gemzell-Danielsson K, Grob P, Oddens BJ, *et al.* (2013). Factors influencing women's selection of combined hormonal contraceptive methods after counselling in 11 countries: Results from a subanalysis of the CHOICE study. Eur J Contracept Reprod Heal Care, 18(5):372-80.

World Health Organization (2015). Medical eligibility criteria for contraceptive use: Fifth edition. WHO.

Sociedad Española de Contracepción (SEC) (2020): Observatorio de Anticoncepción, Salud Sexual y Reproductiva. Encuesta Anticoncepción SEC 2020. España. [Internet] (2020). Recuperado 20 de diciembre de 2020, de http://hosting.sec.es/descargas/Encuesta_%20anticoncepcion2020.pdf

Lete I, Martínez-Etayo M (2004). La salud reproductiva: datos y reflexiones. Gac Sanit, 18(Supl 1):170-4.

Iseyemi A, Zhao Q, McNicholas C, Peipert JF (2017). Socioeconomic Status As a Risk Factor for Unintended Pregnancy in the Contraceptive CHOICE Project. Obstet Gynecol, 130(3):609–15.

Engstrand S, Kopp Kallner H (2018). Cost of unintended pregnancy in Sweden — a possibility to lower costs by increasing LARC usage. Contraception [Internet] 97(5):445–50.

Lynch M, De Abreu Lourenco R, Flattery M, Haas M. (2019). Reviewing the cost- effectiveness of long-acting reversible contraceptive methods in an Australian context. Aust New Zeal J Obstet Gynaecol, 59(1):21–35.

ZUBÍA

ISSN 0213-4306 Fechas de publicación: 2020-12-15
Las palabras que se citan aquí se pueden reproducir sin restricción alguna

CDU 582.47 (460.21)

RAFAEL FERNÁNDEZ ALDANA

La sabina albar (*Juniperus thurifera L.*) en La Rioja: nuevas citas y dinámica espacial

*Incense juniper (*Juniperus thurifera L.*) in La Rioja (Spain): new citations and spatial dynamics*

ZUBÍA, 2019-2020, 37-38, pp. 9-36

ABSTRACT: Known distribution area of incense juniper (Juniperus thurifera) in La Rioja (Spain) is enlarged with new citations that can be added to those of Arizaleta et al. (2007-2008). All these locations, the new ones and those already cited, have been inventoried registering the number of specimens, measuring some dasometric data (diameter, crown shape), recording the presence of cones and caracterizing the vegetation type. Based on this information, the abundance of the species in the region and the current dynamics of the species through its expansion and / or regeneration processes have been evaluated.

Key words: Juniperus thurifera, incense juniper, spatial dynamics, La Rioja

Palabras clave: *Juniperus thurifera*, sabina albar, dinámica espacial, La Rioja

CDU 634.8-2

FERNANDO MORENO, IGNACIO PÉREZ MORENO, VICENTE MARCO

Tablas de vida y parámetros poblacionales de *Trichogramma cacoeciae* y *T. brassicae* (Hymenoptera: Trichogrammatidae) sobre *Lobesia botrana* (Lepidoptera: Tortricidae): efecto de la alimentación

Life tables and population parameters of Trichogramma cacoeciae *and* T. brassicae *(Hymenoptera: Trichogrammatidae) on* Lobesia botrana *(Lepidoptera: Tortricidae): Effect of Food*

ZUBÍA, 2019-2020, 37-38, pp. 37-54

ABSTRACT: Life tables have been made for an autochthonous population of Trichogramma cacoeciae, and another commercially obtained population of T. brassicae using Lobesia botrana as host. In addition, the effect that the presence/absence of food (honey) exerted over the most relevant biological parameters for both populations and their intrinsic rate of increase (r_m) was assessed.

Food had a clear effect on longevity, total fecundity per female, emergence and development period of T. cacoeciae proving that fed individuals attained better values for these parameters. Regarding T. brassicae, only longevity was significantly affected by food. For species with identical food status, T. cacoeciae showed the best values, except for development period. Trichogramma cacoeciae also showed better population parameters than T. brassicae, resulting in higher r_m values both for fed individuals and food deprived ones.

Key words: Trichogramma, Lobesia botrana, *food influence, population parameters*

Palabras clave: *Trichogramma*, *Lobesia botrana*, ausencia de alimento, parámetros poblacionales

CDU 595.79
632

FERNANDO MORENO, IGNACIO PÉREZ MORENO, VICENTE MARCO

Preferencia del parasitoide *Trichogramma cacoeciae* (Hymenoptera: Trichogrammatidae) por huevos de diferentes huéspedes

Host preference of the parasitoid Trichogramma cacoeciae *(Hymenoptera: Trichogrammatidae) for eggs from different hosts*

ZUBÍA, 2019-2020, 37-38, pp. 55-68

ABSTRACT: The preference of Trichogramma cacoeciae Marchal for four hosts (Lobesia botrana Den. y Schiff., Ephestia kuehniella Zeller, Spodoptera exigua Hübner and Plodia interpunctella Hübner) was evaluated using no choice, paired-choice and multiple choice assays. The number of adults produced (in absolute or percentage terms) and the sex proportion of said progeny were used to measure preference. T. cacoeciae parasitized and developed in all four hosts. In general, E. kuehniella was the most parasitized species. On the contrary, S. exigua was the least attacked species. Sex proporción remained the same in all cases, thus rendering it useless as a measure of preference.

Key words: biological control*, host preference, Lobesia botrana, Trichogramma cacoeciae*

Palabras clave: control biológico*, Lobesia botrana*, preferencia de huésped, *Trichogramma cacoeciae*

CDU 565.7 (460.21)

IGNACIO PÉREZ MORENO

Los registros riojanos del catálogo de coleópteros ibéricos (Insecta: Coleoptera) de D. José María de la Fuente y Morales

The records from La Rioja of the catalogue of Iberian beetles (Insecta: Coleoptera) of D. José María de la Fuente y Morales

ZUBÍA, 2019-2020, 37-38, pp. 69-128

ABSTRACT: D. José María de la Fuente y Morales was one of the most renowned Spanish entomologists of the earliest 20th century. Among his outnumbered published studies, the catalogue of the Iberian beetles, published between the years 1918 and 1935, is the most prominent. In this paper, the species from La Rioja (northern Spain) registered in this catalogue have been compiled; their taxonomy has been updated; and the accuracy of the citation has been analized in accordance with the current knowledge we have about these insects group. Furthermore, from the 414 compiled, 30 species have been excluded, due to their distribution not being compatible with their presence in La Rioja. Likewise, as the presence of some of these species has not been cited from this region again since then, it requires to be confirmed.

Key words: Coleoptera, catalogue, La Rioja, Iberian Peninsula

Palabras clave: Coleoptera, catálogo, La Rioja, península ibérica

ZUBÍA

ISSN 0213-4306 Fechas de publicación: 2020-12-15
Las palabras que se citan aquí se pueden reproducir sin restricción alguna

CDU 517.5

MANUEL BELLO HERNÁNDEZ, ALEJANDRO MAHILLO CAZORLA

Teoremas de reordenamiento de series

Series Rearrangement Theorems

ZUBÍA, 2019-2020, 37-38, pp. 129-148

ABSTRACT: The sum of an infinite number of real numbers can depend on the arranging of these numbers. In this paper we will take you through several results about rearranging the terms of series; from series of real numbers to series in $\mathbb{R}^n$; even results about series in Banach spaces. We do not include proofs of theorems but only their main ideas.

First, we study the real numbers series case, in which we see the Rie- mann rearrangement theorem together with other results. We will continue with the Lévy-Steinitz theorem, an analogous result of Riemman's theorem for vector series in $\mathbb{R}^n$. In particular, we will consider the Eisenstein series defined in the complex field. Also, this series has the property that rearrange- ment in the order of summations results in a predictable change in the value of the series. This series is useful in the study of modular form. Finally, we show Pechersby's theorem on rearrangement of series in Hilbert spaces.

Key words: sequences, series, rearrangements of series, absolutely convergence, conditional convergence, unconditional convergence, summability, Banach space, Hilbert space

Palabras clave: sucesiones, series, reordenamiento de series, convergencia absoluta, convergencia condicional, convergencia incondicional, sumabilidad, espacio de Banach, espacio de Hilbert

CDU 51 Erdos, Paul
929 Erdos, Paul

MANUEL BELLO HERNÁNDEZ, MANUEL BENITO MUÑOZ, EMILIO FERNÁNDEZ MORAL

La conjetura de Erdős-Straus

Erdős-Straus' Conjecture

ZUBÍA, 2019-2020, 37-38, pp. 149-176

ABSTRACT: Paul Erdős and Ernst G. Straus conjectured in the late 1940s: Given a natural number $n \geq 2$ there are natural numbers x, y, z such that

$$\frac{4}{n} = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}$$

This conjecture (ESC) is open today. Among other results, in this paper we study ESC, we establish some conjectures that offer sufficient conditions for the validity of ESC, we give an algorithm which, if it stops, breaks down the fraction $4/n$ as a sum of three Egyptian fractions, and, for example, we show that ESC holds for all the values of n in the range of the polynomial

$$p(a, b, c)=(a+1)(4b + 3)(4c+3)-(a+1)-(4b+3),$$

when the variables a, b, c take nonnegative integer values. We conjecture that the values n of this polynomial include all the prime numbers of the form $4q + 1$ $(q \geq 1)$, and we have done a computer-assisted verification of this fact for $n \leq 12 \times 10^{15}$. On the one hand we prove that the perfect squares do not belong to the image set of $(\mathbb{N} \cup \{0\})^3$ by the mapping p but, on the other, with the help of that polynomial we have been able to give a constructive demonstration that there are arbitrarily long sequences of consecutive numbers for which ESC is true.

Keywords: Vitis vinifera cv. Pinot Noir, latitudinal gradient, phenolic composition, solar radiation, ultraviolet radiation

Palabras clave: Conjetura de Erdős-Straus; ecuaciones diofánticas; fracciones egipcias

ZUBÍA
ISSN 0213-4306 Fechas de publicación: 2020-12-15
Las palabras que se citan aquí se pueden reproducir sin restricción alguna

CDU 617-581 (460.21)

JULEN MARTÍNEZ TORRES, ANA CORAL LAGA CUÉN, LOURDES FERREIRA LASO, CRISTINA LORENTE ÁLAVA, FÉLIX LOBATO SOLORES, IGNACIO PUYUELO JARNE, ÁNGEL ENRIQUE FRAILE JIMÉNEZ, OLGA LÓPEZ DEL MORAL LÓPEZ, MARÍA GOLVANO SARRIA, VÍCTOR MUNILLA PÉREZ

Tasa transfusional en cirugía de fractura de cadera en el hospital San Pedro. Estudio observacional descriptivo previo a la implantación de un protocolo de ahorro de sangre

Post-transfusion rate in hip fracture surgery in San Pedro`s hospital. An observational and descriptive study before blood saving protocol

ZUBÍA, 2019-2020, 37-38, pp. 177-186

ABSTRACT: Perioperative anemia is the major cause of morbidity and mortality in hip fractures. In 2016 a perioperative anemia protocol was established in San Pedro's hospital with the objective of early diagnosis and treatment. 167 patients with hip fracture were evaluated in an observational retrospective study in which main items were evaluated: age, sex, type of surgery, hemoglobin, blood transfusion, among others. We found no statistical differences among the type of surgery carried out and blood transfusion rate, but we found significant associations between preoperative hemoglobin and blood transfusion (70% patients with preoperative hemoglobin < 10g/dl, 33% with hemoglobin < 10-13 g/dl, 9.6% with hemoglobin 13-15 g/dl and no one with hemoglobin > 15 g/dl). The present study provides us with updated information about perioperative management of hip fracture patients in San Pedro´s hospital. Taking into account all cases of hip fracture evaluated in this study, blood transfusion rate is 26.4%. Bearing in mind the objectives of the perioperative anemia´s protocol, this new data may be useful to optimize preoperative measures in selected subgroups of patients.

Keywords: hip fractures, anemia, hemoglobin, blood transfusion, perioperative period

Palabras clave: fracturas de cadera, anemia, hemoglobina, transfusión sanguínea, perioperatorio

CDU 618 (460.21)

ANA CRISTINA RUIZ PEÑA, MARÍA JOSÉ PUENTE MARTÍNEZ, SARA ARRIETA BRETÓN, INÉS ESTEBAN DÍEZ, GERARDO RODRÍGUEZ MARTÍNEZ, CARLOTA CESTAFE CARO, CRISTINA FERNÁNDEZ GARCÍA

Factores asociados con los partos pretérmino menores de 32 semanas de gestación en el Hospital San Pedro de Logroño durante el año 2018: Relación clínica, microbiológica e histológica de los hallazgos placentarios

Factors related to preterm deliveries under 32 weeks at San Pedro's Hospital in Logroño during 2018: Clinical, microbiological and histological relation of placentary findings

ZUBÍA, 2019-2020, 37-38, pp. 187-204

ABSTRACT: Here we present a retrospective, descriptive and observational study performed with preterm births under 32 weeks at San Pedro's Hospital in Logroño during 2018 with the aim of analyzing the clinical, microbiological and histological relationship after examining the placentas and exposing the neonatal results according to the findings.

Seventeen deliveries were studied with 21 newborns (4 twin births) of the 1869 births that occurred in 2018, 0.90% of the total. There were 8 cases of chorioamnionitis and 2 cases of placental abruption. The variables most related to preterm births were maternal overweight and assisted reproduction treatments. The most important factors related to preterm birth were chorioamnionitis and placental abruption.

There is an important relation between clinical suspicion of chorioamnionitis and premature detachment of placenta normoinserta with placental histological and microbiological findings. It was the gestational age and the fetal weight at the time of birth the main determinants of the days of neonatal admission.

Key words: Preterm birth, risk factors, chorioamnionitis, histology, microbiology

Palabras clave: Parto pretérmino, factores de riesgo, corioamnionitis, histología, microbiología

ZUBÍA

ISSN 0213-4306 Fechas de publicación: 2020-12-15
Las palabras que se citan aquí se pueden reproducir sin restricción alguna

CDU 618.3-008.6-083 (460.21)

MARIANO LAGUNA OLMOS, CRISTINA FERNÁNDEZ GARCÍA, ANA CRISTINA RUIZ PEÑA, CARLOTA CESTAFE CARO, EDURNE ÁLVAREZ SUBERVIOLA, CRISTINA TEJADA LAMAS, OLIVIA LAFALLA BERNAD

Utilidad del ratio sflt-1/pigf en el cribado de preeclampsia precoz en la población gestante de La Rioja

Usefulness of the sFlt-1 / PIGF ratio in the early preclampsia screening across the pregnant population in La Rioja

ZUBÍA, 2019-2020, 37-38, pp. 205-218

ABSTRACT: Material and methods. Monocentric cohort study carried out between September 2018 and September 2019. The reference population of our study were all pregnant women in the Autonomous Community of La Rioja whose healthcare is centralized in San Pedro's Hospital. The target population were all pregnant women with a single gestation who were asymptomatic at the time of screening (morphologic ultrasound at 21st week) and in whom the mean of IP AUt was pathological (> 95th percentile for low-risk pregnant women repeatedly at 21st and 26th week or > 75th percentile for high-risk pregnant women at 21st week).

Results. 27 women met the inclusion criteria of our reference population (1896 pregnant women). From these 27 women, 22 of them presented a value of the ratio sFlt-1 / PIGF less than 38, showing a specificity and a negative predictive value of 88% and 100% respectively to dismiss preeclampsia, continuing a low-risk gestational control. Two pregnant women presented a ratio greater than 85 and both presented adverse events related to the placental insufficiency they suffered, premature detachment of the normal placenta and HELLP syndrome after fetal death. The risk factors for preeclampsia in the first trimester screening and the epidemiological characteristics of the patients with this condition were compared with those who did not develop the disease without finding statistically significant differences.

Conclusion. The implementation of a screening based on epidemiological factors in the first trimester together with the Doppler determination mean of IP AUt and the sFlt-1 / PIGF ratio in our population seems to be useful to dismiss early preeclampsia, since it has a high specificity and a negative predictive value, similar to those reported in the literature.

Keywords: Pre-eclampsia, Soluble fms-like tyrosine kinase 1/placental growth factor ratio, Uterine artery Doppler

Palabras clave: Preeclampsia, Tirosina-cinasa soluble de tipo FMS/Factor de crecimiento placentario, Doppler de las arterias uterinas

CDU 618089 : 611.018.3

IGNACIO PUYUELO JARNE, EDUARDO GALLINAS MARAÑA

Osteotomía peroné primaria. Un recurso a tener en cuenta en el enclavado endomedular por fractura diafisaria aislada de tibia

Primary fibula osteotomy. A surgery resource in the endomedullary nailing used in a tibia´s diaphyseal fracture

ZUBÍA, 2019-2020, 37-38, pp. 219-226

ABSTRACT: The tibia´s diaphyseal fractures management has always been the source of controversy due to the existence of a different surgical´s managements very similar and widely studied, such as: internal fixation with plates, external fixation, or as in our case, endomedullary nailing, reamed or not reamed, blocked or not blocked; seeking a final goal, which is none other than to allow the patient, an early recovery with an early load based on the least invasive surgery possible that minimizes bleeding and radiation exposure as much as possible.

In our case, we demonstrate the possibility of adding to the usual endomedullary nailing, a surgical option that has scientific evidence, which helps more if possible to consolidate the fracture.

Kew words: Diaphyseal fractures, tibia, endomedullary nailing, fibula osteotomy, fractures malunited

Palabras clave: Fracturas diafisarias, tibia, enclavado endomedular, osteotomía peroné, fracturas mal unidas

CDU 343.621 (460.21)

ANA CRISTINA RUIZ PEÑA, CARMINA SALVADOR BALLADA, CRISTINA FERNÁNDEZ GARCÍA, MARIANO LAGUNA OLMOS, Mª JOSÉ PUENTE MARTÍNEZ, JUANA HERNÁNDEZ HERNÁNDEZ

Situación de las interrupciones voluntarias del embarazo en La Rioja en los últimos 5 años

Situation of voluntary interruptions of pregnancy in La Rioja in the last 5 years

ZUBÍA, 2019-2020, 37-38, pp. 227-236

ABSTRACT: The number of Voluntary Interruptions of Pregnancy in La Rioja has been significantly increased in recent years, which has a significant impact on both women's reproductive health and on the national economy, due to the cost involved. This fact should make us reflect on the need to design and implement more effective policies for the prevention of unwanted pregnancy, such as the design of strategic plans for sexual and reproductive education and facilitate the financing of all contraceptive methods.

Keywords: Voluntary interruption of pregnancy, Abortion, legal regulation

Palabras clave: Interrupción voluntaria del embarazo, Aborto, Regulación jurídica

REVISTA ZUBÍA

NORMAS DE PUBLICACIÓN

Los trabajos no habrán sido presentados y/o publicados en otra revista. Serán evaluados por, al menos, dos evaluadores externos expertos en el tema. En caso de opiniones opuestas entre ambos revisores, se contactará con un tercero para poder alcanzar una decisión.

Los originales aceptados después del proceso de revisión quedan como propiedad de la Revista Zubía y no podrán ser reproducidos total o parcialmente sin permiso de esta publicación. La revista, en virtud de un acuerdo con la Universidad de La Rioja, irá haciendo aparecer en internet (DIALNET) los artículos de forma íntegra.

Para su publicación, los trabajos **serán enviados por correo electrónico** a la dirección: publicaciones.ier@larioja.org. En caso de exceder el tamaño permitido en el buzón del correo, se puede adjuntar el cuerpo central del manuscrito en dicho e-mail y las figuras/tablas/fotografías podrán ser enviadas a través de *dropbox* u otra plataforma similar identificando correctamente el manuscrito al que pertenecen. Deberán estar escritos en castellano, a doble espacio, en letra Times New Roman tamaño 12, notas en Times New Roman tamaño 10. La extensión total de los trabajos no deberá superar las 25 páginas, incluidas tablas, figuras, fotografías, referencias bibliográficas y apéndices si los hubiera, aunque pueden publicarse artículos de mayor extensión si su interés así lo aconseja. Todas las líneas del manuscrito han de ser numeradas sucesivamente.

La primera página incluirá el título en español y en inglés. A continuación, figurará el autor/es, indicando con un asterisco el autor de referencia (*corresponding author*) del que habrá que incluir los datos de lugar de trabajo, dirección postal y correo electrónico y quien será la persona de contacto de la revista para llevar a cabo las revisiones pertinentes del manuscrito. En la segunda página se presentarán dos resúmenes, en español e inglés, y las palabras clave que definan el trabajo, también en ambos idiomas. La extensión máxima de los resúmenes será de 150 palabras cada uno y las palabras clave entre tres y cinco.

Los apartados para los artículos originales serán: 1. INTRODUCCIÓN, 2. METODOLOGÍA, 3. RESULTADOS, 4. DISCUSIÓN, 5. CONCLUSIONES, 6. AGRADECIMIENTOS y finalmente, sin número de apartado, las REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS. Si existen conflictos de intereses, han de especificarse en el manuscrito. En los artículos de revisión, no será necesario cumplimentar todos los apartados anteriormente citados. Los epígrafes se numerarán jerárquicamente y responderán a la siguiente tipología: **1. MAYÚSCULAS Y NEGRITA; 1.1. Minúsculas y negrita;** 1.1.1. Minúsculas y cursiva; a) Minúsculas normal.

Las tablas, figuras y fotografías se numerarán de forma correlativa y deberán ser de muy buena calidad. En el texto se indicará el lugar en el que deben ir colocadas en la publicación final.

Las citas bibliográficas en el texto se harán con el autor y entre paréntesis el año de publicación: Camiña (2004) o bien el autor y el año todo entre paréntesis (Camiña, 2004). Si el trabajo corresponde a más de dos autores, se especificará el primero, añadiendo posteriormente *et al*. Al final del texto se incluirán las referencias bibliográficas **por orden alfabético**, indicando el nombre de la revista en cursiva y de acuerdo con el siguiente modelo:

- Gallart, F. (1990). El papel de los sucesos lluviosos de baja frecuencia en la evolución geomorfológica de las áreas de montaña. En: *Geoecología de las áreas de montaña* (García Ruiz, J.M., ed.). Geoforma ediciones, Logroño, 95-113.
- García, R. y Del Lemus, M.C. (1986). Flora biológica y sus comunidades de encinares de La Rioja. *Zubía*, 4, 69-86.